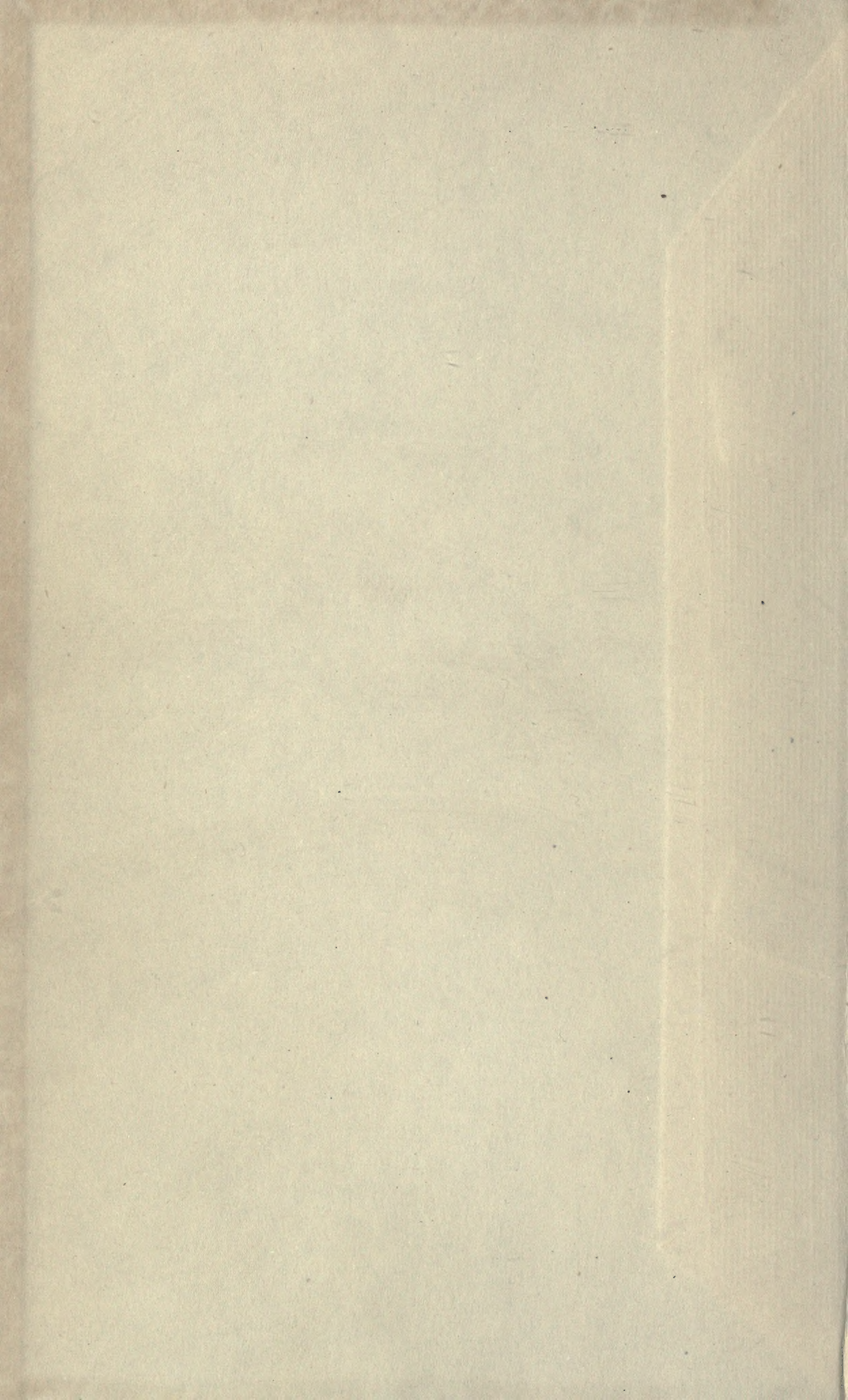
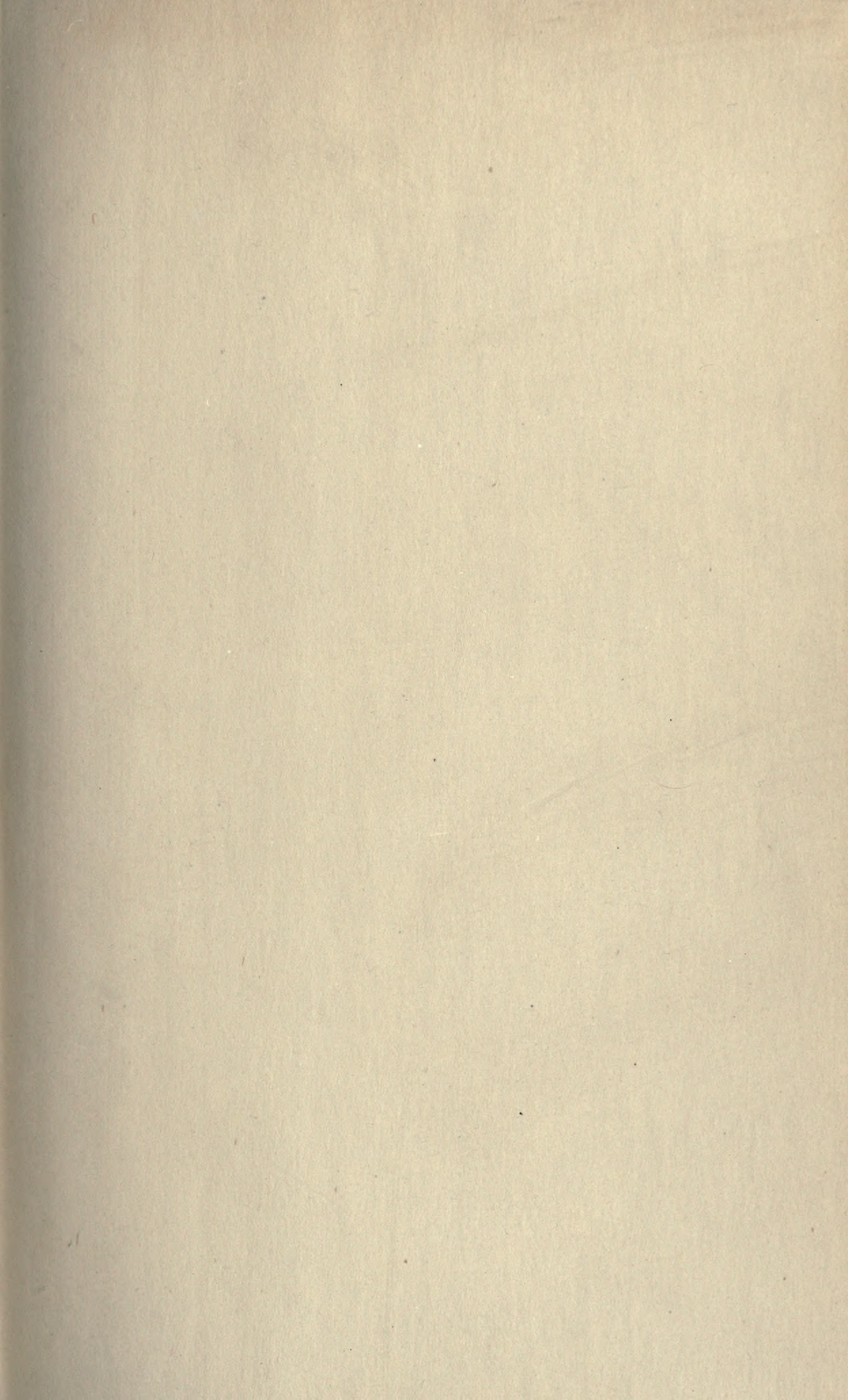
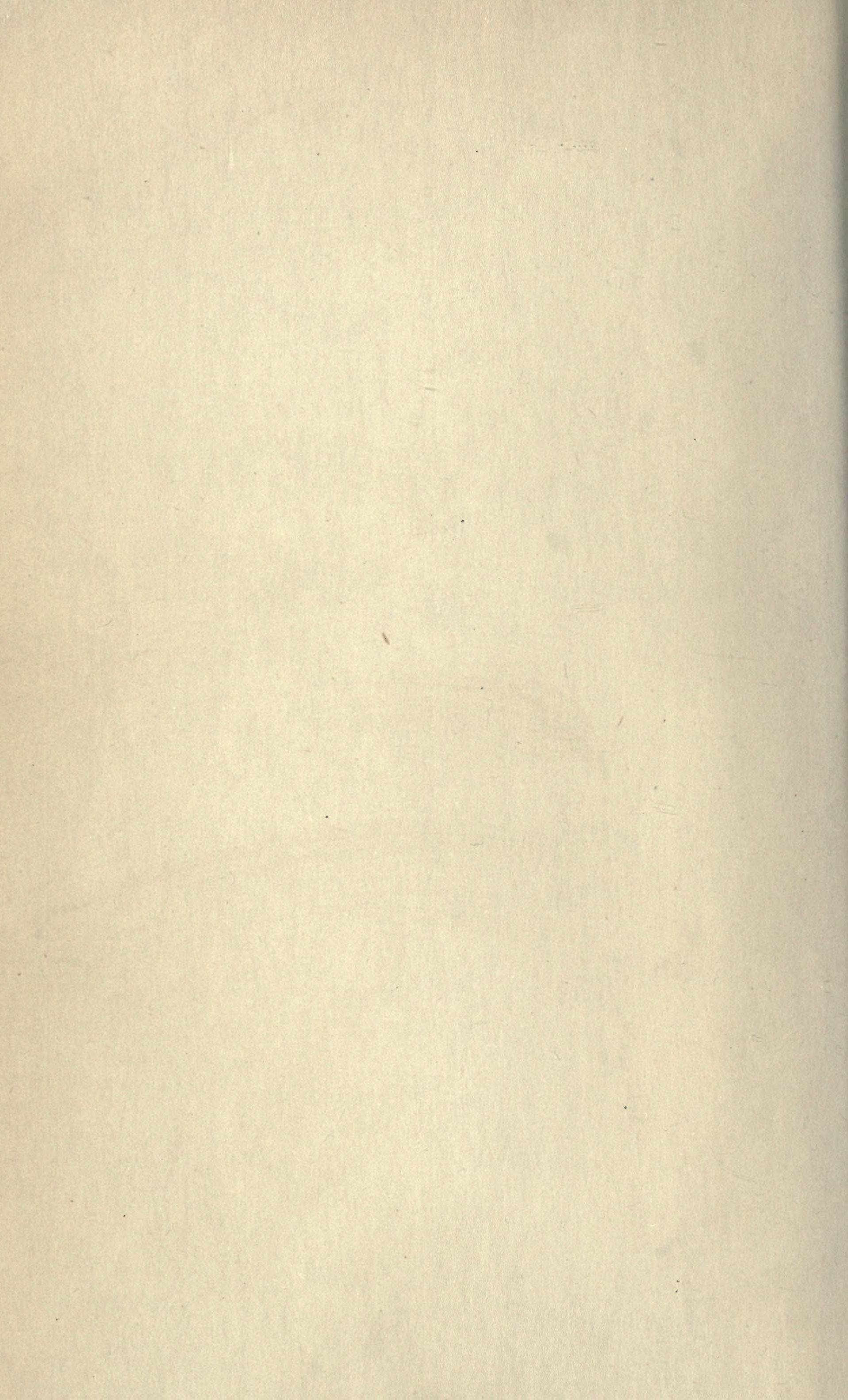
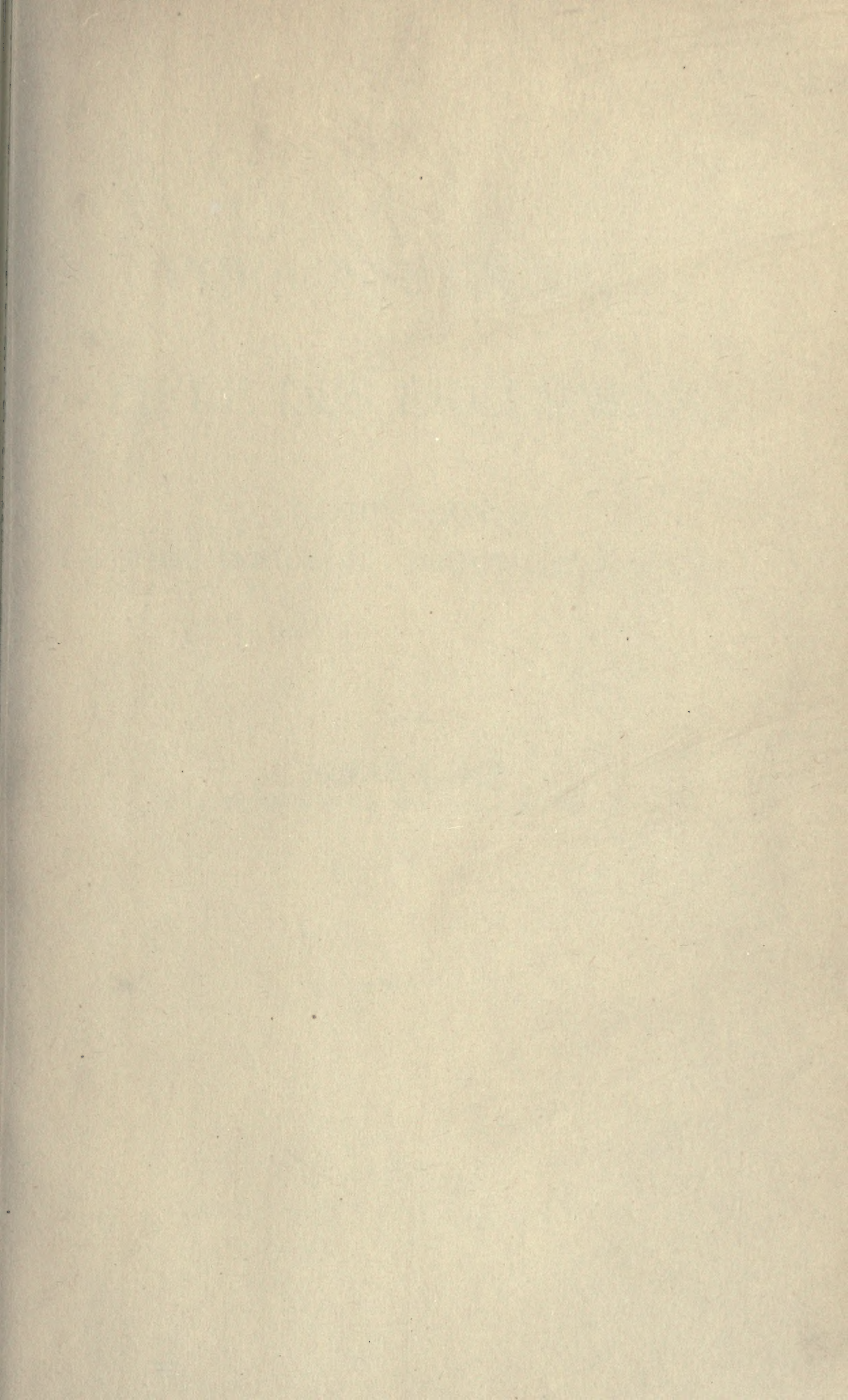
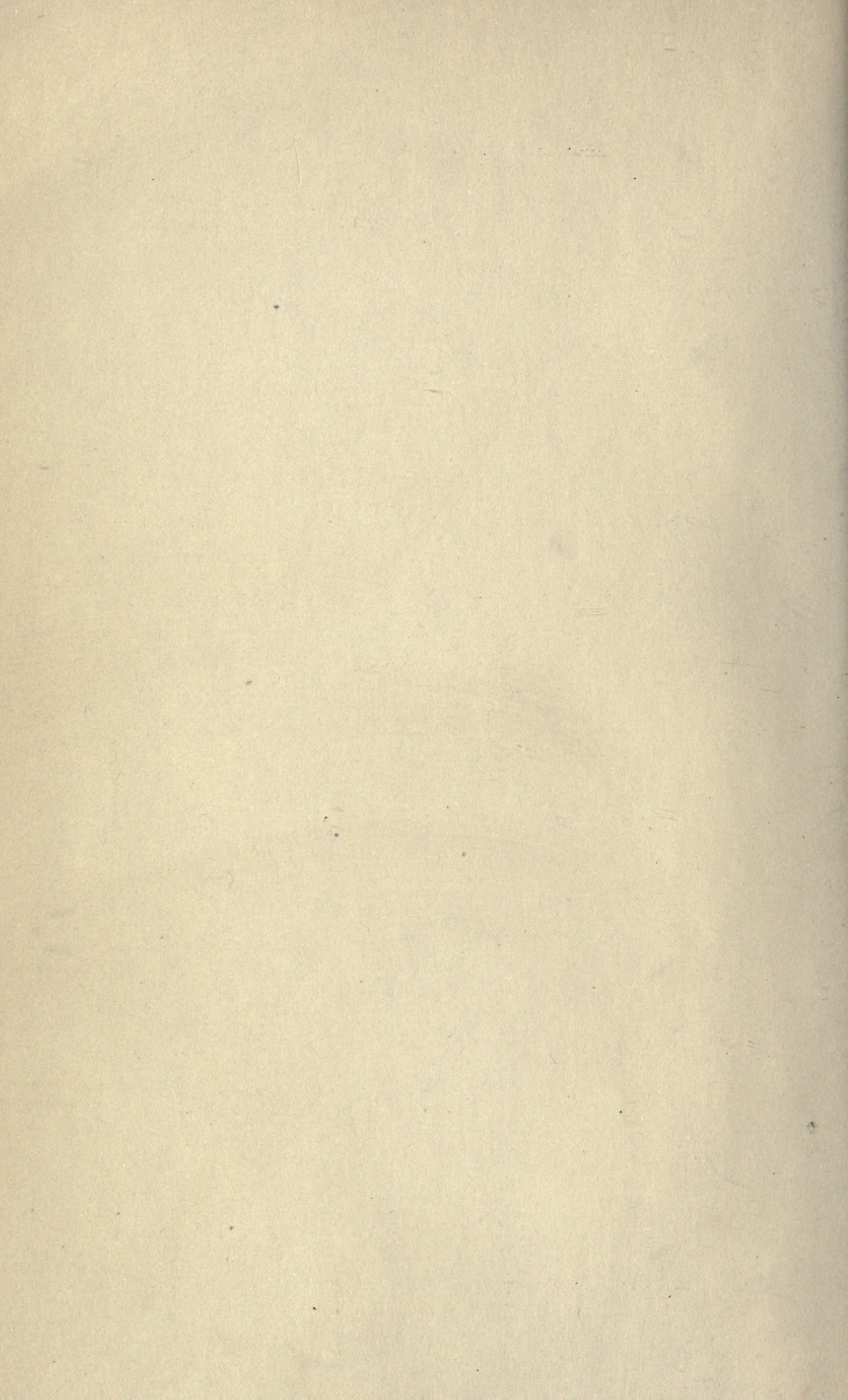












VORAUSSETZUNGEN
UND
ZIELE DES ERKENNENS.

UNTERSUCHUNGEN
ÜBER DIE GRUNDFRAGEN DER LOGIK

VON

JONAS COHN
AO. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT FREIBURG I. B.

LEIPZIG
VERLAG VON WILHELM ENGELMANN
1908

Druck von A. Hopfer, Burg b. M.

Vorwort.

Der Weg zur philosophischen Klarheit führt notwendig durch logisches Gebiet — diese Einsicht, zum Erlebnis geworden, zwang mich zu den Untersuchungen, die ich im vorliegenden Bande veröffentliche. Die Antinomien des Unendlichen hatten mich noch als Studenten der Naturwissenschaft zur Philosophie hingeführt. Von hier aus erkannte ich die Dualität in unserem Erkennen, die ich dann bis in jedes einzelne Urteil hinein verfolgte. Neben dem so gefundenen Satze des Utraquismus wurde mir der als inhaltlich wertvolle Einsicht, nicht als bloße Tautologie genommene Satz der Immanenz und die Relationstheorie des Urteils wichtig. Der Begründung dieser Sätze dient wesentlich der erste Teil, während die drei übrigen zeigen sollen, wie sich von diesen Grundsätzen aus die schwierigeren Probleme der Wissenschaftstheorie und transzendentalen Logik lösen lassen. Natürlich bedarf es zu diesem Zwecke ergänzender Untersuchungen verschiedener Art, die ich absichtlich bis zu einem gewissen Grade unabhängig voneinander führte. Mir selbst hat sich gerade auf diese Weise Fruchtbarkeit und Notwendigkeit meines Ausgangspunktes bewährt. Auch für den Leser wird, so hoffe ich, die Nachprüfung dieser späteren Teile eine Handhabe für die so ungemein schwierige Verständigung über die Prinzipien bieten. Absichtlich habe ich an einigen Stellen über das rein logische Gebiet hinausgewiesen. Denn, wie schon gesagt, als Grundlage aller Philosophie ist mir die Logik

wichtig. Es ist also mein Bestreben, die Grundzüge eines Systems der Logik durch meine Untersuchungen zu gewinnen und die Fasern bloßzulegen, die die Logik organisch mit den übrigen Teilen der Philosophie verknüpfen.

Daß ich nun Untersuchungen veröffentliche, kein System, rechtfertige ich in der Einleitung. Nur eines möchte ich an dieser Stelle hinzufügen. Das wahre System ist ein komplexes mehrdimensionales Gebilde. Das System der Darstellung ist notwendig eine eindimensionale Reihe. Also läßt sich das wahre System adäquat gar nicht, inadäquat aber auf verschiedene Weise durch die Darstellung „abbilden" (wie es verschiedene Projektionen der Erdkugel auf das Kartenblatt gibt, die alle inadäquat sind). Darum muß man bei systematischen Streitigkeiten stets unterscheiden, worauf sie sich beziehen — ob auf das System der Erkenntnisse oder auf das zweckmäßigste System der Darstellung. Dem echten System arbeiten manchmal Untersuchungen, die von verschiedenen Seiten her zu ihm aufstreben, am besten vor. Ob meine Untersuchungen diesen Vorzug haben, das zu beurteilen, ist Sache anderer. Nur daß sie danach strebten, darf ich eingestehen.

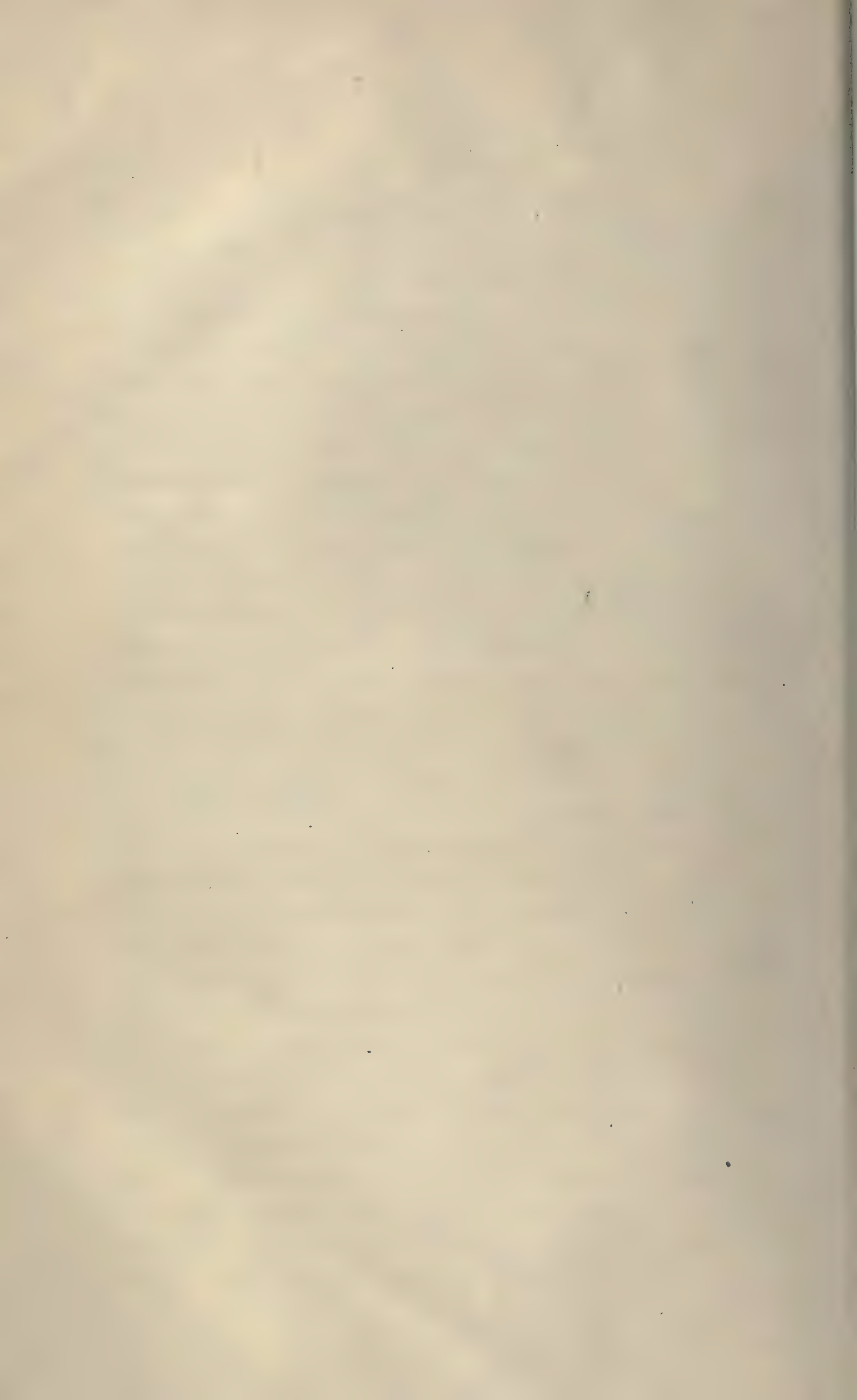
Die Form der Untersuchung gestattet mir auch ein freieres Verhalten zu den Arbeiten anderer. Ich darf an sie anknüpfen, wo es mir für die Sache oder für die Form der Mitteilung zweckmäßig erscheint, ohne daß ich zu vollständiger Berücksichtigung verpflichtet bin. Daß im Text nur sparsam auf fremde Meinungen eingegangen wird, möge man nicht eitler Originalitätsucht zuschreiben. „Narr auf eigene Hand" zu sein, ist wahrlich nicht mein Ehrgeiz. Aber fast immer hätte, bei dem chaotischen Wirrwarr der logischen Terminologie, eine genaue Darstellung der fremden Meinung der Auseinandersetzung mit ihr vorangehen müssen, und dadurch wäre der Umfang des Buches ins

Maßlose angeschwollen. Die Anmerkungen sollen vor allem die Pflicht der Dankbarkeit einigermaßen erfüllen und den „geordneten Gang einer Wissenschaft“ für die Logik wenigstens vorbereiten helfen. Literaturübersichten zu geben, war nicht meine Absicht; eher schon den mit der Literatur weniger Vertrauten hier und dort ein wenig zu orientieren. Im Jahre 1908 erschienene Arbeiten konnten nicht mehr berücksichtigt werden.

Ich habe mich bemüht, so zu schreiben, daß ich meine Voraussetzungen selbst entwickle, also auch dem weniger vorbereiteten Leser verständlich bin. Die Ausführungen über Philosophie der Mathematik im zweiten Teile sind zwar zur Begründung meiner Überzeugungen durchaus notwendig; doch kann der dritte und vierte Teil allenfalls auch ohne sie verstanden werden.

Freiburg i. B., im Juni 1908.

Jonas Cohn.



Inhalt.

Einleitung.

ᾧ γὰρ ἀρχὴ μὲν ὃ μὴ οἶδε, τελευτὴ δέ καὶ τὰ μεταξὺ ἐξ οὗ μὴ οἶδε συμπέπλεκται, τίς μηχανὴ τὴν τοιαύτην ὁμολογίαν ποτὲ ἐπιστήμην γενέσθαι; Plato, Respubl. VII. 533.

Die Untersuchungen, mit denen sich der erste Teil der vorliegenden Arbeit beschäftigt, wollen absolut grundlegende Sätze auffinden und genau formulieren. Sie gehören demnach sachlich durchaus der „ersten Philosophie" an, haben nichts vor sich, bedürfen also auch keiner Einleitung im Sinne einer Aufzählung dessen, was sie als aus andern Teilen der Wissenschaft bekannt voraussetzen. Der Leser dagegen, der aus dem Inhaltsverzeichnis den Plan des Ganzen vielleicht vergeblich zu erraten sucht, hat Anspruch darauf, daß ihm gleich am Anfang Rechenschaft über Absicht und Gliederung gegeben werde.

Es sei gestattet, diese erste Orientierung an den Titel anzuknüpfen. Man fordert vom Erkennen, daß es voraussetzungslos verfahre, und meint damit, daß kein Satz vor der Untersuchung als wahr angesehen werden darf, keiner der Nachprüfung sich zu entziehen das Recht hat. Aber jede Prüfung einer Erkenntnis braucht anerkannte Grundsätze. Man widerlegt etwa eine wunderbare Erzählung, indem man nachweist, daß sie wohlbeglaubigten Tatsachen widerspricht oder den Naturgesetzen widerstreitet. Im

zweiten Falle ist die Gültigkeit der Naturgesetze vorausgesetzt, aber auch im ersten stützt man sich auf ein Axiom, das sich irgendwie aus dem Satze des Widerspruchs und der eindeutigen Erfüllung einer räumlich und zeitlich bestimmten Stelle der Wirklichkeit zusammensetzt. Bedarf so jede Erkenntnis der Voraussetzungen, und soll andererseits das Erkennen als Ganzes voraussetzungslos sein, so wird die Aufsuchung und der Beweis der Voraussetzungen selbst zu einer Erkenntnisaufgabe, und zwar zu einer absolut grundlegenden. Freilich besteht hier eine besondere Schwierigkeit: die Grundvoraussetzungen alles Erkennens überhaupt müssen auch in einer Untersuchung, die sie selbst zum Ziele hat, implizite vorausgesetzt werden[1]). Es kann sich also hier nicht um ihren Beweis im Sinne einer Ableitung aus noch ursprünglicheren Prinzipien handeln, sondern lediglich um ihre Aufzeigung als in jedem Erkennen mitbehauptet. Augenscheinlich ist dabei zu oberst vorausgesetzt, daß es überhaupt Erkennen, daß es Wahrheit oder wahre Urteile gibt. Dieser Satz aber läßt, wie schon Platon gezeigt hat[2]), einen indirekten Beweis zu. Wer behauptet: es gibt keine wahren Urteile, spricht eben damit ein Urteil aus, das den Anspruch erhebt, wahr zu sein, widerspricht sich also selbst. Wollte er sich dann damit ausreden, daß er den Satz des Widerspruchs nicht anerkenne, so müßte man ihm entgegnen, daß ohne Anerkennung dieses Satzes nicht einmal seine Nichtanerkennung Sinn hat; denn es wäre dann möglich, denselben Satz zugleich zu bejahen und zu verneinen. Wir bezeichnen dies Grundverhältnis, das uns noch wiederholt beschäftigen wird, als Selbstgarantie der Wahrheit. Sie ermöglicht uns ein regressives Verfahren, eine analytische Aufsuchung der Grundsätze, ohne die Erkennen nicht möglich wäre. Ist aber nicht schon zuviel behauptet, wenn wir die Vor-

aussetzungen alles Erkennens als Grundsätze und demnach als Urteile bezeichnen? Keineswegs; denn, wenn sie im Erkennen selbst auftreten sollen, müssen sie Erkenntnisse sein, und es wird nachgewiesen werden, daß alle Erkenntnisse Urteile sind.

Bei der analytischen Aufsuchung der Voraussetzungen ist Erkenntnis im allgemeinen als Ziel angenommen. Die spezielle Gestalt dieses Zieles wird nun aber von den Voraussetzungen her bestimmt werden müssen, während umgekehrt die besonderen Voraussetzungen einzelner Erkenntnisgebiete sich aus der Eigenart der zugehörigen Ziele werden ableiten lassen. Schon dieses ganz allgemeine Verhältnis zeigt, daß Voraussetzungen und Ziele des Erkennens nicht getrennt voneinander aufgesucht werden können. So wird also vorläufig die Nebeneinanderstellung beider im Titel dieser Arbeit gerechtfertigt erscheinen. Deutlicher noch wird dies, wenn wir Wesen und Geltungsart der Grundsätze alles Erkennens untersuchen. Es liegt heute vielen nahe, sie als Naturgesetze des Denkens zu bezeichnen. Nun ist aber ein Naturgesetz stets dadurch gekennzeichnet, daß es sich ausnahmslos erfüllt. Gegen das Gravitationsgesetz läßt sich kein Fehler begehen. Bekanntlich tragen die logischen Normen diese Gewähr ihrer Befolgung nicht in sich. Wenn man sich durch die Wendung zu helfen sucht, daß, wo gegen diese Gesetze gefehlt werde, eben kein Erkennen vorhanden sei, so legt man dadurch in das Erkennen selbst einen Wert hinein und trennt es damit völlig von den wertfreien Begriffen der Naturwissenschaft. Überdies zeigt jede erkenntnistheoretische Analyse, daß die Naturgesetze selbst sich nur aus den Erkenntnisgesetzen rechtfertigen lassen, es führt also zu einem Zirkelschluß, wenn man die Erkenntnisgesetze ihrerseits auf Naturgesetze zurückführt. Schon diese ersten Erwägungen zeigen uns, daß das Ver-

fahren der naturwissenschaftlich arbeitenden Psychologie nicht das unsere sein kann. Aber die bloße Zurückweisung des Psychologismus, die in den letzten Jahren von den verschiedensten Seiten geleistet wurde [3]), genügt nicht. Vielmehr müssen die Grundbegriffe wirklich psychologiefrei aufgestellt werden. Bei diesem Bemühen ergeben sich große Schwierigkeiten, die zeigen, wie eng doch psychologische und logische Begriffsbildung miteinander verflochten sind. Was an diesen Verwickelungen nur historische Bedeutung hat, fällt bei Ausbildung einer sachgemäßen Terminologie von selbst weg. Aber es bleiben positive Bezüge, die sich erst nach der prinzipiellen Trennung der Aufgaben exakt darstellen lassen. Erst wenn man auch diesen gerecht wird, hebt man den Psychologismus im vollen Sinne des Hegelschen Terminus auf.

Ihrem Wesen nach sind also die Grundsätze des Erkennens von Werten und Zielen abhängig; sie sind entweder selbst Ziele oder Voraussetzungen, deren Geltung für die Erreichbarkeit der Ziele erforderlich ist. In diesen beiden Formen treten sie in Vergangenheit und Gegenwart auf. So ist z. B. in Machs sensualistischem Positivismus die Sinnesempfindung Voraussetzung, die denkökonomische Beschreibung Ziel. Vielfach entstehen die Hauptschwierigkeiten eines Systems daraus, daß die Ziele des Erkennens doch zugleich als alles Erkennen erst ermöglichend vorausgesetzt werden. Diese Doppelstellung hat z. B. die platonische Idee, und die eigentümliche Vieldeutigkeit der Ideenlehre läßt sich wenigstens z. T. von hieraus verstehen.

Indessen begegnet die Bezeichnung des Erkennens als eines auf ein Ziel gerichteten Handelns einem gewissen Widerstreben. Wenn auch nicht geleugnet werden kann, daß beim wissenschaftlichen Menschen ein Wille zum Erkennen besteht, so wird doch nicht nur einem Anhänger

Schopenhauers der Wille als solcher in einem entschiedenen Gegensatze zum Erkennen zu stehen scheinen. Man könnte sagen: erkennen wollen, sei im Grunde ein Nichtwollen-Wollen, wozu denn allerdings subjektiv eine nicht unerhebliche Willensanstrengung gehöre. Nur diese subjektive Anspannung verführe zur Unterordnung des Erkennens unter das Handeln. Seinem eigentlichen Wesen nach stehe es in vollem Gegensatze zu alledem, was man sonst Handlung oder Tätigkeit nenne. Alle Handlung wolle etwas verändern. Das Erkennen wolle gerade seinen Gegenstand rein und unverändert erfassen. Es wird an einer späteren Stelle unsere Aufgabe sein, diesen Einwänden gegenüber endgültig Stellung zu nehmen. Hier beschäftigen sie uns nur insofern, als sie auf eine Schwierigkeit in der Bestimmung des Verhältnisses von Erkenntnisvoraussetzung und Erkenntnisziel aufmerksam machen. Die Bestimmung der Erkenntnisziele ist stets mit von der Art abhängig, in der die Voraussetzungen erfüllt sind. Es ist zum Beispiel notwendige Voraussetzung des Erkennens, daß die Erkenntnisinhalte vergleichbar sind. Die verschiedene Art und der verschiedene Grad aber, in dem diese Voraussetzung auf den verschiedenen Sinnesgebieten erfüllt ist, wird Grund für den verschiedenen Anteil dieser Empfindungsgattungen am Aufbau des objektiven Weltbildes und damit am Erkenntnisziel. So scheint überall in den Voraussetzungen schon das Ziel zu stecken, oder das Ziel des Erkennens scheint vorausgesetzt werden zu müssen, damit es erstrebt werden könne. Dies paradoxe Verhältnis hat Platon zu seiner Lehre von der Wiedererinnerung an das vorzeitige Schauen der Ideen geführt. Spätere, die nicht so naiv die Ziele hypostasierten, haben doch alles zu Erkennende als in den Erkenntnisvoraussetzungen angelegt gedacht und so versucht, den echten Begriff der Entwick-

lung auf das Erkennen anzuwenden. Wir dürfen hier flüchtig an Hegel erinnern. Wir begnügen uns am Anfang mit den vorläufigen Andeutungen, die wir über Voraussetzung und Ziel vorangestellt haben; zu einem Aufschluß über ihr wahres Verhältnis zueinander können wir nicht eher kommen, als bis wir ihren Inhalt bestimmt haben. Nur daß beide innig zusammenhängen, daß die einen nicht ohne fortwährende Beziehung auf die andern gesucht werden können, muß schon an dieser Stelle betont werden.

Wir haben im Untertitel ferner diesen Versuch, Voraussetzungen und Ziele des Erkennens klarzustellen, als Untersuchungen über die Grundfragen der Logik bezeichnet. Auch hieran bedarf mehreres der Rechtfertigung. Zunächst, warum ich Untersuchungen anstelle, anstatt ein System zu erbauen, dann aber, mit welchem Rechte ich diese Untersuchungen als den Grundfragen der Logik gewidmet bezeichne.

Was den ersten Punkt betrifft, so sei hervorgehoben, daß das Ziel der Untersuchungen durchaus im System liegt. Weit entfernt, dem systemfeindlichen Modegeist Zugeständnisse zu machen, bin ich vielmehr fest überzeugt, daß alle Philosophie, ja alle Wissenschaft immer wieder zum System strebt. So hoffe ich auch, daß der Wille zum System nicht nur, sondern auch die systematische Einheit aller Teilresultate dem Leser deutlich entgegentreten wird. Aber das System, dem diese Untersuchungen zustreben, ist das System der Logik, ein innerlich, sachlich begründeter Zusammenhang, nicht ein zufälliges, persönliches System des Verfassers. Und diesem System glaube ich besser zu dienen, wenn ich die Untersuchungen so gebe, wie sie sich mir notwendig gemacht haben, von verschiedenen Ausgangspunkten beginnend, doch aber in steter Wechselwirkung miteinander stehend. Vor allem brauche ich auf

diese Weise keine Lücken durch Verlegenheitsbehelfe zu verstopfen. Es liegt mehr im Interesse der weiteren Forschung, einzugestehen, wo zurzeit noch ungelöste Probleme sind, als durch einen Schematismus (dies gefährliche Surrogat des echten Systems) über die mangelnde Kenntnis andere und, was am schlimmsten ist, sich selbst zu täuschen.

Etwas weiter ist bei Verteidigung des zweiten Punktes auszuholen. Gerade über den Begriff und das Wesen der Logik besteht lebhafter Streit. Natürlich kann die hier vertretene Auffassung sich auch erst im Fortgange der Untersuchungen selbst rechtfertigen, in der Einleitung soll sie nur vorläufig dargestellt werden. Ausgehen können wir dabei von dem Anspruche der Logik, philosophische Grundwissenschaft zu sein. In doppelter Art läßt sich dieser Anspruch verteidigen. Da alles Erkannte und alles zu Erkennende den Bedingungen des Erkennens sich fügen muß, sind die logischen Grundsätze wie die gewissesten, so auch die allgemeinsten Aussagen, die behauptet werden können. „Vernünftige Gedanken von allen Dingen überhaupt" können nur logische Sätze sein. Zugleich sind aber die Grundsätze der Logik Prinzipien zielbewußten Handelns. Der Geist orientiert sich hier über das letzte Wesentliche seines eigensten Bestrebens. Wenn alle philosophischen Wissenschaften es mit Werten zu tun haben, so nimmt unter ihnen die Logik eine ausgezeichnete Stellung ein. Hier und nur hier ist die untersuchende Tätigkeit derselben Art wie der untersuchte Wert. Das Denken besinnt sich auf die selbstgewissen Grundsätze seines eigenen Tuns. Diese Selbstgewißheit fehlt notwendig allen andern philosophischen Wissenschaften; in Ethik und Ästhetik sucht das Denken die Grundwerte eines ihm fremden Geistesgebietes zu erforschen. Während es logisch widersprechend ist, den Gegensatz von Wahrheit und Falschheit und damit

die Geltung logischer Grundsätze überhaupt zu leugnen, liegt kein logischer Widerspruch darin, wenn man die allgemeine Geltung ethischer Werte bestreitet[4]). Diese besondere Gewißheit der Logik hat zur Folge, daß ihre Ergebnisse den andern Wertwissenschaften Ausgangspunkte der Orientierung werden. So wenig Berechtigung die sachliche Zurückführung aller Werte auf die der Erkenntnis hat, so notwendig ist die formale Orientierung aller Wertwissenschaften an der Logik.

Die eben geschilderte doppelte Bedeutung gewinnt aber die Logik nur, wenn man ihr die Untersuchung der Erkenntnisprinzipien selbst zuweist. Der Schulbetrieb der formalen Logik hat uns vielfach daran gewöhnt, die Grundsätze als selbstverständlich vorauszusetzen und die feine Durchführung eines bloßen Formalismus für das Wesentliche zu halten. Auf dieser Stufe steht auch oder stand doch bis ganz vor kurzem die mathematische Logik, nur daß sie die Schlußformeln durch einen Algorithmus ersetzen will. Man könnte dieses Absehen von den prinzipiellsten Untersuchungen durch Analogien aus der Geschichte der Mathematik zu rechtfertigen suchen. Der Zusammenhang der Sätze eines mathematischen Gebietes ist fast stets viel früher entwickelt worden, ehe man es für nötig fand, das vollständige System seiner Grundsätze und die Tragweite jedes einzelnen Axiomes festzustellen. Aber die einfache Beherrschbarkeit des Quantitativen konnte den Mangel einer vollständigen Erkenntnis der Axiome einigermaßen ersetzen, und vor allem ist die Abzweckung der Mathematik, wie schon Platon erkannte, mindestens zunächst nicht auf die Prinzipien gerichtet, sondern auf das System begründeter Folgerungen; die Philosophie dagegen bewegt sich innerhalb der Prinzipien, wie das als Motto der Einleitung gewählte Wort Platons sagt. Vom philosophischen Standpunkte aus kann

daher ein logischer Algorithmus nur sekundäres Interesse haben und nur von prinzipiellen Untersuchungen her gerechtfertigt werden. Diese Überlegungen zeigen zugleich, daß die Trennung von Erkenntnistheorie und Logik nicht wesentlich, sondern höchstens praktisch pädagogisch bedeutsam ist. Man weist zuweilen der Logik die Erkenntnisformen, der Erkenntnistheorie die allgemeinen und wesentlichen Eigenschaften der Erkenntnisinhalte zu. Aber diese ganze Unterscheidung von Form und Inhalt muß gerechtfertigt werden, und es ist ein wesentliches Ziel der folgenden Untersuchungen, zu zeigen, daß diese beiden Begriffe nur in beständiger Korrelation zueinander untersucht und erfaßt werden können [5]).

Umgekehrt ist es ganz unmöglich, die „erkenntnistheoretischen" Probleme zu lösen, ohne fortwährend auf „logische" Fragen Rücksicht zu nehmen. Wenn man die Voraussetzungen der Wirklichkeitserkenntnis untersucht, so muß überall der leitende Gesichtspunkt sein: welche Anforderungen stellt die Möglichkeit des Erkennens an das zu Erkennende. Dazu aber ist vor allem nötig, eben die relativ zur Wirklichkeitserkenntnis formalen Denkgesetze richtig zu erfassen. Wie innig beides zusammenhängt, davon kann uns ein flüchtiger historischer Rückblick überzeugen.

So lange man in der aristotelischen Logik eine sichere und genügende Grundlage zu haben glaubte, war mindestens die Formulierung des Erkenntnisproblems klar. Da es sich überall um das Verhältnis des Allgemeinen zum Besonderen handelte, so fragte es sich, wie in der Wirklichkeit das Allgemeine existiere (Universalienproblem). Aber dabei war eine Auffassung des Erkennens als eines Abbildens der Wirklichkeit naiv vorausgesetzt.

Die Opposition der Renaissance gegen die Scholastik war in den ersten Generationen, soweit es sich überhaupt

um Philosophie handelte, wesentlich naturphilosophisch orientiert. Gerade von hier aus jedoch entstand eine tiefere logische Untersuchung, da das aristotelisch-scholastische Schema der wirklichen Arbeit der Forschung nicht entsprach. In Descartes vereinigt sich das Streben nach einer Methode der Forschung mit dem andern nach den sicheren Grundlagen alles Erkennens. Aber es blieb bei genialen Ansätzen — in der Fassung des Ich sowohl wie in der Theorie des Urteils — zum großen Teile, weil Descartes einerseits das Ich als Voraussetzung des Erkennens psychologisch-metaphysisch hypostasierte, anderseits weil er logische Grundsätze und praktische Vorschriften für den Forscher nicht auseinander hielt[6]). Leibniz, durch und durch systematischer Denker trotz seiner unsystematischen Schreibart, zugleich gegen Aristoteles gerechter, als es die Führer einer neuen Zeit sein konnten, versucht eine Verbindung seiner neuen Einsichten mit der alten Logik, die sehr folgenreich hätte werden können, wenn Leibniz nicht identischen Sätzen und analytischen Folgerungen echt rationalistisch eine ganz falsche Bedeutung beigemessen hätte. Zudem wurde nirgends sein tiefstes Streben verstanden. Man sah nicht, daß sein Rationalismus nur darum so verwickelt wurde, weil er sich mit allen Gegengründen aufs ernsteste auseinandersetzte. Hätte man dies erkannt, so wäre von Leibniz aus unter Negation des Ontologismus ein direkter Übergang zur kritischen Philosophie möglich gewesen[7]). So aber diente Leibniz einer ganz reaktionären Wiederaufnahme der logischen Tradition zum willkommenen Vorwand. Wichtig wurde diese Reaktion, weil Kant in ihren Bann geriet. Seine transzendentale Logik blieb so wesentlich unverbunden neben der gewöhnlichen stehen, und an der Stelle, an der beide nun doch verknüpft wurden, bei der Ableitung der Kategorientafel

aus der Tafel der Urteile, wurde der geniale Grundgedanke, die Formen der Wirklichkeitserkenntnis vom Urteile her zu gewinnen, durch die wesentlich traditionelle, sachlich unbegründete Form der Urteilstafel verdorben. Fichte und Hegel haben diesen Grundschaden des Kritizismus erkannt, sie haben eine neue Logik geben wollen, aber zum zweiten Male mischte sich der metaphysische Rationalismus in den Plan des Neubaues — diesmal unter Anerkennung der Unmöglichkeit, aus Identitäten fruchtbare Erkenntnisse zu gewinnen. Der Sturz des Hegelschen Systems führte in der Logik die bei allem Scharfsinn so gedankenleere Reaktion der Herbartianer zum Siege. Freilich blieb dieser Sieg auf die Logik als solche beschränkt, die übrige Wissenschaft kümmerte sich kaum darum. Und auch innerhalb der Logik erhob sich der Widerstand der Empiristen. Mill wirkte trotz aller Schwächen als Anstoß mächtig. Sigwarts Werk bedeutet für jeden, der es sich wirklich zu eigen macht, den Sturz, die endgültige Vernichtung der logischen Tradition. Zum Aufbau freilich fehlte Sigwart die sichere erkenntniskritische Grundlage. Sie haben die Kritizisten in ihrem Kampfe gegen den Psychologismus zurückerobert, indem sie mehr und mehr den kritischen Kern des kantischen Gedankens von seinen historischen Umschlingungen befreiten. Wird dieser dritte Ansturm gegen die traditionelle Logik gelingen? Mir scheint, daß von der Beantwortung dieser Frage die Zukunft der Philosophie wesentlich abhängt. Aber — das muß uns die Geschichte lehren — gelingen kann er nur, wenn es zu einem systematischen Neubau kommt, und wenn dieses System in allen seinen Teilen streng kritisch geprüft und begründet wird. Hiermit ist die Aufgabe gestellt. Bei den Prinzipien gilt es zu beginnen, sie gilt es streng zu formulieren, zu beweisen und in ihrer Tragweite darzulegen.

Der Gang unserer Untersuchungen führt zuerst zu den allgemeinsten Voraussetzungen, von ihnen aus wird zugleich die Notwendigkeit eines Urteilszusammenhangs als des Zieles bewiesen. Unter den Systemen dieser Art sind die rein konstruktiven durch ihre Einfachheit vorbildlich. Über den Charakter eines solchen Zusammenhanges und seiner besonderen Voraussetzungen soll uns dann die Mathematik belehren. Aber sie bietet uns noch mehr: Aufschluß nämlich über die so wichtigen Begriffe: Zahl, Raum, Unendlichkeit, ohne deren Klärung eine Untersuchung des Verhältnisses von Wissenschaft und Wirklichkeit der Unterlagen entbehrt. Diese Untersuchung erfüllt den dritten Teil. Dabei wird die Kategorie in ihrer Bedeutung erfaßt werden. Endlich ist noch zu zeigen, wie die einzelnen Ergebnisse systematischen Zusammenhang untereinander und mit andern philosophischen Einsichten gewinnen. Dieser vierte Teil gibt nachträglich den einzelnen Ergebnissen der vorangehenden Untersuchungen Einheit und Ganzheit, erst in ihm ist auch die letzte Klärung vieler Begriffe möglich.

Erster Teil.

Die Voraussetzungen alles Erkennens.

Es ist hier unsere Absicht, die entscheidenden Grundsätze zu gewinnen, die unsere weitere Arbeit leiten sollen. Wir werden dabei, ohne uns an irgend ein vorliegendes System anzuschließen, überall von einer möglichst einfachen und unmittelbaren Auffassung der Probleme selbst ausgehen, damit der Wert und Sinn dieser Sätze völlig klar werde. Das bedeutet natürlich nicht, daß wir die Hilfe der großen Arbeit älterer und neuerer Denker verschmähen, sondern nur, daß wir auch das von ihnen Gefundene selbständig neu zu erzeugen suchen. Bei dem Mangel an Einheit auch und gerade über die ersten Voraussetzungen führt dieser Weg rascher zum Ziele als eine Auseinandersetzung mit den Vorgängern. Wo sich uns im Laufe unserer Untersuchung eine Hilfe darbietet, werden wir sie natürlich dankbar benutzen.

Unsere Methode ist in diesem ersten Teile analytisch oder regressiv. Vom Erkennen im allgemeinen und seiner Stellung zum erkennenden Ich gehen wir aus, da die Auffassung dieses Grundverhältnisses entscheidend für alles andere ist. Die eigentlich logischen Grundsätze aber lassen sich nicht vom Erkenntnisganzen, sondern nur von der einfachsten vollständigen Erkenntnis, d. h. vom Urteil her gewinnen. Die Analyse des Urteils ist daher Aufgabe des zweiten Kapitels. Endlich bedarf unter den Bestandteilen

des Urteils die Relation einer besonderen Behandlung, weil von ihr aus die Notwendigkeit eines Systems von Urteilen als Erkenntnisziel erweislich und auch die Art eines solchen Systems verständlich ist. So verengt sich von Kapitel zu Kapitel das Untersuchungsgebiet. Dabei schließt aber jedes Kapitel mit Sätzen von selbständiger Bedeutung ab.

Kapitel I.

Das erkennende Ich.

§ 1. Der Satz der Immanenz.

Schon die Formulierung unserer Aufgabe faßt das Erkennen als Ziel und setzt damit ein Ich voraus, dem es Ziel ist. In diesem Sinne ist im Erkennen ein Ich unzweifelhaft mitgesetzt. Aber bleibt im Ziele selbst, im vollendeten Erkennen, noch dieses Ich wesentlich, oder ist es nicht vielmehr hier gleichsam ausgelöscht, um einem rein objektiven Zusammenhange Platz zu machen? Diese Frage ist keineswegs abzuweisen mit dem einfachen Hinweis darauf, daß „Objekt" ein Relationsbegriff und ohne zugehöriges Subjekt undenkbar ist. Denn man könnte dieser Folgerung durch eine einfache Änderung der Terminologie zu entgehen suchen und etwa statt von einem Objekt von „Sachen" als von Erkenntniszielen reden.

Also ist eine besondere Untersuchung nötig, um herauszufinden, ob und wie noch der Gegenstand des vollendeten Erkennens (nicht nur das Erkenntnisstreben) vom Ich abhängig ist. Diese Untersuchung geht vom Ziel aus, aber nur um die Voraussetzungen zu finden, die in diesem Ziele stecken. Da nun hier eine exakte Formulierung des Zieles natürlich noch nicht vorhanden ist, so müssen wir

an irgend eine vorläufige anknüpfen, und wir wählen zu diesem Zwecke eine besonders auch außerhalb der philosophisch interessierten Kreise weit verbreitete Ansicht, die einer sachlichen Abhängigkeit des Erkennens vom Ich möglichst feindlich gegenübersteht.

Fragt man heute den Vertreter irgend einer Natur- oder Geschichtswissenschaft, was er mit seiner Arbeit eigentlich bezwecke, so wird die Antwort in den meisten Fällen etwa lauten: er wolle die Gegenstände seiner Wissenschaft erkennen, wie sie sind. Es liegt in dieser Antwort ein polemisches Moment. Einst suchte man ein „Wesen" „hinter" den Dingen, heute begnügt man sich, wenn man die Dinge selbst kennt. Gerade aus dieser antimetaphysischen Stimmung heraus haben auch Logiker sich diese Ansicht zu eigen gemacht. Richtig ist eine Erkenntnis, so hört man wohl, wenn sie die Dinge wiedergibt, wie sie sind. Einfache Beispiele scheinen eine solche Auffassung zu unterstützen. Es ist eine Erkenntnis, wenn das Kind durch vergebliches Ausstrecken der Hände eingesehen hat, daß der Mond sich nicht greifen läßt, oder beim Fahren in einem Kahne, daß nicht das Ufer, sondern der Kahn sich bewegt. Das zweite Beispiel führt uns hinüber auf die wichtigste aller astronomischen Entdeckungen, auf die Überwindung des geozentrischen Weltsystems durch Kopernikus, und wie hier, so scheint überall in der Naturwissenschaft allen den mannigfaltigen Bemühungen der Forscher der Zweck vorzuschweben, die gewöhnlichen Kenntnisse von den Dingen vom Schein zu befreien und über die Grenzen des zufälligen subjektiven Erlebens hinaus zu bereichern. Auch der kritische Historiker sucht durch alle Trübungen der Quellen hindurchzublicken, damit seinem Geiste sich die Ereignisse der Vergangenheit darstellen, „wie sie eigentlich gewesen".

Die Scheinbarkeit dieser Ansicht enthebt den Logiker nicht der Pflicht, sie näher zu prüfen. Eines stellt sich ja, so wie man sich diese erste Zielbestimmung des Erkennens ansieht, deutlich heraus: Sie ist nicht vollständig. Wenn ich sage, ich wolle die Dinge erkennen, wie sie sind, so schließt dies ein, daß ich ohne besondere Arbeit eine solche Erkenntnis nicht habe. Den Dingen, wie sie sind, treten also irgend welche unreine Spiegelungen, Abbilder, Erscheinungen oder wie man immer will der Dinge gegenüber, die erst von fremden Bestandteilen gereinigt werden müssen. Diese fremden Bestandteile können, da sie nicht den Dingen entstammen, nur irgendwelche Täuschungen unserer ersten Ansicht der Dinge sein, Idole im Sinne Bacos von Verulam. Die Fehlerquellen, die beseitigt werden müssen, liegen also irgendwie in unserem Ich. Wenn man hinzufügt, daß auch der beschränkte Umfang unseres Wissens von der besonderen Stellung des Ich zu den Dingen herrührt, so wird leicht zugegeben werden, daß sich unserer ersten Formel die erweiterte Gestalt geben läßt: Die Dinge erkennen, wie sie sind, unabhängig von den Zutaten, Verschiebungen und Weglassungen, die unser Ich an ihnen verschuldet. Es wird auf diese Weise deutlich, daß hier zweierlei vorausgesetzt ist: erkennbare Dinge unabhängig vom Ich und ein Ich, das zunächst diese Dinge nur unter verfälschenden subjektiven Zutaten kennen lernt. Das Endziel der so erfaßten Erkenntnisarbeit wäre dann eine dem Umfange nach vollständige, dem Inhalte nach von subjektiven Zutaten gereinigte Welterkenntnis. Unter Welt ist dabei der Inbegriff alles dessen verstanden, was vorher „Dinge“ genannt wurde. Die Einführung dieses Inbegriffs rechtfertigt sich unter der weiteren Voraussetzung, daß die Dinge nicht isoliert voneinander bestehen, sondern nur in

ihren gegenseitigen Beziehungen Dasein haben und erkannt werden können. Diese Voraussetzung wird von den Vertretern der erörterten Ansicht leicht zugegeben werden.

Um die Ansicht nachzuprüfen, daß Erkennen eine Erfassung des Wirklichen unter Ausschaltung der Zutaten des erlebenden Ich ist, wird es nötig sein, die einzelnen Fälle, die diese Formel zusammenfaßt, nacheinander zu analysieren. Man wird sich dabei auf einige Hauptklassen beschränken dürfen, deren Untersuchung bereits die wichtigsten Gesichtspunkte der Kritik ergibt. Diese Hauptklassen verhalten sich zueinander wie verschiedene Stufen in der Eliminierung des Subjektiven. Es bedeutet ja augenscheinlich wesentlich mehr, wenn die Naturforschung Farben und Töne als subjektiv bezeichnet, als wenn etwa ein Richter aus den von individuellen Affekten und Beobachtungsfehlern entstellten Zeugenaussagen eine objektive Erkenntnis des Tatbestandes herausschälen will. Wir beginnen mit einem Falle dieser zweiten Art und nehmen, um das Beispiel einfach und lehrreich zu gestalten, an, wir wollen den wirklichen Sachverhalt eines Ereignisses feststellen, dessen Zeugen wir selbst waren. Wir nehmen weiter an, daß dies Ereignis außer uns noch andere Zeugen gehabt und irgendwelche zur Zeit der Feststellung noch vorhandene objektive Spuren zurückgelassen hat. Ausgehen wollen wir von der Prüfung dessen, was wir selbst erlebt haben. Wir seien z. B. vorübergegangen, während ein Wagen einen Fußgänger überfuhr und suchen nun in der Erinnerung festzustellen, was wir eigentlich erlebt haben. Dabei steht unsere kritische Prüfung im Gegensatze zum Verfahren dessen, der zu künstlerischen Zwecken oder um die Unterhaltung zu beleben, eine möglichst anschauliche, eindrucksvolle Darstellung erstrebt. Wir schalten umgekehrt vor allem unsere Gefühle möglichst aus und

entfernen gleich bei der ersten Prüfung der eigenen Erinnerung alles, was die nachträgliche Verarbeitung und der Affekt dem Erlebten hinzugetan haben, suchen aber dann möglichst vollständig alle die Züge aufzufinden, die bei größter Anstrengung noch irgendwie festgehalten werden können. Ohne auf alle die Schwierigkeiten einzugehen, die die neuere Psychologie in diesem Vorgang erkannt hat, nehmen wir an, daß es gelungen sei, das eigene Erlebnis in seinen Hauptzügen wieder herzustellen. Nun zeigt aber diese Darstellung Lücken, sie zeigt auch Widersprüche den objektiven Spuren des Ereignisses gegenüber oder gegen die Darstellung der anderen Zeugen, von der wir einmal annehmen, daß sie demselben Reinigungsprozeß wie unsere eigene Aussage unterworfen worden sei. Die Fehler erklären sich aus dem Standpunkte unserer Beobachtung, aus Sinnestäuschungen, Einseitigkeiten der Auffassung oder ähnlichen Gründen. Sie werden als wirklich aufgeklärt nur dann angesehen werden können, wenn die Ursache ihres Zustandekommens erkannt ist. Die Lücken erklären sich vor allem aus der Unmöglichkeit, alle Seiten eines Vorganges gleichzeitig aufmerksam aufzufassen und alles Aufgefaßte im Gedächtnis zu behalten. Nehmen wir nun an, es sei mit Hilfe der noch vorhandenen Spuren und der verschiedenen Zeugenaussagen gelungen, eine vollständige, objektive Darstellung des Ereignisses zu geben. Wie kann man das Ziel dieser Bemühungen im Vergleich zu den Ausgangspunkten genau bestimmen? Was hier an Subjektivitäten beseitigt wurde, sind zum Teil Einflüsse der nicht erkennenden Interessen des erlebenden Individuums auf seine Erlebnisse, z. T. Fehler und Lücken, die aus der Stellung zum Erlebnisse, der Richtung der Aufmerksamkeit usw. hervorgehen. Was wir erhalten, ist eine Darstellung des Ereignisses, wie es unter ideal

günstigen Bedingungen erlebt werden könnte. Da ist kein Zug, der sich von der sinnlichen Wirklichkeit entfernte. Wir können also sagen: Das Ziel eines solchen Erkenntnisvorganges ist, das Ereignis so darzustellen, wie es durch ein rein theoretisches menschliches Individuum, das zu jeder Phase die günstigste Stellung eingenommen und mit allseitiger Aufmerksamkeit erlebt hätte, wahrgenommen worden wäre.

Auf der bisher erreichten Stufe des Erkennens ist also das individuelle, von seinen Gefühlen beeinflußte, Weniges von beschränktem Standpunkte aus erlebende Ich ersetzt durch ein normales, menschliches Ich, das vollständig und rein intellektuell erlebt. Der Zusatz „menschlich" ist keineswegs überflüssig, wie eine vorgreifende Vergleichung mit der Erkenntnisart der Naturwissenschaften lehrt. Dort wird eine objektive Welt konstruiert, in der es weder Farben noch Töne gibt, die also, man mag sie sonst denken, wie man will, jedenfalls so, wie sie ist, von einem menschlichen Individuum nicht mehr erlebt werden könnte. Hier ist davon noch nicht die Rede. Die objektiv erkannten Ereignisse dieser Erkenntnisstufe sind mögliche, menschliche Erlebnisse. Fragen wir nun, was als gültig vorausgesetzt werden muß, damit eine Erkenntnis dieser Art möglich sei, so erscheint es leichter, mit der Aufzählung dieser Voraussetzungen anzufangen, als aufzuhören. Es handelt sich an dieser Stelle auch keineswegs um eine vollständige Aufzählung alles dessen, was in dem eben abgeleiteten Erkenntnisziele implizite mitbehauptet ist, sondern lediglich um die Heraushebung einiger Hauptgruppen dieser Voraussetzungen. Augenscheinlich muß es mehrere menschliche Individuen in einer ihnen gemeinsamen Welt geben, damit es überhaupt Sinn hat, sich auf den Standpunkt eines vollständig und rein theoretisch erlebenden Menschen

zu stellen. Weiter aber wird vorausgesetzt, daß ungeachtet ihrer Verschiedenheit die verschiedenen Menschen eine gemeinsame Art des Erlebens haben. Analysiert man diese letzte Behauptung näher, so ergibt sich, daß sie zweierlei einschließt. Einmal wird angenommen, daß die sinnliche Erregbarkeit gemeinsame Grundzüge aufweist. In der Empfindung ist der Mensch passiv. Hier fühlt er sich als abhängig von einer fremden Objektivität. Wenn es sich also um die Herausarbeitung der objektiven Ereignisse und Dinge handelt, so scheint überall an die Empfindung angeknüpft werden zu müssen. Aber die Gleichheit der Empfindungen verschiedener Menschen bei derselben objektiven Veranlassung ist höchst problematisch. Sie wird freilich bei jeder Demonstration, bei jedem „sieh da" oder „höre" vorausgesetzt. Aber mannigfaltige Erfahrungen beweisen, daß selbst nach Beseitigung des verschiedenen Standpunktes der Erlebenden noch Verschiedenheiten der sinnlichen Auffassung übrig bleiben. Für viele praktische Zwecke genügt es, einen Menschen von normaler sinnlicher Empfänglichkeit, der also nicht schwerhörig, farbenblind usw. ist, vorauszusetzen. Der Erfolg beweist, daß damit eine, für die meisten Aufgaben des gewöhnlichen Lebens ausreichende Gleichheit erzielt ist. Aber es bleibt dabei augenscheinlich ein Problem zurück, das bei der Ausbildung der naturwissenschaftlichen Weltauffassung als Anreiz mitgewirkt hat.

Die Gemeinsamkeit der sinnlichen Organisation genügt aber nicht. Bei der Beschreibung des Vorgehens auf dieser Erkenntnisstufe hat sich gezeigt, daß mit den Erlebnissen und ihren Erinnerungen eine kritische Sichtung vorgenommen wird. Soll das Ergebnis dieser Kritik für alle bindend sein, so müssen ihre Grundsätze für alle gemeinsam gelten. Wenn zwei Zeugen von demselben

Dinge zwei einander ausschließende Eigenschaften, z. B. zwei verschiedene gleichzeitige Farben an derselben räumlichen Stelle behaupten, so muß eine von beiden Behauptungen falsch sein. Grundsätze dieser Form werden fortwährend angewendet: ihre Gültigkeit ist also Voraussetzung. Gewisse Grundsätze dieser kritischen Erkenntnisarbeit sind eigentlich nie im Ernst von einem Menschen angezweifelt worden, während allerdings über ihre besonderen Anwendungen Streit möglich ist. Aber auch dieser Streit kann immer nur mit Hilfe der letzten Gesetze des Erkennens entschieden werden, setzt diese also voraus. Die Gemeinsamkeit, die auf dem Gebiete der Empfindung so problematisch ist, scheint also hier sichergestellt zu sein. Aber diese Gemeinsamkeit betrifft nun gerade nicht das, was passiv vom erkennenden Ich hingenommen wird, sondern die Grundsätze der Arbeit dieses erkennenden Ich selbst. Von den beiden geforderten Eigenschaften des Erkennens, der Objektivität und der Gemeinsamkeit, scheint also die erste den sinnlichen Empfindungen, die zweite der kritischen Arbeit des Denkens zuzukommen. Dieses Verhältnis ist einer der Gründe für das Aufkommen entgegengesetzter Erkenntnistheorien. Die volle Bedeutung dieses Verhältnisses wird uns erst klar, wenn wir beachten, daß die Gültigkeit der Denkgrundsätze nicht nur im Denken, sondern in der gemeinsamen Welt vorausgesetzt wird. Wenn z. B. das Kausalgesetz nicht gälte, wäre von keinem auch noch so einfachen Ereignis eine objektive Erkenntnis zu gewinnen. Es gehen die Grundsätze des Erkennens in die gemeinsame Welt ein. Diese gemeinsame Welt gewinnt dabei eine eigentümliche Doppelstellung zur Erkenntnisarbeit. Sie ist einerseits Voraussetzung, sofern ohne ihre Existenz das Absehen vom Individuellen des einzelnen Subjektes keinen Sinn hätte, andrerseits ist sie Ziel, d. h.

für uns nirgends vor der Erkenntnisarbeit vorhanden, sondern überall erst durch diese Arbeit zu gewinnen. Geht man diesen Verhältnissen weiter nach, so zeigt sich, daß unsere erste Erkenntnisstufe überall über sich selbst hinausweist. Die Grundsätze der Prüfung, wie sie gewöhnlich verwendet werden, vertragen keine strenge Formulierung. Wir nehmen Dinge an, die sich gleich bleiben; aber der Baum verliert seine Blätter, das Holz verbrennt, der Fels zerbröckelt. Wir nehmen an, daß gleiche Ursachen gleiche Wirkungen haben, aber unter welchen Bedingungen dürfen wir zwei Ursachen gleich nennen? Augenscheinlich arbeiten wir gewöhnlich mit unexakten, ungenau festgestellten Erkenntnismitteln, deren Genauigkeit für viele Fälle genügt, oft aber schon für die Zwecke des praktischen Lebens nicht mehr ausreicht.

Daß die Erkenntnis dieser Stufe nichts Endgültiges ist, läßt sich aus der Formulierung ihres Erkenntniszieles noch in anderer Weise ableiten. Es war hier ein allseitig auffassendes Subjekt vorausgesetzt. Eine solche allseitige Auffassung aber würde an jedem Ding und jedem Vorgang Unzähliges konstatieren; man würde auf diese Weise niemals mit der Erkenntnis irgend eines Stückes der Welt zu Ende kommen können. Praktisch verhält es sich hier so, daß an Stelle der zufälligen Beschränktheit des auffassenden Individuums der besondere Zweck des Erkennens die Auswahl übernimmt. Wenn es sich z. B. um einen Fall von Überfahren handelt, sucht man jeden Zug im Verhalten des Kutschers, der für die Beurteilung seiner Sorgsamkeit oder Achtlosigkeit wichtig ist, festzustellen. Welche Lichtstrahlen aber im entscheidenden Moment auf sein Beinkleid fielen, erscheint gleichgültig. Ebenso wird durch dem Erkennen fremde Zwecke festgestellt, welche Grenzen das jeweils zu erkennende Ereignis hat. Denn bei

der Verbindung aller Dinge miteinander würde man sonst jedesmal ins Endlose fortschreiten müssen. Wird also hier überall Auswahl und Abgrenzung durch erkenntnisfremde Motive bewirkt, so muß, falls es ein reines Erkennen gibt, in diesem ein neues Auswahlprinzip eintreten. In der Tat ist in den Wissenschaften, die, was die Ausschaltung des Subjektiven betrifft, auf dieser Stufe stehen bleiben, in den historischen Disziplinen, das Auswahlprinzip das eigentliche methodologische Problem. Da wir es hier noch nicht mit den einzelnen Wissenschaften als solchen, sondern mit der Stellung des Erkennens zur objektiven Welt zu tun haben, müssen wir diese Fragen beiseite lassen. Erst später kann gezeigt werden, daß das Stehenbleiben auf der Stufe des gewöhnlichen Lebens durchaus nicht nur Verlust, sondern gleichzeitig reichen Gewinn bringt.

Dagegen muß ein Blick auf das Verfahren der Naturwissenschaften geworfen werden, sofern diese in der Ausschaltung des Subjektiven eine prinzipiell vorgeschrittenere Stellung einnehmen als das bisher betrachtete gewöhnliche Erkennen eines einzelnen Ereignisses. Unter Weglassung aller Zwischenstufen, die in biologischen, chemischen und anderen speziellen Naturwissenschaften, sei es dauernd, sei es bei einem bestimmten Stande der Forschung eingenommen werden müssen, stellen wir uns hier sogleich auf den Standpunkt der theoretisch vorgeschrittensten Wissenschaft, der allgemeinen Physik. Ihre Konstruktion der Welt weiß nichts mehr von den Verschiedenheiten der sinnlichen Qualitäten. Die Ausschaltung mag im frühesten Entwurfe einer solchen Theorie von dem Motive geleitet gewesen sein, die Verschiedenheit der menschlichen Auffassungen radikal zu beseitigen. In späteren Stadien der Wissenschaft ist die Hauptabsicht eine andere. Es handelt sich dann wesentlich darum, alle Änderungen der Welt

durch das Denken zu beherrschen, alle Verschiedenheiten also auf solche zurückzuführen, die nicht einfach hingenommen zu werden brauchen, sondern die aneinander gemessen werden können und dadurch die Möglichkeit haben, zueinander in berechenbare Verhältnisse zu treten. Diese Quantifizierung der Welt behält an sinnlichen Elementen höchstens das Minimum bei, das ihren Quantitäten einen Inhalt gibt und ihre Zahlen zu benannten Zahlen macht. Es ist dabei für unsere Betrachtung gleichgültig, ob die letzte Naturwissenschaft als Mechanik oder ob sie als allgemeine Energetik gedacht wird; denn die genannten, für uns allein wichtigen Züge sind beiden gemeinsam. Beide verzichten in ihren Resultaten auf Erlebbarkeit. Wenn man glaubt, sich die Welt der letzten Naturwissenschaft erlebbar machen zu können, so täuscht man sich. Man setzt dabei etwa an Stelle der Atome, die durch lauter quantitative Beziehungen charakterisiert sind, kleine graue Steinchen, die wie die Sonnenstäubchen im Raum herumtanzen, oder man ersetzt die Energie, diesen streng quantitativ definierten Allgemeinbegriff, durch Vorstellungen des eigenen Wirkens und des erlittenen Widerstrebens[1]). Die Frage, welche Reste der Empfindungen sich auch in diesen letzten Abstraktionen notwendig noch finden, wird uns an einer späteren Stelle zu beschäftigen haben. In diesem Zusammenhang genügt es, zu konstatieren, daß diese Reste, welches immer ihre Bedeutung sein mag, nicht dazu genügen, noch überhaupt die Bestimmung haben, die Konstruktionen dieser letzten Theorie erlebbar zu machen. Wenn hier also ein Verzicht geleistet wird, so steht dieser im Dienste einer anderen Aufgabe: die Welt soll durch das Denken beherrschbar gemacht werden. Jene Formen des Erkennens, die uns schon bei der kritischen Arbeit der gewöhnlichen Erkenntnis entgegen-

getreten sind, haben sich hier von fremden Zutaten gereinigt und zu Alleinherrschern gemacht. Damit ist aber auch diese Stufe der Erkenntnis in Abhängigkeit geblieben von dem aktiven Kern des Ich, dem diese Erkenntnisfunktionen angehören. Vielleicht kann das durch nichts deutlicher gemacht werden als durch den Nachweis, daß in verschiedenen philosophischen Systemen der Erkenntniswert der letzten naturwissenschaftlichen Konstruktion abhängt von der Leistung, die man den rationalen Formen zutraut. Der alte ontologische Rationalismus, nach dessen Überzeugung klare und deutliche Erkennbarkeit für die Realität des Erkannten gültiges Zeugnis ablegt, glaubt in der mechanischen Physik eine Erkenntnis des wahrhaft Wirklichen an der Körperwelt zu besitzen[2]). Bei Kant, dem alle Notwendigkeit von den Kategorien des Denkens abhängt, und der den Kategorien eine Bedeutung außerhalb der Erscheinungswelt bestreitet, wird die Natur der Naturwissenschaft die notwendige Erkenntnis dieser Erscheinungswelt. Der Sensualismus, der eine besondere Erkenntnisbedeutung der Vernunftformen überhaupt bestreitet, kann in der naturwissenschaftlichen Umformung der Welt nur noch eine Abreviatur für die Verhältnisse der Sinnesempfindungen sehen, ein Zeichensystem, das uns eine bequeme Übersicht über die Zusammenhänge der Empfindungen gestattet und so die Ökonomie des Denkens fördert.

Wir haben also erkannt, daß eine wirklich vollständige Ausschaltung des Ich auf keiner Stufe des Erkennens möglich ist. Denn was von den extremen Formen gilt, muß auch für die zwischen ihnen vorhandenen Übergänge richtig sein. Zugleich aber haben wir gesehen, daß die Elemente des Ich, die in die Erkenntnis eingehen, sehr verschieden sein können, und daß diese Verschiedenheit für die Feststellung der Erkenntnisaufgabe auf den verschiedenen Stufen

des Erkennens von entscheidender Bedeutung ist. Hier hat die weitere Untersuchung einzusetzen.

Man hat die oben abgeleitete Einsicht als Satz der Immanenz bezeichnet und sie für etwas ganz Selbstverständliches, aus den bloßen Worten Erkennbares ausgegeben. Man gibt dem Satze dann etwa die Form: Kein Objekt ohne Subjekt. Es liegt, das will man mit dieser Fassung andeuten, im Begriffe des Objekts, Objekt eines Subjekts zu sein; aber dieser Satz würde für sich in der Tat keine größere Tragweite haben, als der ihm von Sigwart parodistisch entgegengestellte: ein Reiter kann nicht zu Fuß gehen [3]). Wie das in seinem Verhältnis zum Pferde als Reiter bezeichnete Wesen ohne Rücksicht auf das Pferd zwar nicht als Reiter, aber doch als Mensch zu Fuß gehen kann, so könnte, was in Relation zu einem Subjekt Objekt ist, doch abgesehen von dieser Relation (als Ding an sich) existieren und erkannt werden. Es ist auch nicht genügend, zu sagen: Erkennen ist unmöglich, ohne daß ein erkennendes Subjekt da wäre. Das ist selbstverständlich — deshalb aber könnte doch der Erkenntnis*inhalt* unabhängig von dem Subjekt sein. Eben auf die Abhängigkeit des Inhalts kommt es aber an. In Wahrheit richtet sich dieser Einwurf nur gegen eine äußerliche Fassung und Beweisführung des Satzes der Immanenz. Dieser Satz, richtig ausgesprochen, besagt, daß alles, was erkannt werden soll, unter den Bedingungen der Erkenntnisformen stehen muß. Sofern diese Formen als Betätigungen des erkennenden Ich gefaßt werden, kann man statt dessen auch sagen: Alles zu Erkennende und alles Erkannte steht unter den Bedingungen des erkennenden Ich. Man sieht, daß es nicht überflüssig war, durch eine Art von indirekter Beweisführung den Satz der Immanenz abzuleiten. Es ist auf diese Weise von vornherein klar geworden, daß wir es hier nicht mit leeren

Spielereien tautologischer Worterklärung, sondern mit einem inhaltvollen und folgenreichen Satze zu tun haben. Seine ganze Tragweite wird sich uns freilich erst offenbaren, wenn wir durch die Analyse der einzelnen Erkenntnis (des Urteils) ihm einen strengeren Beweis und genaueren Sinn gegeben haben[4]).

Hier sind indessen sogleich noch einige Mißverständnisse fernzuhalten, die schon oft die Denker von dem richtigen Ausgangspunkte aus auf falsche Fährten gelockt haben. Wenn man sagt, alles Erkannte steht unter den Bedingungen des Erkennens, so ist damit nicht gemeint, daß es vom Erkennen hervorgebracht, Erzeugnis eines schöpferischen Ich ist. Durch die Verwechslung dieser beiden Sätze hat man wohl von der Kantischen Philosophie her Zugang zu einem neuen Rationalismus gewinnen wollen; mit der Abweisung der falschen Gleichsetzung ist dieser Rationalismus noch nicht widerlegt, sondern ihm nur ein Scheinbeweis abgeschnitten. Einen anderen Irrtum begeht man zuweilen, wenn man dem Satze der Immanenz die Auslegung gibt, es müsse bei jedem Gedanken das „Ich denke" tatsächlich mitgedacht werden. Man macht auf diese Weise Gegnern die Widerlegung außerordentlich leicht. Es gehört nicht viel psychologische Weisheit dazu, um diese psychologistische Form unseres Satzes zurückzuweisen. Je mehr ich mit allen meinen Interessen auf das Gedachte gerichtet bin, um so weniger denke ich an mich, den Denkenden. Wer beim Lösen einer mathematischen Aufgabe oder bei der Vorbereitung eines Experimentes sich seines Denkens immer bewußt wäre, würde nicht viel erreichen. Nur ist mit alledem nicht der Satz der Immanenz zurückgewiesen, sondern gegen einen falschen psychologischen Satz gekämpft, der sich zu Unrecht für den Satz der Immanenz ausgibt. Dieser spricht in Wahrheit aus, daß die Formen des Erkennens not-

wendige Voraussetzungen alles Erkannten sind. Im Erkannten mögen sie latent bleiben oder sich irgendwie verstecken, eine Besinnung auf die Bedingungen der Gültigkeit einer Erkenntnis wird sie stets ans Licht ziehen.

Wir sind zu dem Resultate gekommen, daß die erste Bestimmung des Erkenntniszieles unhaltbar ist. Aber bei der Betrachtung des Erkenntnisverfahrens haben wir gesehen, daß doch eine Ausschaltung des Subjektiven im Erkennen stattfindet. Indem dieser Satz mit dem Satze der Immanenz zusammengehalten wird, entsteht das Bedürfnis, beide zu vereinigen. Da sie sich widersprechen, wenn man ihnen die Form gibt: „Alles Erkannte bleibt vom Ich abhängig" und „Erkennen heißt, die Dinge denken, wie sie unabhängig vom Ich sind", so muß in diesen Formen ein Fehler liegen. Dieser Fehler kann nur den Begriff betreffen, der in beiden eine widersprechende Rolle spielt, den Begriff „Ich". Während wir bisher das Ich als Bedingung des Erkennens erwiesen, aber den Inhalt des Ich ununtersucht gelassen haben, werden wir nun zu einer Analyse des erkennenden Ich mit Notwendigkeit fortgetrieben.

§ 2. Das überindividuelle Ich.

„Es ist der Ehrgeiz des Intellektes, nicht mehr individuell zu erscheinen."
Nietzsche: Menschliches Allzumenschliches II S. 83. (Erste Abt. Nr. 156.)

Der neueren Psychologie ist der Gedanke geläufig, daß das Ich keine einheitliche, einfache Sache, sondern die Einheit eines mannigfaltigen Komplexes ist. Dabei hängt es dann von der Entwicklung des Menschen oder von dem Gesichtspunkt der Betrachtung ab, was jeweils zum Ich gehört. Gewohnheiten, Neigungen, Interessen ziehen fremde Personen und Dinge, gesellschaftliche Zusammenhänge und

Ideale in mein Ich hinein. Man hat infolgedessen von einem sekundären Ich gesprochen [5]), das sich als höhere Stufe des engen, auf die Erhaltung der körperlichen Existenz gerichteten, primären Ich entwickelt. Auch innerhalb des primären Ich gibt es verschiedene Grade der Zugehörigkeit. Die Vorstellung meiner Hand gehört näher zu mir, als die Vorstellung meines Haares. Die Muskel- und Gelenkempfindungen, die von meinen Handbewegungen ausgelöst werden, bilden in viel innigerer Weise einen Teil meines Ich, als das optische Bild derselben Hand. Ähnliches ließe sich von meinen Gefühlen und Interessen ausführen. Indessen liegt hier nichts daran, eine psychologische Theorie des Ich zu entwickeln; nur angeknüpft sollte an diese bekannten Ergebnisse der Psychologie werden, um einer erkenntnistheoretischen Analyse, die in ganz anderer Weise verschiedene Schichten im Ich unterscheiden muß, die Wege des Verständnisses zu ebnen; denn merkwürdigerweise beruft man sich dieser Analyse gegenüber hartnäckig auf die unlösliche Einfachheit des Ich, während man doch die psychologische Komplikation dessen, was eine vergangene Zeit als einfache Seele ansah, längst allgemein zugibt.

Noch in anderer Weise läßt sich die schwierige Unterscheidung, auf die es uns ankommt, vorbereiten. Wenn der Mensch sich zuerst seine Umgebung für sein Verständnis gewinnen will, spiegelt er sich gleichsam in allen Dingen. Jede ursprüngliche Welterfassung ist anthropomorphisch. Der Bach, die Wolke, die Sonne, der Mond leben ein menschliches Leben. Auch wo, wie in manchen Mythen der Naturvölker, Tiere an Stelle des Menschen treten, sind diese Tiere naiv als menschengleiche Personen gefaßt. Alle seine Triebe und Neigungen legt der Mensch auf dieser Stufe der Entwicklung in die Dinge hinein. Nur als durch und durch ihm selbst verwandt vermag er sie zu verstehen.

Es ist oft ausgeführt worden, wie die Überwindung dieses Vermenschlichungsstrebens den Fortschritt des Erkennens begleitet. Aber nicht auf einmal setzt sie sich durch. Nicht mit einem Ruck zieht sich der Mensch aus den Dingen zurück. Daß im Kraftbegriff noch etwas Anthropomorphes steckt, ist von den neueren Kritikern dieses Begriffes oft genug hervorgehoben worden. Nur hat hier der Mensch nicht mehr seine ganze Persönlichkeit, sondern lediglich den formalen Grundcharakter seines Fühlens und Handelns in die abstrakter gedachten Dinge hineingetragen. Kann nun — diese Frage erhebt sich — die Zurückziehung des in sie hineingelegten Ich aus den Dingen jemals ganz erfolgen, ohne daß dabei das Verständnis der Welt verloren geht, das mit jener ersten, naiven, mythologischen Spiegelung begann? Oder sollte nicht vielmehr dauernd unser Ich die Seiten seines vieleinigen Wesens in die Welt hineinlegen müssen, mit denen es die Welt ergreifen will? Was persönlich auf uns wirkt, wie ein Kunstwerk, ein Baum oder ein liebvertrautes Stück unserer nächsten Umgebung, dem leihen wir persönliche Eigenart, persönliche Erlebnisse und Entwicklung. Beschränken wir uns darauf, uns in allgemeine Verhältnisse der Zu- und Abneigung zu einem Dinge zu setzen, so schreiben wir ihm auch nur allgemeine Eigenschaften der Liebens- und Hassenswürdigkeit zu. Wo endlich nur unser abstraktes Erkennen, das frei gemacht ist von Liebe und Haß, bei der Erfassung der Dinge mitwirkt, da sehen wir auch an den Dingen selbst nur noch die abstrakten und formalen Eigentümlichkeiten unseres Geistes. In der gesetzlichen Einheit der Welt spiegelt sich noch, wiewohl zum abstrakten Schema verblaßt, die persönliche Einheit des Geistes. Solche Betrachtungen sind nur vorbereitender, durchaus nicht beweisender Natur. Ihr Zweck ist, die eigentliche erkenntnis-

theoretische Analyse dem Verständnis näher zu bringen, nicht, sie zu ersetzen. Aber in dieser vorbereitenden Weise können sie uns noch etwas mehr leisten. Auf jeder Stufe der anthropomorphen Erfassung der Welt verdoppelt sich das Ich. Es ist einmal vorhanden als aktiv die Dinge zu sich in Beziehung setzend und dann noch einmal als gespiegelt in diesen Dingen selbst. Unsere Übersicht über die verschiedenen Stufen der Vermenschlichung hat, so flüchtig sie war, das eine ergeben, daß das Ich immer soviel von sich selbst in die Dinge hineinlegt, als es zu den Dingen in Beziehung setzt. In anderer und exakterer Form wird uns ein ähnliches Verhältnis bei der strengen erkenntnistheoretischen Analyse wieder begegnen.

Ehe wir diese erkenntnistheoretische Analyse beginnen, wird es nötig sein, daß wir uns über ihr Wesen noch etwas genauer klar werden. In logischen Untersuchungen hängt alles davon ab, daß kein Schritt ungerechtfertigt bleibt. Insbesondere muß also über das eigene Verfahren hier volle Bewußtheit herrschen. Wir erreichen eine Orientierung vielleicht am besten durch den Vergleich der erkenntnistheoretischen Analyse mit der psychologischen, von der wir ein Beispiel soeben in Umrissen entworfen haben. Eine Zerlegung wird wie jedes zielbewußte Tun in ihrer Richtung beherrscht durch ihren Zweck. Ganz anders zerlegt, um ein Beispiel aus einem andern Gebiete zu nehmen, der Pflanzenanatom ein Stück Holz als der Chemiker. Der erste sucht die relativ selbständigen, organischen Einheiten, die Zellen und Gefäße auf; innerhalb dieser Einheiten unterscheidet er ihre nach Gestalt und Funktion verschiedenen Teile usw. Der Chemiker kümmert sich nicht um die Gestalt, sondern zerfällt das Ganze in seine der stofflichen Zusammensetzung nach verschiedenen Bestandteile, wie Zellulose, Stärke, Eiweiß, Wasser usw. Freilich treten diese

beiden Arten der Analyse insofern in Beziehungen zueinander, als die eine der andern Aufgaben stellt. Insbesondere wird der Anatom wünschen, daß seine morphologischen Einheiten für sich vom Chemiker untersucht werden, während umgekehrt der Chemiker, der ein Stück Holz als Ganzes analysiert hat, den Anatomen nach der Verteilung der gefundenen Stoffe in den Zellen fragen wird. Eine Verschiedenheit des Zieles von weit prinzipiellerer Art als in der eben durchgeführten Analogie unterscheidet das Verfahren der Psychologie und der Erkenntnistheorie. Die Psychologie setzt ein seelisches Geschehen, etwa einen Erkenntnisakt, als ihr Material voraus, und fragt, aus welchen elementaren Bestandteilen er sich aufbaut, und welche Gesetze seinen Aufbau und Ablauf bestimmen. Der Erkenntnistheoretiker fragt, was muß gelten oder vorausgesetzt werden, damit, sei es Erkenntnis überhaupt, sei es eine bestimmte Art von Erkenntnis, möglich ist. Also nicht die Bedingungen des Zustandekommens der Erkenntnis, sondern die Bedingungen ihrer Wahrheit werden hier untersucht. In beiden Fällen weist die Zerlegung einer einzelnen Erkenntnis auf Zusammenhänge hin, die über ihre Vereinzelung hinausreichen. Aber diese Zusammenhänge sind in beiden Fällen prinzipiell verschieden. Der Psychologe erkennt in den Vorstellungen und ihren Verbindungen ein Resultat des ganzen seelischen Lebens der erkennenden Person. Der Erkenntnistheoretiker sieht, daß jeder wahre Satz, wenn die Bedingungen seiner Wahrheit vollständig ausgesprochen werden, auf ein System anderer wahrer Sätze hinweist. Dieser Verschiedenheit der Ziele und Zusammenhänge entspricht ein ganz verschiedenes Verfahren. Der Erkenntnistheoretiker fragt nach den allgemeinen logischen Bedingungen der Erkenntnis; sein Verfahren ist verwandt mit dem eines Mathematikers, der die Axiome einer mathematischen Wissenschaft aufsucht. Es

ist ein logisches Aufsteigen von den Folgen zum Grunde, wobei die Unmöglichkeit einer andern Begründung natürlich noch nachgewiesen werden muß. Gegenüber dieser strengen Einheitlichkeit stehen dem Psychologen alle die mannigfaltigen Mittel der empirischen Forschung zu Gebote. Er bedient sich der Erinnerung, der systematischen Beobachtung, des Experiments, der Vergleichung verschiedener Individuen, er zieht frühe Entwicklungsstadien und pathologische Fälle heran. Nur gerade den Schluß von der logischen Folge auf die notwendige Bedingung darf er niemals benutzen. Nichts berechtigt ihn ja dazu anzunehmen, daß, was logisch notwendig verbunden ist, auch im Seelenleben einer bestimmten Person zusammen sei. Der Mensch hat lange praktische Geometrie getrieben, ehe er an die Axiome der Geometrie auch nur dachte, und bis heute herrscht bekanntlich über diese Axiome keine volle Einigkeit. Wenn man der Psychologie erkenntnistheoretische Aufgaben aufbürdet, so entsteht notwendig jene Intellektualisierung des Seelenlebens, deren Bekämpfung als ein Hauptverdienst der Wundtschen Psychologie angesehen werden darf. Freilich schließt nun die Verschiedenheit der Ziele und Mittel in unserem Falle Beziehungen so wenig aus, wie bei der herangezogenen naturwissenschaftlichen Analogie. Diese Beziehungen werden im allgemeinen die Form haben, daß die Resultate des einen Verfahrens dem andern Aufgaben stellen. Ihre genauere Bestimmung kann uns erst später beschäftigen.

Um nun das Ich erkenntnistheoretisch zu analysieren, muß man die zwiefache Rolle unterscheiden, die es, wie wir wiederholt sahen, im Erkennen spielt. Wir haben es zu tun erstens mit dem erkennenden Ich, dem Ich, sofern es im Erkennen tätig ist, oder besser, sofern die Wahrheit für ein Ich wahr ist, und zweitens mit dem, was im Erkannten von

Ichbestandteilen liegt, mit dem Icherzeugten im Inhalte jeder Wahrheit. Wir gehen von der ersten Beziehung des Ich aus und fragen zunächst nach dem Ich, für das etwas wahr ist, oder das die Wahrheit eines Satzes anerkennt. Nichts einfacher als die Antwort auf diese Frage, wird der gesunde Menschenverstand denken. Wer die Wahrheit anerkennt, bin ich, diese volle Persönlichkeit mit allen ihren Erlebnissen und Eigentümlichkeiten. Aber ein Satz ist doch nur dann wahr, wenn er den Anspruch erheben darf, von jeder erkennenden Person, gleichviel was sie sonst ist, anerkannt zu werden. Nicht für Hinz ist zweimal zwei gleich vier, nicht für Kunz ist es wahr, daß schwere Körper mit gleichmäßiger Beschleunigung fallen, oder daß 490 vor Chr. die Schlacht bei Salamis stattfand, sondern diese Wahrheiten sind von aller Hinzheit des Hinz und von aller Kunzheit des Kunz unabhängig. Man muß nur nicht die Geltung der Wahrheit mit der Kenntnis verwechseln, die ein Mensch von dieser Wahrheit hat. Wer nicht Rechnen, Physik, griechische Geschichte gelernt hat, kann auch von der Wahrheit der angeführten Sätze keine Einsicht haben; trotzdem gelten sie auch für ihn, wie sich zeigt, sobald er sich die Vorbedingungen ihres Verständnisses angeeignet hat. Der Sinn der Wahrheit schließt aus, daß etwas für den oder jenen wahr ist. Einwände hiergegen können nur erhoben werden, wenn man vergißt, daß nie ein Gegenstand, stets nur ein Zusammenhang wahr sein kann. Hund, Sphinx, blau oder angenehm sind weder wahr noch unwahr. Daß Hunde leben, ist wahr; daß Sphinxe leben, unwahr; daß blau mir jetzt angenehm ist, kann wahr oder unwahr sein. Das Grundaxiom der Logik, daß nur Urteile, die stets Relationen enthalten, wahr oder unwahr sein können, wird erst später in seiner vollen Tragweite entwickelt werden, hier ist es nur vorausgesetzt, um einen Einwand zurückzuweisen.

Man könnte nämlich sagen: Wenn A. behauptet, daß eine Zigarre widrig schmeckt, so wird der leidenschaftliche Raucher B. ihm das Zugeständnis abverlangen können, daß dieser Satz nur für ihn wahr sei. Das Ich, für das eine Wahrheit gelte, sei also mindestens bei manchen Sätzen doch ein einzelnes menschliches Individuum mit allen seinen Eigentümlichkeiten. Indessen handelt es sich hier nur um einen unexakten Ausdruck, der im gewöhnlichen Leben unschädlich ist, bei einer logischen Analyse aber verbessert werden muß. Der Satz des A., eine Zigarre schmeckt widrig, ist so ausgesprochen eben nicht wahr, weil er unvollständig ist. Vollständig würde er lauten: Eine Zigarre schmeckt für mich, den A., widrig, oder sogar, da A. sich ja vielleicht später das Rauchen angewöhnen kann, sie schmeckt für mich bis jetzt widrig. Diesem Satze aber könnte B. oder irgend ein anderes Individuum die Zustimmung nicht versagen, es sei denn, er erklärte den A. für einen Lügner; und dann wäre der Satz auch für A. falsch und würde nur aus irgend welchen, nicht dem Gebiete der Erkenntnis zugehörigen Interessen, etwa pädagogischen, mit dem Bewußtsein seiner Falschheit als wahr behauptet [6]).

Das Wesen des erkennenden Ich enthüllt sich uns vielleicht nirgends so augenscheinlich, wie im Falle der Selbsterkenntnis. Es hat schon manchem Denker Unbehagen bereitet, daß hier Erkennendes und Erkanntes gleichzeitig getrennt und identisch sein sollen, daß eins hier zwei wird und doch eins bleibt, oder wie man sonst diese Schwierigkeiten ausgedrückt hat. In Wahrheit zeigen sich alle diese Verlegenheiten als Folge derselben Verwechslung. Aus ihnen allen ist man gerettet, sobald man einmal ihre gemeinsame Voraussetzung als falsch erkannt hat. Es ist nicht wahr, daß in der Selbsterkenntnis der Erkennende und das Erkannte identisch sind. Wir fassen Selbsterkenntnis hier natürlich

in rein theoretischem Sinne ohne den Nebenklang moralischer Selbstprüfung und Selbstbeurteilung. Dann besteht ihre Aufgabe darin, alles, was zum individuellen Ich gehört, in die Stellung des Objekts überzuführen. Seine Eigenschaften und seine Geschichte müssen so erkannt werden, daß alle Daten, die der Einzelne nur von sich selbst weiß, benutzt werden, daß aber der ganze Zusammenhang für das reine erkennende Subjekt wahr ist. Wo sich die herrschenden Interessen, wo sich Selbstliebe oder Selbstquälerei der eigenen Vergangenheit bemächtigen, da entsteht keine Selbsterkenntnis. Das Bild, das wir von uns selbst in uns tragen, ist entstellt durch Veränderungen, die aus der Natur unserer Person hervorgehen. Nur wenn diese als das erkannt werden, was sie sind, treten sie selbst als charakterisierende Züge in das berichtigte Bild unseres erkannten Ich hinein, während das erkennende Ich sich von ihnen reinigt.

Man darf also zusammenfassend sagen: im Erkennen strebt das individuelle Ich danach, sich von seiner Individualität zu befreien. Die Wahrheit in der Bestimmung, Erkennen heiße, die Dinge denken wie sie unabhängig vom Ich sind, liegt in dieser Beseitigung des nur Individuellen. Gleichzeitig zeigt sich uns das schwierige Verhältnis von Voraussetzung und Ziel wenigstens in e i n e r Beziehung etwas deutlicher. In einer vollendet gedachten Erkenntnis ist das überindividuelle Ich vorausgesetzt, aber für das einzelne erkennende Ich wird das überindividuelle Ich Ziel. Diese Doppelstellung birgt augenscheinlich ein neues Problem in sich, ihr Grund wird sich erst später einsehen lassen[7]).

Da das reine überindividuelle Ich immer Subjekt bleibt, so kann es niemals Objekt werden. Darin scheint eine doppelte Schwierigkeit zu stecken. Erstens nämlich wird es doch Objekt, wenn irgend ein Urteil, z. B. eben, daß

es in jedem Urteil mit vorausgesetzt ist, davon gefällt wird. Zweitens aber bezeichneten wir ja die Formen der Dingheit, Einheit usw. oder das, was in der vollendeten Erkenntnis an ihre Stelle zu treten hätte, als Formen des reinen Ich, so daß dieses dann in das Objekt hineingesetzt wird. Indessen bleibt in beiden Fällen das reine Ich zugleich auch als Subjekt, das nicht Objekt ist, vorausgesetzt, da doch eben alle Urteile vom reinen Ich anzuerkennen sind. Wir müssen also eine Formulierung suchen, die den beiden Einwänden gerecht wird, ohne die Wahrheit, die in der Objektivität alles Erkannten für das reine Ich liegt, zu verlieren. Dabei sind aber beide Einwände verschieden zu behandeln. Was den ersten betrifft, so genügt es, zu betonen, daß auch in Urteilen, die das reine Ich als Gegenstand enthalten, dieses zugleich als anerkennendes Ich vorausgesetzt ist. Man muß danach sagen: Das reine überindividuelle Ich kann in keinem Urteil **nur** als Objekt vorausgesetzt sein. Der zweite Einwand hängt innig mit der richtigen Auffassung des Immanenzsatzes zusammen. Das erkennende Ich ist nicht nur als die Wahrheit anerkennend, sondern auch als Einheit der Formen alles zu Erkennenden vorausgesetzt. Man kann diese beiden Teile des Satzes als passive und aktive Immanenz unterscheiden, darf aber dann diese Ausdrücke nicht für mehr als bloße Bilder halten. Was nun in die Erkenntnisgegenstände eingeht, ist nicht als das reine Ich selbst, sondern nur als eine Form, die von diesem Ich abhängt, anzusehen.

Die letzten Formulierungen haben deutlich etwas Unbefriedigendes. Sie enthalten eine ganze Reihe von Bestimmungen, die bisher ungeklärt sind. Wir befinden uns eben am Anfange unserer Untersuchungen und können daher noch keine Ergebnisse verwenden. Was Urteil und Gegenstand ist, bleibt hier unklar, wird aber in den folgen-

den Kapiteln untersucht werden. Ganz augenscheinlich können wir zu letzten Klärungen erst am Ende kommen, da ja die einzelnen logischen Begriffe so innig zusammenhängen, daß immer einer vom andern Licht erhält. Doch müssen und können wir das bisher Gewonnene noch etwas verdeutlichen, vor allem um eine Reihe möglicher Mißverständnisse sogleich zurückzuweisen.

Wir haben das reine überindividuelle Ich als in jeder Erkenntnis vorausgesetzt und als Ziel des individuellen Ich, sofern dieses erkennen will, bestimmt. Diese beiden Wege, zu dem Begriffe „reines Ich" zu gelangen, vertreten bisher die Stelle einer Definition. Wir können mit einem der Mathematik entlehnten Ausdruck von „genetischer Definition" reden, wobei unter „Genese" nicht etwa eine biologisch-psychologische Entwicklung oder eine Geschichte der Entdeckung, sondern eine Angabe des Weges zu verstehen ist, auf dem man zu der Begriffsbildung logisch fortschreitet. Die Urteile, die sich als Stationen dieses Weges bezeichnen lassen, bilden dauernd Bestandteile des Begriffs. Nun liegen augenscheinlich zwei Wege einer solchen genetischen Begriffsbildung vor: der eine geht vom reinen Erkennen, der andere vom empirischen Ich aus. Wir können den ersten hier nicht weiter verfolgen, da wir die einzelne Erkenntnis noch nicht analysiert haben. Was aber den zweiten betrifft, so ist hier das individuelle Ich Ausgangspunkt nur, sofern es nach Erkenntnis strebt. Im reinen Ich bleibt dann nicht mehr das Streben, nur noch das Ziel des Strebens erhalten. Aber in diesem Ziele liegt eben noch eine Einheit, die alle Anerkennungen verbindet und durch das Wort „Ich" festgehalten wird. Wohl wäre es möglich, dafür auch ein anderes Wort zu wählen, etwa von der anerkennenden und formenden Erkenntniseinheit zu reden. Wir können erst später rechtfertigen, warum

wir am Terminus „reines Ich“ festhalten, trotzdem die Gefahr von Verwechslungen nahe liegt, müssen aber schon hier diese Verwechslungen ausschließen.

Vom einzelnen individuellen Ich aus kann man nämlich in sehr verschiedener Weise zu übergeordneten Ichbegriffen aufsteigen. Man kann sich zunächst ein „durchschnittliches Ich“ konstruieren, d. h. einen je nach der besonderen Art dieser Begriffsbildung psychischen oder psychophysischen Zusammenhang, der einen Mittelwert aus den Variationsbreiten jeder einzelnen Eigenschaft enthält, die beim Menschen vorkommt. Man redet in diesem Falle besser von einem durchschnittlichen Menschen oder von einer durchschnittlichen menschlichen Seele. Ein durchschnittlicher Mensch hätte einen durchschnittlichen Körper, ein durchschnittliches Maß von Leidenschaften usw. Man braucht das nur auszusprechen, um zu sehen, daß dieses Durchschnittsich vom reinen erkennenden Ich ebensoweit absteht, wie im Durchschnitt jedes einzelne Ich; also weiter als der einzelne wissenschaftliche Mensch, der sich doch hoffentlich, soweit er erkennender Mensch ist, an Leidenschaftslosigkeit, Abstraktionsfähigkeit usw. über den Durchschnitt erhebt. — Vom durchschnittlichen Menschen ist zu unterscheiden der Gattungsbegriff des Menschen bez. der menschlichen Seele. Auch dieser kann in verschiedener Weise aufgefaßt werden, entweder als abstrakter übergeordneter Begriff, der nur die allen Menschen gemeinsamen Merkmale enthält, oder als ein Begriff, der von jedem vorhandenen Merkmal den Spielraum enthält. Um das an einem körperlichen Merkmale zu erklären, kann man die Größe wählen. Der abstrakte Begriff Mensch enthält gar keine Größe, der Durchschnittsmensch die mittlere Größe (die durch verschiedene Methoden der Mittelung gewonnen werden kann), der Totalbegriff Mensch aber den Größenspielraum, innerhalb

dessen die Menschen variieren, eventuell zugleich mit der Häufigkeitsverteilung innerhalb dieses Spielraums. Daß keiner dieser Begriffe in Betracht kommen kann, ist klar. Eine Täuschung kann nur dadurch eintreten, daß ein praktisch viel verwendetes Näherungsverfahren falsch aufgefaßt und überdies mit dem erreichten Ziele verwechselt wird. Wenn wir mit vielleicht kurzsichtigem Auge, von Leidenschaft verblendet, einen Vorgang erlebt haben und uns dem Erlebten gegenüber nun zur Stellung des Erkennenden erheben wollen, so fragen wir uns zuerst, was hätte in diesem Fall ein leidenschaftsloser, mit guten Augen begabter Mensch gesehen. Wir dürfen hier an das erinnern, was wir im vorigen Abschnitt bei der Analyse der ersten Erkenntnisstufe ausgeführt haben. Danach könnte es scheinen, daß wenigstens für eine gewisse Stufe der Erkenntnis das reine Ich mit dem durchschnittlichen Menschen zusammenfällt. Aber das ist nur Schein. Der Mensch, auf dessen Niveau wir uns hier erheben wollen, ist nicht der durchschnittliche Mensch, sondern der normale erkennende Mensch. Diese Normalität verlangt zunächst vollkommene Abwesenheit, also nicht etwa ein durchschnittliches Maß von Leidenschaften und Gefühlen. Hierin ist der normale Mensch des Erkennens bereits ein abstrakter Begriff. Nur deshalb entgeht uns seine abstrakte Natur leicht, weil wir uns im Erkennen wenigstens zeitweise nahezu von Gefühlen und Leidenschaften befreien können. Aber es handelt sich schon bei diesem „normalen erkennenden Menschen“ auch nicht um einige allen Menschen gemeinsame Eigenschaften, die für sich begrifflich zusammengefaßt werden. Zunächst ist überhaupt nicht jeder Mensch erkennender Mensch, d. h. der reine Erkenntniswille, der hier mit vorausgesetzt wird, ist gar kein Gattungsmerkmal. Aber auch die Gattungseigenschaften, die mitgesetzt werden: Gedächtnis, Sinnesschärfe

usw. werden in maximaler, nicht in durchschnittlicher Güte angenommen. Vor allem aber ist dieses normale menschliche Ich lediglich eine Zwischenstufe, deren vielleicht gewisse Gebiete des Erkennens dauernd bedürfen, die aber nicht mit dem in jeder Erkenntnis vorauszusetzenden reinen Ich verwechselt werden darf. Dieses selbst hat man gar kein Recht mehr als „menschlich" zu bezeichnen, denn die spezifischen Gattungsmerkmale des Menschen sind in ihm in keiner Weise mitgesetzt.

Endlich ist noch davor zu warnen, daß man in dem reinen Ich etwas anderes als einen für die Logik nötigen Begriff sieht, daß man ihm irgend eine Art metaphysischer Sonderexistenz zuerkennt. Selbst wenn man eine solche Hypostasierung für zulässig und vielleicht innerhalb der Metaphysik sogar für erforderlich halten sollte, müßte man sie aus der Logik fernhalten. Denn auch in diesem Falle müßte die Metaphysik mindestens teilweise durch die Logik begründet werden, könnte also keinesfalls ihrerseits die Logik begründen. Wir können an dieser Stelle die Frage nach Sinn und Möglichkeit der Metaphysik noch nicht erörtern, erst viel später wird sie uns beschäftigen. Hier ist nur zu betonen, daß im reinen Ich nichts Metaphysisches steckt, daß also die Logik von allen metaphyischen Problemen und Lösungen ja sogar von der Stellungnahme zu der Frage, ob überhaupt Metaphysik möglich ist, unabhängig bleibt.

Die Analyse der ersten Stellung des erkennenden Ich oder des Ich, für das alles Wahre wahr ist, hat uns also zu folgenden Ergebnissen geführt. Erstens, das Ich des Satzes der Immanenz, das erkennende Ich, ohne das nichts Erkanntes oder Erkennbares gedacht werden kann, ist rein erkennendes, überindividuelles Ich. Zweitens, im Erkennen

strebt das individuelle Ich danach, sich auf den Standpunkt des rein erkennenden, überindividuellen Ichs zu stellen.

Im ersten dieser Sätze ist das reine Ich nur negativ, im zweiten nur als Postulat bestimmt. Auch die logische Genese, durch die wir den Begriff rechtfertigten, gibt ihm keinen positiven Inhalt. Eine positive Bestimmung kann sich überhaupt aus der ersten Stellung des Ich nicht ergeben. Denn indem das reine erkennende Ich in jedem Satze der Erkenntnis logisch mit vorausgesetzt ist, wird es selbst niemals erkennbares Objekt. Nur auf einem Umwege kann es sich selbst erkennen. Seine Formen hat es ja in die Dinge gelegt; aus den Dingen kommen sie ihm, objektiv geworden, entgegen, in seinen Werken hat es sich den Spiegel geschaffen, in dem es sich selbst sieht.

Während gewöhnlich leicht zugestanden wird, daß jedes Objekt ein Subjekt voraussetzt, scheint die Einsicht viel schwerer erreichbar zu sein, daß in allen objektiven Zusammenhängen in Wahrheit die Formen des Subjektes stecken. Und doch gewinnt, wie oben gezeigt wurde, der Satz der Immanenz erst dadurch inhaltlichen Wert, läßt sich, wie wir eben sahen, nur so dem Ich ein Inhalt erteilen. Die Täuschung, der man hier wieder und wieder unterliegt, entspringt aus der Festigkeit der Dinge, aus der Unabänderlichkeit der Ereignisse. Hineingestellt in eine ungeheure Welt, deren Übermacht unserm Dasein jeden Augenblick ein Ende machen kann, empfinden wir es als eine Anmaßung, wenn dies kleine Ich, das Bewußtsein eines winzigen Parasiten auf der Oberfläche eines kleinen Planeten, sich selbst zum Schöpfer der Dinge aufblasen will. Aber wir haben schon gesehen, daß es sich hier nicht um ein individuelles menschliches Ich handelt, sondern um jenen Kern des Ich, der bei jedem Gedanken über diese ungeheure Welt als notwendige, logische Voraussetzung mitgesetzt

ist. Nun könnte man freilich meinen, daß es genüge, das Ich als passiven Beziehungspunkt vorauszusetzen, auf den jede Erkenntnis gleichmäßig bezogen werden muß, der aber auf den Inhalt der Erkenntnis ohne Einfluß bleibe und daher fortgelassen werden könne. Die Dinge bleiben danach, was sie sind, ob man nun ihre inhaltlich unwesentliche Beziehung zum erkennenden Ich der logischen Vollständigkeit wegen hinzudenkt oder als praktisch gleichgültig fortläßt. Gegen eine solche Auffassung genügt es, die Fragen zu erheben: Was ist ein Ding? und: was ist ein Ding? Für den ganz naiven Menschen ist ein Stein, ein Baum, ein Stock, ein Mensch ein Ding. Was sich fassen läßt, gesonderte Form und Bedeutung und eine gewisse Dauer des Bestandes hat, erscheint ihm dinghaft. Wie schwankend diese Bestimmung ist, kann schon aus der Verlegenheit ersehen werden, in die ihn die Frage bringt, ob eine Wolke ein Ding ist, ob Wasser und das aus diesem Wasser entstandene Eis dasselbe Ding ist, ob der Fluß bei dem fortwährenden Wechsel seines Wassers doch wegen der annähernd gleichen äußeren Form als ein Ding anzusehen ist. In diesen Bedenken haben wir die ersten Ansätze zu den wissenschaftlichen Umgestaltungen des Dingbegriffes, die von den Eleaten und Heraklit bis zu den atomistisch oder energetisch gefaßten Erhaltungsgrößen der neueren Naturwissenschaft reichen. So verliert die Dinghaftigkeit ihr scheinbar selbstverständliches Dasein, und als ihr Kern oder doch mindestens als wesentlicher Teil ihres Kernes enthüllt sich die Forderung des Erkennens, in allem Wechsel ein Gleichbleibendes zu finden. Die Abgrenzung des als Einheit erfaßten Dinges zeigt sich noch viel deutlicher abhängig nicht nur von dem reinen erkennenden Ich, sondern von einem Ich, das durch mannigfache Interessen näher bestimmt ist. Dem Landmann ist der Ochse ein einheitliches Ding, der Hausfrau

das Stück Ochsenfleisch, das sie für ihre Küche einkauft. Was wir als ein Ding betrachten, ist im gewöhnlichen Leben von Gesichtspunkten abhängig, die außerhalb des Erkennens liegen. In der Wissenschaft treten an deren Stelle die besonderen wissenschaftlichen Interessen. Der Biologe wird je nach der Richtung seiner besonderen Aufgabe bald das ganze Tier, bald die einzelne Zelle als ein Ding betrachten. Der Chemiker zerstört nicht nur in seiner Retorte, sondern auch in seinen Begriffen die dingliche Einheit der Zelle; ihm ist sie ein komplexes Gebilde, dessen dinghafte Bestandteile, Moleküle und Atome, mehr oder minder rasch wechseln. Erkennt man so, daß Dingheit und Einheit nur relativ zum besonderen Erkenntniszweck gefaßt werden können, so wird man nicht mehr die Dinge als fertige äußere Gebilde dem erkennenden Ich gegenüberstellen. Sie sind nicht unabhängig von diesem Ich irgendwo da, um sich in ihm abzubilden oder abzuspiegeln, sondern sie sind Dinge nur durch die Arbeit des formenden, erkennenden Ich.

Führen aber nicht diese Betrachtungen zu einem unseren früheren Ergebnissen entgegengesetzten Resultat? Wir hatten das Ich des Erkennens als überindividuelles Ich bestimmt und wollten den Inhalt dieses Ich aus seinen Erzeugnissen zurückgewinnen. Wir erkannten dann Dingheit und Einheit als solche Erzeugnisse, sahen aber zugleich, daß die besondere Gestaltung und Erfüllung dieser Begriffe im wirklichen Denken von den individuellen Interessen des einzelnen erkennenden Menschen abhängig ist. So entsteht die Frage, ob diese Formen nicht vielmehr nur dem individuellen Ich angehören. Indessen das individuelle Ich ist ja selbst, wie wir in früherem Zusammenhange erinnerten, ein in bezug auf Abgeschlossenheit und Einheitlichkeit schwankendes Gebilde. Es nimmt Teil an allen Schwierig-

keiten des Dingbegriffes, so daß dieser hier jedenfalls keine feste Stütze erhalten könnte. In der Tat sind Viele heute geneigt, die Subjektivierung des Dinges und der konkreten Einheit so fortzuführen, daß jedes absolute Recht diesen Begriffen entzogen wird. Es ist, meinen sie, ein Vorurteil, feste Dinge im Fluß des Geschehens zu suchen; es ist eine bloße Bequemlichkeit, daß wir die unerschöpflichen Vielheiten, um sie im Gedächtnis behalten und übersehen zu können, zu Einheiten zusammenfassen. Demgegenüber läßt sich leicht zeigen, daß ohne irgendwelche bleibend und damit dinglich gedachten Inhalte ein Erkennen überhaupt nicht möglich ist. Löst man, wie manche extreme Sensualisten wollen, das Ich und die Dinge in einzelne Sinnesempfindungen auf, so wandeln sich, mag man sich gegen diese Konsequenz sträuben, so sehr man will, die einzelnen Empfindungen zu letzten Dingen um[8]. Dies wird nur dadurch verschleiert, daß sich in den Ausführungen der Sensualisten, sobald Dingbegriffe nötig werden, naturwissenschaftlich gedachte Substanzen an die Stelle der Empfindungen einschieben. Denn auch die quantitativ gedachte Energie ist durch die Annahme, daß sie in allen Wandlungen der Energieform konstant bleibt, wieder verdinglicht. Wollen wir irgend eine Wirklichkeit zum Erkenntnisinhalt machen, so müssen wir sie selbst oder ihre Teile als Einheiten abgrenzen und irgend etwas in ihr als mindestens relativ dauernd, als substanziell bleibend, auffassen. Es ist also kein Erkenntnisinhalt ohne Formen auffaßbar, die doch ihrerseits der Erkenntnisarbeit angehören. Dingheit und Einheit sind nur Beispiele solcher Formen, hier gewählt, weil sich an ihnen das Verhältnis besonders leicht darlegen läßt. Vielleicht hat diese Wahl aber noch nebenher den Nutzen, das Problematische des Dingbegriffes, der von vielen Logikern als einfachster Objektsbegriff voraus-

gesetzt wird, dem Leser gleich hier vorläufig vor Augen zu führen.

Die Formen der Dingheit und Einheit also gehören dem erkennenden Ich an und sind zugleich in jeder Erkenntnis des Wirklichen notwendig vorhanden. Da wir nun das Ich, welches Voraussetzung alles Erkennens ist, als überindividuelles Ich erwiesen hatten, so müssen diese Formen zum überindividuellen Ich gehören. Mindestens aber in der Art, wie sie gewöhnlich auftreten, sind sie mit einem individuellen Faktor behaftet. Wie es überall das Ziel der erkennenden Menschen ist, sich auf die Stufe des überindividuellen erkennenden Ich zu erheben, so entsteht auch hier die Aufgabe, jene notwendigen Formen von dem, was individuell an ihnen ist, zu befreien. An dieser Stelle kann noch nicht streng abgeleitet werden, wie das geschieht. Nur auf ein wichtiges Mittel sei hier hingewiesen, damit doch Möglichkeit und Sinn des Gesagten faßbar werde. Wenn es von den besonderen Gesichtspunkten des Erkenntniszusammenhangs abhängt, was als Ding und was als ein Ding gefaßt werden muß, so gehört eben die Einsicht in diesen Zusammenhang zu der richtigen Abgrenzung des betreffenden Dinges. Es gibt Pflanzen, wie z. B. die Wasserpest und gewisse Weidenarten, die in Europa nur in Exemplaren eines Geschlechts eingeschleppt sind, sich dann durch Knospen oder Stecklinge massenhaft vermehrt haben, ohne daß je ein Samen erzeugt worden wäre. In einer gewissen Hinsicht gehören diese unzähligen Pflanzen einem oder wenigen Individuen an; wenn man nämlich, wie die Lehre von der Vererbung das muß, ein neues Individuum nur dort sieht, wo die eigentümlichen Vorgänge der Bildung eines neuen Keimes dazwischentreten. Unter dem Gesichtspunkt der Ernährungsphysiologie ist aber natürlich jedes Exemplar, das für sich

besteht, auch ein eigenes Individuum. Kein moderner Naturforscher wird an dieser Verschiedenheit Anstoß nehmen oder hier eine schädliche Subjektivität wittern. Der Gesichtspunkt, unter dem die Abgrenzung so oder so erfolgt, ist ja völlig deutlich und jederzeit hinzuzudenken. Wie bei der Selbsterkenntnis die subjektiven Faktoren des Vorstellungslebens objektiviert werden, sobald ihre Stellung im subjektiven Zusammenhange erkannt ist, so verliert das Relative auch hier seine Schädlichkeit, sobald der Zusammenhang mitgedacht und klargestellt ist, zu dem es relativ ist. Wie gesagt, ist dies nur ein, nicht das einzige Mittel, die Erkenntnisformen von ihrem individuellen Erdenrest zu reinigen. Es ist aber hier noch nicht möglich, den Inhalt des überindividuellen Ich wirklich darzulegen; nur das mußte gezeigt werden, daß dieser Begriff einen Inhalt hat. Als diesen Inhalt, als den aktiven Kern des überindividuellen, erkennenden Ich zeigten sich uns die notwendigen Formen unserer eigenen Erkenntnis. Diese innige Beziehung des überindividuellen Ich zur Erkenntnisarbeit folgt aus der ganzen Betrachtung, der wir jenen Begriff verdanken. Wir gingen ja davon aus, daß eine Wahrheit, sofern und soweit sie wahr ist, in ihrer Geltung und folglich auch in ihrem Inhalt von den individuellen Bedingungen des einzelnen, erkennenden Menschen unabhängig sein muß. Sofern und soweit ein jeder rein erkennt, erhebt er sich damit selbst auf den Standpunkt des überindividuellen Ich. Das überindividuelle Ich ist sonach ein echter Zielbegriff; es ist stets soweit verwirklicht, wie wahres Erkennen vorliegt. Ohne daß wir hier schon imstande wären, den Begriff der Wissenschaft wirklich klarzustellen, kann doch darauf hingewiesen werden, daß wissenschaftliche Arbeit überall den Weg vom individuellen zum überindividuellen Ich darstellt.

Fassen wir das Resultat unserer Untersuchungen über den Inhalt des überindividuellen, erkennenden Ich nochmals kurz zusammen. Dieses Ich ist kein bloßer, toter Beziehungspunkt der Erkenntnisse, vielmehr sind jene auch ihrem Inhalte nach von ihm abhängig. Dem überindividuellen Ich gehören alle Formen an, ohne die kein Erkenntnisinhalt bestehen kann, und als deren Beispiele wir Dingheit und Einheit betrachtet haben. Im gewöhnlichen Erkennen treten diese Formen durch Bestandteile des individuellen Ich verunreinigt auf. Ihre Befreiung von diesen Bestandteilen ist Erkenntnisaufgabe. Soweit wir diese Aufgabe lösen, werden wir selbst überindividuelles Ich. Dies zeigt sich also als echtes, mindestens partiell erreichbares Ziel[9]).

Kapitel II.

Das Urteil.

§ 3. Die Definition des Urteils.

Das erste Kapitel ging aus von der Kritik einer verbreiteten Ansicht über das Erkenntnisziel als Ganzes und kam zu einer Bestimmung des erkennenden Ich als eines Ganzen. So wichtig diese Bestimmung für die Einsicht in das Wesen jeder Erkenntnis ist, so wenig können von ihr aus die einzelnen Erkenntnisformen gewonnen und die Grundsätze alles Erkennens formuliert werden. Dazu bewegt sich diese ganze Betrachtung viel zu sehr im Unbestimmten. Wo wir mit einzelnen Erkenntnisformen argumentierten, konnten wir diese weder ableiten, noch in ihrer Bedeutung und in ihrem Inhalt vollständig klären, mußten uns vielmehr begnügen, sie nur vorläufig aufzunehmen. Eine andere Fragestellung, ein neuer Ausgangspunkt der Analyse wird also nötig. Nicht von dem schwer

erfaßbaren Ganzen dürfen wir jetzt reden, sondern wir müssen das Einfachste aufsuchen, das noch Erkenntnis genannt werden darf. Dies wollen wir seinem Wesen nach bestimmen und in seine notwendigen Bestandteile zerlegen.

Indessen in diesen letzten Sätzen ist bereits eine Behauptung ausgesprochen, zu der wir im Grunde noch kein Recht haben. Gibt es denn einfache Erkenntnisse? In diesem Begriffe liegt ja etwas Doppeltes. Erstlich, daß als Erkenntnis nicht nur ein allumfassendes Ganzes bezeichnet werden darf, zweitens daß sich Erkenntnisse nicht beliebig über jede Grenze hinaus weiter in Erkenntnise zerlegen lassen. Um diese Sätze diskutieren zu können, müssen wir zunächst definieren, was wir unter einer Erkenntnis verstehen wollen. Augenscheinlich gibt es dazu nur einen Weg: wir müssen von dem leitenden Wert der Wahrheit ausgehen.

Unter einer Erkenntnis müssen wir das und nur das verstehen, was als wahr zu bezeichnen Sinn hat. Wahrheit und Erkenntnis sind nur relativ zueinander bestimmbar. An sich wäre es nicht undenkbar, daß der leitende Wert der Wahrheit erst auf das Erkenntnisganze anwendbar wäre. Diese Möglichkeit ist auch nicht etwa dadurch ausgeschlossen, daß Erkenntnis, als Ziel einer Tätigkeit gedacht, sich nur nach und nach erreichen läßt. Denn es könnte sein, daß die einzelnen Teile noch nicht Erkenntnisse, d. h. Träger des Wahrheitswertes wären. Daß dies beim Erkennen nicht der Fall ist, verdient besondere Hervorhebung. Dieser Satz kann freilich nicht weiter begründet werden, da es sich um einen obersten Grundsatz handelt, um so mehr aber muß er als Voraussetzung besonders herausgehoben werden. Übrigens dient diese Heraushebung zugleich einer vergleichenden Betrachtung der verschiedenen

Werte. Gibt es doch Wertgebiete, in denen der leitende Wert erst dem komplexen Ergebnis mannigfaltiger Tätigkeiten zukommt. Aus verschiedenartigen Eindrücken entsteht der Keim eines Kunstwerks, vielfacher Tätigkeit bedarf es, bis der Künstler das Werk wirklich ausgeführt hat. Aber nicht der einzelne Pinselstrich des Malers ist ästhetisch wertvoll, sondern erst das Gemälde. Man werfe nicht den Kunstwert der Skizze ein! Denn auch eine Skizze wird nur dadurch schön, daß unsere Phantasie sie zu einem Ganzen der künstlerischen Tätigkeit vollendet. Wahr dagegen ist zunächst und vor allem der einzelne wahre Satz. Wahr ist, daß zweimal zwei gleich vier ist, oder daß unsere Laubbäume im Frühling grün werden.

Diese Erwägungen geben uns einigen Aufschluß über das Wesen des Begriffs Wahrheit. Definieren lassen sich ja solche Urbegriffe nicht; sie können nur aufgenommen und durch Vergleichung und Beziehung in ihren wesentlichen Eigenschaften bestimmt werden. Der leitende Wert des Erkenntnisgebietes, Wahrheit, kommt also schon relativ einfachen Teilen des Ganzen zu, als welches sich uns die Erkenntnis zuerst darstellt. Diese Teile nennen wir zunächst einzelne Erkenntnisse. Nicht alle selbständig auffaßbaren Teile des Gesamtgebietes der Erkenntnis aber sind selbst Erkenntnisse. Fragen, Namengebungen und Ähnliches spielen hier vielfach eine Rolle, sind auch für sich selbständig denkbar, ohne doch wahr oder falsch sein zu können. Wir müssen also Erkenntnisse von anderen Bestandteilen des Wertgebietes der Erkenntnis unterscheiden, die keine Erkenntnisse sind.

Es war hier fortwährend vom Ganzen der Erkenntnis die Rede. In der Tat ist neben der Existenz relativ einfacher Teilerkenntnisse keine Eigentümlichkeit des Erkenntnisgebietes wichtiger, als daß diese einzelnen Teile

doch immer über sich hinaus auf ein Ganzes weisen. Obwohl diese zweite Eigentümlichkeit des Erkennens erst später ganz erfaßt werden kann, muß schon hier auf sie hingewiesen werden, um naheliegende Einwürfe und Mißverständnisse abzuschneiden. Der einzelne Satz, in dem sich eine wahre Erkenntnis ausspricht, ist kein letztes Ziel des Erkennens. Daß die Laubbäume bei uns im Frühling grün werden, ist gewiß wahr; aber die Wahrheit dieses Satzes stellt nun weitere Fragen. Auf welche Gebiete der Erde erstreckt sich das „bei uns"? Warum verhält es sich in andern Teilen der Erde anders? Wie kommt ferner dies Grünwerden zustande, und was leistet es für den Baum? Nicht nur ein Narr kann mehr fragen, als 10 Weise beantworten können, sondern in jedem wahren Satze sind für den, der ihn völlig durchschauen will, mehr Fragen gestellt, als alle Weisen zusammengenommen beantworten könnten. In gewissem Sinne lassen sich aus jedem Satze direkt oder indirekt alle Fragen der Welt ableiten. Diese Unvollständigkeit der einzelnen wahren Erkenntnis ist schuld an einer Doppeldeutigkeit des Wortes Wahrheit. Es tritt nämlich bald für den Wert jedes wahren Urteils, bald für den als Ganzes gedachten Inbegriff aller Wahrheiten ein. Im ersten Sinne ist es der sicherste aller wahren Sätze, daß es Wahrheit gibt, und die Grundlage aller Erkenntnis, daß wir wahre Sätze bilden können; die Wahrheit im zweiten Sinne ist nie erreichbar. Auch diese zweite Eigentümlichkeit unterscheidet das logische Wertgebiet vom ästhetischen. Erst das Kunstwerk als Ganzes ist schön. Aber dieser Wert des ganzen Kunstwerkes ist dann auch in sich vollendet; eine Statue, ein Lied ist kein Beitrag zu einem System des Schönen, während jedes Werk der Wissenschaft Beiträge zum Ganzen des Wissens liefert. Es hat keinen ästhetischen Sinn mehr, über die

Schönheit des einzelnen Werkes zu einem Inbegriff der Schönheit fortzustreben. Wo dergleichen geschieht, ist damit der Übergang auf das metaphysische oder religiöse Gebiet vollzogen.

Um die Zweideutigkeiten, zu denen der erwähnte Doppelsinn des Wortes Wahrheit führen könnte, unschädlich zu machen, bestimmen wir den Sinn einiger Ausdrücke genau. Den Inbegriff alles dessen, was durch die Beurteilung nach einem Werte zusammengehalten wird, nennen wir ein Wertgebiet. Den Wert, der dieses Gebiet zusammenhält, nennen wir den leitenden Wert des betreffenden Gebietes. Es braucht kaum betont zu werden, daß die Wertgebiete nur ideal durch den Gesichtspunkt der Beurteilung gegeneinander abgegrenzt sind, und daß derselbe Gegenstand verschiedenen Wertgebieten angehören kann. Den Begriff „Wert" nehmen wir vorläufig als undefinierten Urbegriff einfach auf. Was hier vermißt werden könnte, wird in späterem Zusammenhange nachgeholt werden. Vom leitenden Werte unterscheiden wir überall das, was durch ihn gewertet wird als das Objekt der Wertung oder als das Gewertete. Es läßt sich für jeden leitenden Wert eine Klasse von Gegenständen auffinden, die allein nach diesem Werte sinnvoll beurteilt werden kann, d. h. die alles umfaßt, was entweder unter den Wert oder unter den zugehörigen Unwert fällt. Wo der Gegenstand des Wertes durch eine Tätigkeit erreicht werden kann, wird er Ziel. Ziel und Bewertetes fällt weder begrifflich noch tatsächlich zusammen. Auf ästhetischem Gebiete z. B. kann die Natur lediglich unter dem Gesichtspunkte ästhetischer Werte gewürdigt werden, nur beim Kunstschönen hat es Sinn, von Zielen zu reden. Bei Wertgebieten von der Art der Erkenntnis, bei denen der einzelne Wertgegenstand sich seiner Natur nach als er-

gänzungsbedürftiges Glied eines größeren Ganzen darstellt, ist er, isoliert gedacht, nur Teilziel. Der Zusammenhang des Gewerteten kann ebenfalls für sich genommen betrachtet werden, oder er kann als Ziel aller im Dienste der Erkenntnis stehenden Tätigkeiten angesehen werden. In beiden Fällen bedürfen wir für ihn besonderer Namen, denn *unter Wahrheit wollen wir von jetzt ab ausschließlich den leitenden Wert des Gebietes der Erkenntnis verstehen. Die einzelnen Gegenstände oder Bestandteile des Wertgebietes der Erkenntnis, auf die der leitende Wert Wahrheit anwendbar ist, nennen wir Urteile*[10]. Damit bestimmen wir als Urteil ein Ergebnis der erkennenden Tätigkeit. Dies Ergebnis ist als solches von dem jeweiligen besonderen Vollzuge der Tätigkeit unabhängig. Das Urteil ist wahr, nicht das Urteilen. Oder um einen neuerdings vielgebrauchten Ausdruck zu verwenden, nicht der *Akt* des Urteilens ist wahr und damit Gegenstand der reinen Logik, so richtig es auch sein mag, daß das Urteil für den einzelnen, erkennenden Menschen jederzeit nur im Akte des Urteilens wirklich wird. Das wahre Urteil gehört nach seinem Erkenntniswert dem überindividuellen erkennenden Subjekte an; der Akt des Urteilens vollzieht sich im einzelnen individuellen Subjekte, sofern dieses zum überindividuellen Subjekte aufstrebt. Für die Zusammenhänge des Erkennens Kunstausdrücke festzulegen, muß einer späteren Stelle vorbehalten werden.

Es ist das erste Axiom der Logik, daß es wahre Urteile gibt. Dieses Axiom läßt, wie schon in der Einleitung bemerkt wurde, eine Art von indirektem Beweise zu, der aber seinen Charakter als Axiom nicht aufhebt, weil er doch selbst das zu beweisende Axiom voraussetzt. Es handelt sich eigentlich bei der Selbstgarantie der Wahrheit

nur darum, daß man jeden Gegner des Axioms in Widersprüche verwickeln kann. Bei der Wichtigkeit der Sache werde das platonische Argument hier nochmals kurz wiederholt. Wenn es keine wahren Urteile gibt, gibt es auch keinen Gegensatz zwischen wahr und falsch. Dann kann aber auch das Bezweifeln angeblich wahrer Urteile keinen Sinn haben, da ja der Zweifel doch den Unterschied von Wahr und Falsch voraussetzt. Es kann also auch nicht einmal der Satz, daß es keine wahren Urteile gibt, als „wahr" behauptet werden, denn sonst wäre dieser Satz ja eben ein wahres Urteil, also eine beweisende negative Instanz gegen seine eigene Geltung.

Selbständige Erkenntnisse, die sich nicht wieder in andere, selbständige Erkenntnisse zerlegen lassen, oder, was dasselbe sagt, Urteile, die nicht wieder aus Urteilen bestehen, nennen wir einfache Urteile. Das einfache Urteil kann also seinem Begriff nach sehr wohl noch Bestandteile haben; nur dürfen diese Bestandteile nicht mehr Urteile sein. Wenn wahre Urteile nicht nur existieren, sondern auch für uns in ihrer Wahrheit erkennbar sein sollen, so muß es einfache wahre Urteile geben. Denn ließen sich Urteile immer wieder in Urteile zerlegen, so könnte unser Verstand niemals zur endgültigen Erkenntnis irgend einer Wahrheit kommen. Diese teleologische Anwendung des Regressus in Infinitum ist kein strenger Beweis, aber sie zeigt die innere Notwendigkeit, dem Axiom „es gibt wahre Urteile" das zweite hinzuzufügen, „es gibt einfache Urteile". Erst mit diesem Axiom haben wir den zweiten Teil unserer anfangs aufgestellten Forderung festgelegt, daß nämlich Erkenntnisse nicht unbegrenzt in Erkenntnisse zerlegbar sind. Solche einfache Urteile wollen wir unserer Analyse im wesentlichen zugrunde legen. Wo daher im folgenden von Urteilen

schlechtweg geredet werden wird, ist in erster Linie an einfache Urteile gedacht.

Wir haben den Begriff des Urteils durch eine Definition eingeführt, also nicht gefragt, was ein Urteil ist, indem wir die Existenz von Urteilen irgendwie als bekannt voraussetzten, sondern einfach festgestellt, was wir künftig unter dem Wort „Urteil“ verstehen wollen. In einer Definition dieser Art können wohl wahre Sätze mitbehauptet werden, sie selbst aber kann weder wahr noch falsch sein. Indessen da doch bei dieser Definition wahre Urteile schon vorausgesetzt sind, scheint sie einen Zirkel zu enthalten, und da diese Voraussetzung bei jeder Begriffsbestimmung der einzelnen Erkenntnis notwendig ist — denn wie sollte eine solche Bestimmung die Voraussetzung von Erkenntnissen vermeiden? — so scheint eine Definition hier unmöglich zu sein. Demgegenüber ist hervorzuheben, daß unsere Definition doch Urteile nicht als Bestandstücke enthält, also nicht im gewöhnlichen Sinne zirkulär ist. Daß sie, obwohl selbst kein Urteil, doch zu ihrer Rechtfertigung Urteile braucht, ist richtig. Will man in diesem indirekten Zirkel einen Mangel erblicken, so ist dieser Mangel eben unvermeidlich. Es hat keinen Wert, darüber zu streiten, ob eine in dieser Weise mangelhafte Begriffsfestsetzung den Namen Definition verdient. Will man dieses Wort enger umgrenzen, so spreche man hier von einer „Aufzeigung“. Diese geht von dem Grundbegriff „Wahrheit“ aus und bestimmt das Urteil relativ zur Wahrheit. Die in einer Definition mitbehaupteten Urteile unterliegen natürlich einer Beurteilung in bezug auf ihre Wahrheit. Sie sind in dieser Beziehung oben gerechtfertigt worden. Abgesehen aber von ihnen hat sich eine Definition nicht über ihre Wahrheit, sondern nur über die Zweckmäßigkeit des gewählten Wortgebrauches auszuweisen.

Es ist zweckmäßig, durch ein einfaches und gebräuchliches Wort einen Grundbegriff auszuzeichnen, und es ist zweckmäßig, sich mit dem Sprachgebrauch der Wissenschaft im Einklang zu halten. Beide Bedingungen erfüllt diese Begriffsbestimmung; denn es gibt wohl keinen für die Logik wichtigeren Begriff als den der einzelnen Erkenntnis, auf die der Wertgegensatz von wahr und falsch anwendbar ist, und seit Aristoteles ist der Terminus in diesem Sinne gebraucht worden. Freilich zeigten sich daneben und z. T. damit vermischt Bemühungen, das Wort Urteil zu einem sprachlichen oder psychologischen Terminus zu machen. Wie so oft verbirgt sich auch hier hinter einem terminologischen Streit ein sachlicher Gegensatz, und es lohnt sich daher, näher darauf einzugehen.

Wenn man die Sprache und ihre grammatischen Einteilungen für zuverlässige Führer der logischen Orientierung hält, wird man geneigt sein, an Stelle der einfachen Erkenntnis ihren regelmäßigen sprachlichen Ausdruck zu setzen. Der Satz wird dann mit dem Urteil gleichbedeutend. Aber nirgends vielleicht zeigt sich so deutlich das Auseinanderfallen logischer und grammatischer Kategorien. Die Frage, der Befehl, der Wunsch wird so gut in einem Satze ausgedrückt wie die einfache Erkenntnis, und doch sind sie jener logisch nicht gleichwertig, da sie nicht wahr oder falsch sein können. Ein hypothetischer Satz ist ein einfaches Urteil im logischen Sinne. Denn da die Voraussetzung nicht behauptet wird, kann sie auch nicht wahr oder falsch sein, und ebensowenig ist über Wahrheit oder Falschheit der Behauptung irgend etwas gesagt; nur die Verbindung beider wird behauptet. Das hypothetische Urteil zerfällt also nicht in Urteile, wohl aber zerfällt das hypothetische Satzgefüge in Sätze. Man sieht aus diesen Beispielen, wie notwendig es ist, die grammatische und die

logische Einheit zu trennen. Da wir nun für die grammatische das gute Wort „Satz“ haben, wird es zweckmäßig sein, den Ausdruck „Urteil“ für die logische vorzubehalten. Es ist Sache der Grammatik, nicht der Logik, zu entscheiden, ob der sprachliche Ausdruck eines Urteils durch ein einzelnes Wort (Feuer!) als Satz bezeichnet werden soll. Der sprachliche Ausdruck ist dem logischen Urteil begrifflich nicht wesentlich, wiewohl faktisch das Urteil meist sprachlich oder doch durch ein Sprachsurrogat festgehalten wird[11]).

In neuerer Zeit ist vielfach versucht worden, das Urteil als besondere Grundklasse psychischer Vorgänge abzuleiten. Von der Vorstellung unterscheidet sich, so heißt es, das Urteil durch eine hinzukommende Entscheidung über ihre Gültigkeit. Das einfache Urteil wird hier mit der Bejahung, respektive Verneinung einer einzelnen Vorstellung gleichgesetzt. In dieser Theorie liegt eine doppelte Behauptung. Einmal, daß das Urteil eine psychologische Kategorie ist, zweitens daß im einfachen Urteil nicht, wie gemeinhin angenommen wird, eine Verbindung, sondern eine einfache Vorstellung bejaht wird. Die zweite These wird uns in anderem Zusammenhang beschäftigen (sie hat, genau gefaßt, einen logischen, nicht einen psychologischen Sinn), die erste allein gehört in diesen Zusammenhang. Ihr Sinn ist, daß in einer als wahr behaupteten Vorstellung zu der Vorstellung selbst etwas Neues hinzukommt. Dem widersprechen aber viele Tatsachen. Wenn ich den vor mir liegenden Teppich als rot bezeichne, so ist schwerlich etwas anderes in meinem Bewußtsein als die gesehene Farbe und das daran assoziierte Wort. Andererseits hat jede auftauchende Vorstellung die Tendenz, zu voller Wirksamkeit zu gelangen, sie führt die ihr zugehörigen Gefühle und sonstigen psychischen Wirkungen mit sich, wenn diese nicht durch etwas Fremdes gehindert werden. Im Traume gibt es,

seltene Fälle ausgenommen, keine Unterscheidung zwischen Glauben und Nichtglauben an unsere Vorstellungen, sondern wir leben einfach in ihnen. Es gehört Erfahrung dazu, zu wissen, daß auftauchende Vorstellungen zuweilen von den folgenden Erlebnissen nicht bestätigt werden, daß die Wirkungen einer Vorstellung der Anpassung an die Umgebung widerstreiten können. So entsteht Kritik und Verneinung. Bewußte Bejahung ist im allgemeinen doppelte Verneinung, Abweisung einer Verneinung. Psychologisch hat Sigwart ganz recht, daß erst in der Verneinung zur Vorstellung etwas Neues hinzukommt. Es kann also ein Vorgang, logisch betrachtet, ein Urteil sein, ohne sich psychologisch von einer Vorstellung oder Vorstellungsverbindung zu unterscheiden. Gegen Behauptungen dieser Art pflegt man einzuwenden, daß doch unmöglich etwas psychologisch falsch und zugleich logisch wahr sein könne. Das ist natürlich richtig, aber es heißt nicht, psychologische Falschheit und logische Wahrheit von demselben behaupten, wenn man sagt, daß eine Einteilung nach logischen und nach psychologischen Gesichtspunkten verschieden getroffen werden muß. Für die Gewebelehre gehören die verholzten Gefäße der Bäume mit den unverholzten der Kräuter zusammen, für die Chemie sind sie verschieden, während die Wand der Holzgefäße und der verholzten Markstrahlen zusammengehört. Behauptet man deshalb, daß dasselbe anatomisch wahr und chemisch falsch sei? In unserem Falle liegt nun das Verhältnis so, daß logisch gleichwertigen Fällen psychologisch sehr Verschiedenes entsprechen kann. Daher bleibt das Wort Urteil am besten der Logik vorbehalten. In der Psychologie kann es trotzdem eine Rolle spielen. Denn natürlich muß, was wir Urteil nennen, stets irgendwie im psychologischen Zusammenhang eines individuellen Bewußtseins auftreten, und wir sind berechtigt, zu

fragen, wie es auftritt. Wir können sagen: die psychologische Realisierung des Urteils zu untersuchen, ist eine Aufgabe, die der Psychologie von der Logik gestellt wird; es ist aber eine unbegründete Voraussetzung, daß diese Realisierung immer in derselben Weise erfolgt. Man kann aus diesem Falle auch für das allgemeine Verhältnis von Psychologie und Logik Einiges lernen. Die Logik stellt der Psychologie Aufgaben, und umgekehrt ist die Art, wie logische Kategorien psychologisch realisiert werden, für die Logik von Bedeutung, sobald sie von der abstrakten Wertbestimmung zu praktischer Normation des wirklichen Denkens übergehen will[12]).

Ein anderer Einwand gegen unsere Definition des Urteils könnte von logischer Seite vorgebracht werden. Es gibt, wie schon mehrfach erwähnt, im Erkenntnisganzen wichtige und relativ selbständige Teile, die nicht Urteile im Sinne unserer Definition sind, d. h. auf die der Wertgegensatz „wahr, falsch" unanwendbar bleibt. Diese Tatsache scheint dazu zu zwingen, entweder den Urteilsbegriff zu erweitern, oder neben dem Urteile andere gleichwertige Elemente des Erkennens aufzustellen. Wir würden so mit unserer früheren Behauptung, daß nur Urteile im Sinne unserer Definition selbständigen Erkenntniswert besitzen, in Widerstreit geraten. Wollen wir unsere Überzeugung rechtfertigen, so müssen wir beweisen, daß diese anderen Gebilde entweder versteckte Urteile enthalten, oder daß ihr Erkenntniswert in der Vorbereitung von Urteilen besteht. In dieser Weise mittelbar Wertvolles gibt es ja auf allen Wertgebieten. Die Dressur eines Kindes zu einer regelmäßigen Ordnung im Alltäglichen hat gewiß keinen unmittelbaren ethischen Wert, aber mittelbar ist sie ethisch höchst wertvoll, weil sie eine Charaktergrundlage schafft, auf der sittliche Gesinnung sich entwickeln kann. So könnte es

auch Teile des Erkennens geben, die keine Erkenntnisse sind, aber der Vorbereitung von Erkenntnissen dienen. Drei Gruppen sind es, die hier wesentlich in Betracht kommen: Die Festsetzungen, die Fragen und die mannigfachen Gebilde, die man unter dem von uns zu beanstandenden Namen „problematische Urteile" zusammenfaßt; sie müssen nacheinander untersucht werden.

Man hat die Sätze der Sprache ihrer Absicht nach in Mitteilungen und Kundgebungen eingeteilt[13]). Die Mitteilung will, daß der Angeredete etwas wisse, die Kundgabe, daß er einen Zustand des Kundgebenden mitfühle, und häufig, daß er entsprechend handle. Ausrufe des Schmerzes oder der Freude, Fragen, Befehle, Wünsche, Bitten sind in diesem Sinne Kundgaben. Nicht etwa durch den Inhalt sind sie von den Mitteilungen geschieden, weil dieser sich auf das Gefühls- und Willensleben des Redenden bezöge. Denn ich kann auch ein Gefühl, ein Wollen einfach mitteilen, indem ich sage, „ich habe Heimweh" oder „ich will heute meine Arbeit beenden". Das Unterscheidende ist vielmehr die Absicht. Wenn ich ausrufe, „wie weh ist mir", will ich nicht eine historische Angabe über meinen Gemütszustand machen, sondern ich will mir Luft machen oder, sofern ich an einen Andern denke, will ich sein Mitleid. In den Interjektionen, Fragesätzen, Imperativen, Optativen usw. hat die Sprache besondere Formen für Kundgaben geschaffen; aber wie alle sprachlichen Formen, werden auch diese gelegentlich zu andern Zwecken verwendet, und ebenso gibt es Kundgaben in Form von Aussagesätzen. Auch im Erkennen spielen nun Kundgaben eine große Rolle. Denn Erkennen kommt nur auf Grund zielbewußter Tätigkeit zustande, und diese muß man wollen. Außerdem liegt in den Hilfsoperationen des Erkennens, besonders in der Bezeichnung des Erkenntnisinhalts, ein willkürliches Element.

Die Frage ist, soweit sie uns beschäftigt, Kundgabe eines bestimmt gerichteten Erkenntniswillens. Eine Frage kann weder wahr noch falsch sein, aber sie kann für den Fortgang des Erkennens einen sehr verschiedenen Wert haben. Der Fortschritt der Wissenschaft zeigt sich vielleicht am deutlichsten in der verbesserten Fragestellung. Wenn darin kein Widerspruch gegen unsere Behauptung liegen soll, daß nur Urteile selbständigen Erkenntniswert haben, so muß gezeigt werden, daß das endgültig Bedeutsame einer Fragestellung ein mitbehauptetes Urteil ist, während der urteilsfremde Rest nur mittelbaren Erkenntniswert hat. Was sich sprachlich als ein einheitliches und einfaches Gebilde ausdrückt, hat eben logisch einen mannigfaltigen und in verschiedenen Fällen verschiedenen Sinn. Sage ich z. B., es ist falsch, nach dem gemeinsamen, logischen Charakter aller in Frageform ausgesprochenen Sätze zu fragen, so kann ich natürlich nicht den Erkenntniswillen, das Streben nach einem solchen einheitlichen Sinn, als falsch bezeichnen, sondern nur das von dieser bestimmten Richtung des Erkenntniswillens mitbehauptete Urteil, daß einer einheitlichen Sprachform auch ein einheitlicher logischer Sinn entspricht. Schon im gewöhnlichen Leben zeigt uns die Art der Frage viel von der Geistesart und den Kenntnissen des Fragenden. Ob einer ein Problem sieht, ob er unbeantwortbare oder gleichgültige Fragen stellt, ist für ihn kennzeichnend. Das Kind fragt nach dem „was“ früher als nach dem „warum“. Unbestimmte Fragen gehören einer unvollkommeneren Erkenntnisstufe an als bestimmte. Um eine bestimmte Frage stellen zu können, muß man eben die Bestimmungen des betreffenden Gegenstandes kennen. Der Laie fragt, wie es dem Kranken geht, der Arzt, ob ein für die Prognose entscheidendes Symptom eingetreten ist. Indessen bleibt in allen Fällen des praktischen Lebens

deutlich, daß die Frage um der Antwort willen da ist, und daß Möglichkeit und Bedeutung der Antwort über den Wert der Frage entscheidet. Wenn das in der Wissenschaft manchmal anders zu sein scheint, so bedenke man zunächst, daß die größere Verwicklung höher ausgebildeter Kulturgebiete überall den Zwischenwerten den Schein der Selbständigkeit leiht. Die Wissenschaft erfordert Arbeitsorganisation; zweckmäßiges Fragen erspart Arbeit. Trotzdem bleibt auch hier der Sinn der Frage, daß sie beantwortet werde. Weiter aber zeigt sich, daß richtig gestellte Fragen überall auf richtigen Urteilen basieren. Wenn wir eine Frage als falsch gestellt abweisen, so behaupten wir die Falschheit eines mitgesetzten Urteils. So mag man eine mathematische Aufgabe, die sich als Frage auffassen läßt, falsch nennen, wenn sie über- oder unterbestimmt ist. Im ersten Falle läßt sie keine, im zweiten Falle beliebig viele Lösungen zu. Enthielte z. B. eine Aufgabe die Forderung, durch vier beliebige Punkte einen Kreis zu legen, so wäre diese Aufgabe abzuweisen, weil ein Kreis durch drei Punkte vollständig bestimmt ist. Falsch wäre dann genau gesagt nicht die Frage, sondern das mitgesetzte Urteil, daß durch vier beliebige Punkte ein Kreis gezogen werden kann. Teilt man die Fragen in Bestimmungs- und Entscheidungsfragen ein, so muß bei Bestimmungsfragen das zu Bestimmende hinreichend gekennzeichnet werden, bei Entscheidungsfragen eine eindeutige Antwort möglich sein. Die Bestimmungsfrage, „was ist der Mensch“, ist schlecht gestellt, wenn nicht aus dem Zusammenhange hervorgeht, in welcher Beziehung man den Menschen näher bestimmen soll. Die Entscheidungsfrage, ob die Welt gut oder schlecht ist, bleibt so lange unbestimmt und unbeantwortbar, bis ein Wertmaßstab für die Welt aufgestellt ist. Diese Fragen sind nicht in demselben Sinne falsch wie die überbestimmten.

Sie schließen keine falschen Urteile ein, aber es fehlen ihnen Bestimmungen, die sie erst beantwortbar machen. Die Einsicht in dieses Fehlen ist ein Urteil. Etwa von der Art: Die Schätzung eines Gegenstandes setzt einen Maßstab der Schätzung voraus. Solche Urteile ergeben sich überall als Kern des Erkenntnisfortschrittes, wo die Fragestellung präzisiert und die richtige Reihenfolge der Fragen festgestellt wird. Aber nicht nur in der Abweisung falsch gestellter und in der Verbesserung ungenau gestellter Fragen zeigt sich der Fortschritt der Wissenschaft, sondern auch in der Aufstellung neuer Fragen. Kritische Geschichtswissenschaft unterscheidet sich von ihren unkritischen Vorstufen dadurch, daß vor der Verwertung irgend einer Quelle die Frage nach der Glaubwürdigkeit dieser Quelle gestellt wird. In dieser Frage konzentrieren sich Urteile über die Unglaubwürdigkeit vieler Quellen, und sobald sie genauer gestellt wird, über Gründe, Grade und Kennzeichen der Glaubwürdigkeit. In diesem Falle führt der Erkenntnisfortschritt zur Notwendigkeit einer Vorfrage. In andern Fällen zeigt er sich in der Möglichkeit weiterführender Fragen. So erlaubt die Vervollkommnung der Physik, die Frage nach der Einheit der Naturgesetze bestimmt zu stellen. Die dies ermöglichenden und den Erkenntnisfortschritt darstellenden Urteile sind hier die Analogien zwischen den verschiedenen Gebieten der Physik. In einer dritten Gruppe von Fällen endlich handelt es sich um die Möglichkeit genauer Fragestellung. So hat die Bakteriologie gelehrt, bei Infektionskrankheiten nicht allgemein nach der Ursache, sondern nach dem Erreger und den seine Verbreitung und sein Leben innerhalb und außerhalb des Körpers fördernden Umständen zu fragen. In allen diesen Fällen, mag es sich um Frageabweisung, um verbesserte oder um neue Fragestellung handeln, liegt, wie gezeigt wurde, der Erkenntnis-

zuwachs in echten Urteilen. Was zu diesen Urteilen hinzukommt, ist der Wille, sie als Ansatzpunkte zur Gewinnung neuer Urteile zu benutzen. Der logische Wert dieses Willens (von seiner ethischen Bedeutung reden wir nicht) liegt in seiner Tauglichkeit zur Herbeiführung neuer, wahrer Urteile. Wenn eine wissenschaftliche Arbeit mit einer Fragestellung schließt, so kennzeichnet sich darin das Bewußtsein ihres Verfassers, daß unsere Erkenntnis sich in aneinander gereihten Beiträgen aufbaut. Auch hier hat die Frage nicht Eigenwert im logischen Sinne, sondern soll neue wahre Urteile hervorrufen.

Die Frage ist die wichtigste aber nicht die einzige Form der Kundgabe des Erkenntniswillens. Hierher gehört vielmehr auch die Abgrenzung des Themas einer bestimmten Arbeit, in gewissen konstruktiven Wissenschaften auch die Bestimmung der Voraussetzungen. Ich will etwa alle Figuren untersuchen, die sich mit Hilfe des Lineals allein konstruieren lassen. Es ist deutlich, daß von diesen Fällen dasselbe gilt wie von der Fragestellung; wir haben daher nicht nötig, ausführlicher auf sie einzugehen.

Die zweite Gruppe von Kundgaben, die im Erkennen eine Rolle spielt, betrifft die wichtigste Hilfsarbeit des Erkennens, die Bezeichnung. Die sogenannte Nominaldefinition sagt aus, was unter einem Worte verstanden werden soll. Sie ist, wo sie rein auftritt, ein Willensakt, nach dessen Wahrheit oder Falschheit nicht gefragt werden kann. Sonst müßte man die kindliche Verwunderung darüber, woher denn die Astronomen wissen, daß der Uranus wirklich Uranus heißt, für eine ernst zu nehmende Frage halten. Ebenso ist etwa die Bezeichnung irgend eines Punktes in einer mathematischen Figur durch einen beliebigen Buchstaben ein reiner Willensakt. Ganz deutlich ist auch, daß solche Benennungen keinen eigenen Erkenntniswert haben,

sondern nur die Festhaltung und Mitteilung von Erkenntnissen und dadurch indirekt die Gewinnung neuer Erkenntnisse fördern. Es kann in solchen Fällen gar nicht über die Richtigkeit, sondern nur über die Zweckmäßigkeit der Benennung gestritten werden. Unzweckmäßig kann eine Benennung sein, weil der Name schwer zu behalten, leicht mit andern Namen zu verwechseln ist, oder weil der Inhalt eines Namens nicht bedarf, etwa das Denken nur ganz vorübergehend beschäftigt und durch eine Umschreibung leicht zu kennzeichnen ist. Schon diese Kriterien der Zweckmäßigkeit enthalten wieder Urteile. Aber welchen Einfluß man diesen Urteilen auf den Willensakt der Benennung einräumen will, bleibt vielfach willkürlich. In ihrer Durchsichtigkeit getrübt werden diese so einfachen Verhältnisse lediglich dadurch, daß die meisten angeblichen Benennungen mehr enthalten als die bloße Willkür einer Benennung. Diese Willkür ist nämlich dadurch eingeschränkt, daß jede Benennung ihre Bedeutung nur im Zusammenhang mit anderen Benennungen gewinnt. Schon wenn ich den zweiten Punkt einer mathematischen Figur mit einem Buchstaben bezeichne, bin ich insofern gebunden, als ich nicht denselben Buchstaben wie für den ersten Punkt wählen darf. In dieser Verschiedenheit liegt ein Urteil und zugleich die Möglichkeit einer logisch unrichtigen Benennung. Denn, da die Festhaltung jedes einzelnen Inhalts und die Vermeidung von Verwechslungen der Sinn der Benennungen ist, so liegt in der Doppelbenennung ein Widerstreit gegen diesen Sinn, der sich in jedem Fall in falschen Urteilen ausprägen könnte. Umgekehrt bedarf eines neuen Namens nur, was noch keinen alten hat. So kann die Neubenennung einer Pflanze falsch sein, weil diese Pflanzenart längst bekannt und benannt ist. Überall aber, wo Wissenschaften eine feste Terminologie ausbilden, wird durch den gewählten

Namen gleichzeitig sachlich etwas über den Inhalt ausgesagt und dann ist der Streit um den Namen kein Wortstreit mehr, sondern ein Sachstreit. Ob der Löwenzahn Leontodon Taraxacum oder Taraxacum officinale heißen soll, hängt von Urteilen über seine Gattungszugehörigkeit ab. Ebenso sagen die wissenschaftlichen chemischen Namen Urteile über die chemische Konstitution der Substanz aus. In anderer Weise wieder können Anwendungen von Wörtern des gewöhnlichen Sprachgutes nach ihrer Übereinstimmung mit dem Sprachgebrauch beurteilt werden. Natürlich ist die Feststellung des Sprachgebrauches ein echtes Urteil. So enthalten Benennungsfestsetzungen fast immer Urteile, und wir würden uns um die Abgrenzung des „Urteil“ Benannten keine solche Mühe geben, wenn das nicht der Fall wäre. Alles aber an den Benennungen, was nicht Urteil ist, hat keinen selbständigen Erkenntniswert, sondern ist nur eine, wenn auch sehr wichtige, Hilfstätigkeit des Erkennens.

Während die Kundgaben sich leicht von den Urteilen trennen lassen, und die Schwierigkeit eher darin liegt, zu zeigen, wie viel Urteile hier mitgesetzt sind, tritt mit den sogenannten problematischen Urteilen eine Klasse von Sätzen in das Urteilsgebiet ein, die unserer Definition sich schwer fügt. „Der Kranke kann den morgigen Tag überleben oder er kann ihn nicht überleben.“ Wenn ich die erste Hälfte dieses Satzes ausspreche, ist die zweite mit behauptet. Bejahung und Verneinung scheinen einander hier nicht aus- sondern einzuschließen. Anderseits steckt doch in diesem Satze etwas, was wahr oder falsch sein kann. Es gibt Anzeichen, bei deren Eintreten der Arzt urteilen müßte, der Kranke kann den morgigen Tag nicht mehr überleben. Es scheint also in einem solchen Satze ein Urteil zu liegen, das aber nicht die Sache selbst, sondern

unser Nichtwissen der Sache betrifft. Wo wir nicht wissen, müssen wir uns des Urteils enthalten. Ein problematischer Satz wäre also ein Urteil über eine Urteilsenthaltung. Indessen wird dies leicht als allzu künstliche Konstruktion erscheinen, und ohne Mühe könnte man Beispiele finden, die eine andere Deutung fordern. In der Tat sind die Worte „können" und „möglich sein" logisch sehr vieldeutig und bieten ein treffliches Beispiel dafür, wie Verschiedenes die gleiche sprachliche Form je nach dem Zusammenhang für die Erkenntnis bedeuten kann. Dabei ist die Gleichheit des Ausdrucks nicht etwa Zufall, vielmehr beruht sie darauf, daß psychologisch die einzelnen Fälle innig zusammenhängen und leicht ineinander übergehen. Logisch am einfachsten ist die sogenannte leere Möglichkeit. Wenn ich sage: „es ist möglich, daß in diesem Augenblick ein Genie geboren wird", so ist es klar, daß ich über dieses Ereignis keine Kenntnis habe, den Satz „jetzt wird ein Genie geboren" also weder bejahen noch verneinen kann. Dieser extreme Fall hat nun aber so geringen Erkenntniswert, daß er sehr selten vorkommt. Es ist kindisch, leere Möglichkeiten auszumalen. Von dieser reinen und bedeutungslosen Urteilsenthaltung führen zwei Wege zu wichtigeren Aussagen. Entweder nämlich kann objektiv ein Grund vorhanden sein, der zur Bejahung eines Urteils treibt, ohne doch Gewißheit zu geben, oder die Urteilsenthaltung kann als solche begründet sein, d. h. wir wissen, warum wir in einem bestimmten Falle, in dem wir aus irgend welchen Gründen zu urteilen wünschen, nicht urteilen können. Im ersten Falle enthält der problematische Satz Erkenntnisse über seinen Inhalt, im zweiten solche über den Zustand unseres Erkennens. Wir können diese Fälle als objektiv und subjektiv bedeutsame Möglichkeitssätze unterscheiden.

Über die Zukunft wissen wir weniges sicher. Sie ist so recht das Feld der leeren Möglichkeiten. Diese Leere auszufüllen, ist für uns äußerst wichtig. Wir versuchen es durch unsere Kenntnis der Wirkung bestimmter Ursachen. Wenn gewisse Vorbedingungen eines Ereignisses da sind, über gewisse andere aber uns die Kenntnis fehlt, so drücken wir dies auch dadurch aus, daß wir das Ereignis als „möglich" bezeichnen. Augenscheinlich handelt es sich dann nicht mehr um eine leere Möglichkeit, sondern der problematische Satz enthält sowohl Urteile wie Urteilsenthaltungen in sich. Wenn der Arzt (um wieder an unser erstes Beispiel anzuknüpfen) sagt, der Kranke kann den morgigen Tag überleben, so bejaht er damit die Existenz gewisser Lebensbedingungen, während er über andere, die hinzutreten müssen, damit der Kranke lebe, sich des Urteils enthält. Unsere erste Analyse dieses Satzes übersah die mitbehaupteten echten Urteile. Die objektive Natur des Erkenntniskernes solcher Sätze zeigt sich deutlich in der Ausbildung objektiver Möglichkeitsbegriffe [14]). Wir deuten die Bedingungen, die unter gewissen hinzutretenden Umständen einen Erfolg herbeiführen müssen, als Angelegtheiten zu diesem Erfolg und legen sie als Eigenschaften den vorhandenen Dingen bei. Aus dem Können wird dann eine Fähigkeit, Kraft, Anlage oder wie man sonst den aristotelischen Terminus „Dynamis" übersetzen mag. Die Beilegung eines Könnens in diesem Sinne ist augenscheinlich logisch ein echtes Urteil. Aus einer Eichel kann ein Eichbaum aber keine Buche werden. Daß hier die Form des Problematischen beibehalten ist, hat insofern Bedeutung, als Aussagen über Angelegtheiten leicht zu problematischen Sätzen führen. Wir wissen, daß in der Eichel der organische Keim des Baumes liegt, aber wir wissen nicht, ob die nötige Gunst der Umstände die Aus-

bildung des Baumes ermöglichen wird. Sehr viele mit „möglich“ oder „kann“ gebildete Sätze lassen sich sowohl als echte Urteile über eine Angelegtheit als auch als Urteilsenthaltungen über deren Ausbildung auffassen. Ihren logischen Wert gewinnt aber die Urteilsenthaltung jedenfalls durch das mitbehauptete Urteil.

Das ist anders in der zweiten Gruppe von Fällen, in denen die Bedeutung der Urteilsenthaltung als solcher entschiedener hervortritt. Wert für das Erkennen kann eine Urteilsenthaltung entweder als Durchgangspunkt einer Untersuchung oder als Abschluß haben. Im ersten Falle wiederum kann der Zweifel Vorbereitung einer Erkenntnis sein, oder er kann bestehen bleiben, aber als für das Resultat unwesentlich erwiesen werden. Ist die problematische Aussage lediglich Ausdruck der eine Frage einleitenden Ungewißheit, so hat sie auch nur den logischen Wert einer Frage. Dieser Fall ist also erledigt. Soll dagegen die Urteilsenthaltung unwesentlich sein, so muß nachgewiesen werden, daß, gleichviel ob das im problematischen Satze unentschieden Gelassene bejaht oder verneint wird, eine bestimmte Behauptung gültig bleibt. Man streite etwa darüber, ob Substanzbegriffe in der Physik nötig seien, und mische in diesen Streit den Gegensatz von mechanistischer und energetischer Auffassung ein. Demgegenüber sage nun jemand: mag die energetische oder die mechanistische Erklärungsart zutreffend sein, in beiden Fällen braucht man Erhaltungsgrößen, also Vertreter der Substantialität. Wir haben es hier mit dem Dilemma oder, wenn eine Mehrheit von Möglichkeiten auftritt, mit den Polylemmen der logischen Tradition zu tun. Das Erkenntniswesentliche sind dabei nur Urteile, nämlich erstens, daß die Einteilung des Obersatzes erschöpfend ist, und zweitens, daß jedes Glied der Einteilung dieselbe für die

Sache allein wesentliche Folge hat. Die Urteilsenthaltung ist als solche für die Erkenntnis unwesentlich.

Bedeutender für uns sind die Fälle, in denen eine Untersuchung mit einer Urteilsenthaltung abschließt. Denn hier hat das unentschiedene Verhalten augenscheinlich logischen Eigenwert. Während der Zweifel am Beginn einer Untersuchung es offen läßt, ob Entscheidungsgründe vorhanden sind oder nicht, spricht das Resultat es aus, daß auf Grund der vorhandenen Kenntnisse ein Urteil nicht gefällt werden kann. Als Kern dieses Resultates zeigt sich also ein echtes negatives Urteil, das mein Wissen verneint. Dies, nicht die Urteilsenthaltung, ist das logisch Wesentliche. Ebenso wie mein Nichtwissen kann auch ein berechtigtes Vermuten Gegenstand eines Urteils sein; ja in der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird sogar das Recht einer Erwartung zahlenmäßig bestimmt. Hier ist ganz klar, daß echte Urteile vorliegen, soweit die wirkliche Erkenntnisbedeutung reicht[15]).

Eine sehr viel größere Wichtigkeit legte der Rationalismus dem problematischen Urteile bei. Möglich sollte hier sein, was sich im Denken nicht widerspricht; und aus diesem durch die Gesetze des Denkens bestimmten Bereiche des Denkbaren sollte das unregelmäßige Land der Wirklichkeit gewissermaßen ausgeschnitten werden. Auch in diesem Sinn ist ein Möglichkeitssatz ein wirkliches Urteil über das Nichtwidersprechen zweier Inhalte. Daß dieser ganzen Argumentation eine falsche Auffassung vom Satze des Widerspruchs zugrunde liegt, braucht uns daher hier noch nicht zu beschäftigen. Gleichviel was die sogenannte logische Vereinbarkeit oder Möglichkeit sonst bedeutet, jedenfalls ist ihre Aussage ein echtes Urteil über ein Begriffsverhältnis. Wir haben es also in diesem wie in vielen der früheren Fälle nur scheinbar mit problematischen Sätzen, d. h. Urteilsenthaltungen zu tun. Wir mußten sie

heranziehen, weil gerade von solchen Fällen aus eine selbständige Bedeutung der Urteilsenthaltung für das Erkennen behauptet, und damit ein Einwand gegen den hier vertretenen Urteilsbegriff gemacht werden kann[16]).

Überblickt man nochmals die verschiedenen Bestandteile des Erkenntnisgebietes, die nicht Urteile sind, so erkennt man als allen gemeinsam ihre Zugehörigkeit zu einem individuellen Ich, das nach Erkenntnis, d. h. nach dem Standpunkte des überindividuellen Subjektes strebt. Fragen sind Vorbereitungen zu Urteilen, Festsetzungen sind Hilfsmittel, die für alle Erkenntnis notwendigen gleichbleibenden Gegenstände im Fluß des seelischen Lebens beständig zu erhalten. Problematische Sätze endlich sind überall, wo sie selbständige Bedeutung haben, Ersatz für echte Urteile, die in diesen Fällen nicht erreichbar sind. Eine vollendete Erkenntnis, in der auf das spezifisch Menschliche im Ich gar keine Rücksicht mehr genommen zu werden brauchte, würde sie nicht kennen. Schon in den formal vollendetsten Wissenschaften, den rein mathematischen, kann man der problematischen Sätze und der Fragen völlig entbehren. Denn der reine Erkenntnisgehalt der Aufgaben läßt sich vollständig in Form von Lehrsätzen geben. Der Festsetzungen freilich bedürfen auch diese Wissenschaften, weil sie einerseits ihr Gebiet bestimmen müssen und anderseits für ihre Gegenstände Namen gebrauchen. So enthält auch die vollendet gedachte Mathematik „menschliche" Reste — aber freilich nur insofern, als sie von Menschen für Menschen dargestellt werden muß, nicht in ihrem Erkenntnisgehalt. Daß so das reine Urteil auf das überindividuelle Subjekt bezogen ist, während alle andern für die Erkenntnis wichtigen Sätze ein individuelles Ich (zwar nicht seine individuelle Eigenart, doch aber die allgemeine Tatsache seiner Individualität) voraussetzen, zeigt vielleicht am

deutlichsten die herrschende Stellung des Urteils und die dienende aller übrigen Bestandteile des Erkennens.

Wir haben also gesehen, daß alle andern Bestandteile der Erkenntnis entweder keinen selbständigen Erkenntniswert haben, oder, sofern sie einen solchen haben, echte Urteile enthalten. Unsere Bestimmung des Urteils ist damit gerechtfertigt.

§ 4. Die Analyse des Urteils.

Da alle wesentlichen Teile des Erkennens Urteile im Sinne unserer Definition sind, so können die Grundsätze des Erkennens nur vom Urteil her gefunden werden. Wir müssen also untersuchen, was zu einem Urteil notwendig gehört, oder wir müssen das Urteil logisch analysieren. Nochmals sei hier betont, daß es sich um logische Analyse des Urteils, nicht um grammatische des Satzes handelt. Der sprachliche Ausdruck des Urteils ist uns nur ein Hilfsmittel der Festhaltung und Verständiguug. Ganz absichtlich werden wir uns daher bei Beispielen nicht an eine bestimmte sprachliche Form binden, sondern die Freiheit des Ausdrucks wahren. Nur scheinbar fördert eine streng eingehaltene Sprachform die Strenge des logischen Denkens. In Wahrheit fesselt sie den Gedanken durch willkürliche Bande. Eine ideale Form aber, die wirklich den logisch wesentlichen Inhalt und nur ihn ausdrückt, kann, wenn überhaupt, nur nach gewonnener Kenntnis des logisch Wesentlichen, also nach Vollendung der Analyse gefunden werden. Daß „Urteil" kein psychologischer Begriff ist, wurde ebenfalls schon betont. Wir dürfen sonach auch nicht glauben, daß eine genaue Beobachtung der Bewußtseinsvorgänge, die wir logisch als Urteil interpretieren, uns weiterführen wird. Nicht was dieser oder

jener Mensch, wenn er urteilt oder zu urteilen glaubt, an Empfindungen, Vorstellungen, Gefühlen, Strebungen in sich vorfindet, wollen wir untersuchen, sondern was mit logischer Notwendigkeit zu einem vollständigen Urteile gehört.

Wir knüpfen dazu natürlich wieder an unsere Definition des Urteils an. Als Urteile hatten wir diejenigen Bestandteile des Wertgebiets der Erkenntnis bezeichnet, auf die der leitende Wert Wahrheit anwendbar ist, d. h. die wahr oder falsch sein können. Nachdem das Urteil einmal so definiert ist, handelt es sich im folgenden nicht mehr um Definition im Sinne der Festsetzung eines Sprachgebrauches, sondern um inhaltlich notwendige Zusammenhänge. Wir müssen untersuchen, welche Eigenschaften und Bestandteile dem bisher noch unbestimmt gelassenen Etwas zukommen, das wahr oder falsch sein kann. Da es sich dabei um Grundsätze handelt, können diese nur als notwendig aufgezeigt, nicht eigentlich bewiesen werden.

Es ist nun eine sofort aufzufindende Eigentümlichkeit des Wahrheitswertes, daß er nur anwendbar ist, wo der Anspruch auf Wahrheit erhoben wird. Nicht für alle Werte gilt das. Eine Berglinie, die nur von der Zweckmäßigkeit geleitete Bewegung eines Mähers kann schön sein; wahr aber zu nennen im Sinne der logischen Wahrheit — um ethische Wahrhaftigkeit, künstlerische Wahrheit usw. handelt es sich hier nicht — ist nur, was wahr sein will. Darum muß das Urteil logisch notwendig eine Wahrheitsentscheidung in sich enthalten. Ein beliebiges Bild der Phantasie, ein Traum können nicht wahr oder falsch im logischen Sinne sein; erst wenn etwa das Phantasiebild einer Wirklichkeit entsprechen soll, kann man über seine Wahrheit streiten. Dann aber kommt logisch eben die Behauptung dieser Entsprechung hinzu. Wir unterscheiden also zunächst am Urteile die Behauptung

vom Behaupteten. Die Behauptung kann nun das Behauptete entweder annehmen oder ablehnen. Diese doppelte Möglichkeit gibt ihr den Charakter der Entscheidung. Verneinung ist uns also ein echtes Urteil, da sie wahr oder falsch sein kann. Es wäre natürlich auch möglich, das Urteil so zu definieren, daß nur die Bejahung ein Urteil, die Verneinung etwa eine Urteilsabweisung wäre. Nachdem aber einmal der Urteilsbegriff im Sinne unserer Definition festgestellt ist, folgt daraus der Urteilscharakter der Verneinung. Wir nennen die Urteilsentscheidung auch Qualität des Urteils[17]). Dieser gebräuchliche Name ist, was man auch sonst gegen ihn sagen mag, wenigstens eindeutig und klar bestimmt. So wenig Respekt wir auch vor dem Wuste überkommener Ausdrücke haben, die jede echte logische Überlegung verdunkeln und erschweren, so erscheint es doch zu leichterer Verständigung zweckmäßig, die Ausdrücke, die etwas logisch Wesentliches eindeutig bezeichnen, festzuhalten. Mit Empfindungsqualitäten und ähnlichem kann die logische Qualität kaum verwechselt werden. Das im Urteil Bejahte oder Verneinte bezeichnen wir im Anschlusse an Husserl[18]) als Materie des Urteils. Die Materie eines bejahenden Urteils ist nicht nur als Materie eines verneinenden, sondern auch als Gegenstand einer Frage, einer Urteilsenthaltung denkbar. Sie hat also eine gewisse Selbständigkeit dem Urteilsganzen gegenüber. Tritt dasjenige, was auch Materie eines Urteils sein kann, ohne Urteilsentscheidung auf, so wollen wir es These[19]) nennen; denn das Wort Materie hat nur relativ zu einem formalen Elemente, in unserem Falle zur Urteilsqualität, einen Sinn.

Das Verhältnis von Bejahung und Verneinung ist ausgesprochen in dem Axiom, das man als Satz des Widerspruches bezeichnen kann: Ein bejahendes Urteil schließt

die Wahrheit des verneinenden Urteils mit derselben Materie aus und umgekehrt. Da es nun außer Bejahung und Verneinung keine weitere Qualität gibt, so kann man auch sagen: Die Falschheit eines bejahenden Urteils ist gleichbedeutend mit der Wahrheit des verneinenden Urteils mit gleicher Materie und umgekehrt. Diese Form entspricht dem gewöhnlich als Satz des ausgeschlossenen Dritten bezeichneten Axiom, sie ist besonders wichtig, weil sie erlaubt, aus der erwiesenen Falschheit eines Urteils auf ein wahres Urteil zu schließen. Da die Verneinung einer Verneinung nur deren Falschheit bedeuten kann, so ist der Satz der doppelten Verneinung ebenfalls eine zugehörige Folgerung. Auch hier erkennt man wieder, daß problematische Sätze gewissermaßen einer andern Sphäre angehören. Die Materie muß an sich entweder bejaht oder verneint werden — aber für uns kann leicht der Fall eintreten, daß wir die Entscheidung nicht fällen können.

Wir beziehen also den Satz des Widerspruches und seine unmittelbaren Folgerungen auf Urteile, nicht etwa auf Urteilsinhalte oder Begriffe. Damit treten wir der allverbreiteten Rede von widersprechenden Begriffen entgegen. Nicht als ob wir leugnen wollten, daß viereckiger Kreis einen Widerspruch enthält. Aber dieser Widerspruch liegt darin, daß von derselben Figur die Kreisform und damit der Mangel einer Ecke und zugleich das Vorhandensein einer bestimmten Anzahl von Ecken ausgesagt wird. Es liegen also in diesem widerspruchsvollen Begriffe die einander widersprechenden Urteile: „Diese Figur hat Ecken“ und „diese Figur hat keine Ecken“. Widersprechende Begriffe sind stets solche, die bei ihrer Auflösung in Urteile Bejahung und Verneinung derselben Urteilsmaterie verlangen. Nur wenn man, wie hier geschieht, den Satz des Wider-

spruchs auf Urteile bezieht, kann man in ihm den obersten Satz des Erkennens sehen und ihn eindeutig und klar aussprechen. Schon Kant hat der gebräuchlichen Formulierung vorgeworfen, daß sie die Zeit enthält. In der Tat, wenn ich sage, „es ist widersprechend, daß dasselbe etwas zugleich sei und nicht sei," so ist aus dem Zugleich ein zeitliches Moment gar nicht fern zu halten. Aber dies genügt noch gar nicht. Dieser äußerst unklare Satz läßt bei dem „Dasselbe" sogleich an ein Ding denken. Als Beispiel liegt das hölzerne Eisen oder eine Fläche, die zugleich und an demselben Orte weiß und schwarz ist, nahe. Aber die Unmöglichkeit dieser „Begriffe" ist nur aus sachlichen Voraussetzungen erkennbar, mit deren Hilfe erst sie sich in widersprechende Urteile auflösen lassen. Verstehen wir unter Holz einen Stoff von bestimmter chemischer Zusammensetzung, so folgt, daß dieser Stoff nicht zugleich das chemische Element Eisen sein kann, aus dem Grundsatz der Chemie, gemäß welchem die chemische Zusammensetzung eines Stoffes eindeutig bestimmt ist. Denken wir aber bei Holz an das organische Erzeugnis der Wachstumsvorgänge eines Baumes, so folgt nur aus unserer empirischen Kenntnis des organischen Lebens, daß dieses Produkt nicht aus dem einfachen metallischen Elemente Eisen bestehen kann. Daß eine Fläche an dem gleichen Orte nicht zugleich weiß oder schwarz sein kann, liegt an dem eigentümlichen Verhalten unserer Gesichtsempfindungen. Hier ist die Selbstverständlichkeit bloße Gewöhnung, wie der Vergleich mit andern Sinnesgebieten sofort lehrt. In einem Klange können sehr wohl verschiedene Qualitäten so gemischt sein, daß sie aus ihm gleichzeitig herauserkannt werden können. Hier ist also ein Zusammensein mehrerer Qualitäten an einer Einheit keineswegs unmöglich oder gar widersprechend. Auch daß zwei Farben an demselben Ort

zugleich wahrgenommen werden können, widerspricht nur der Erfahrung oder genauer gesagt, einem empirischen Strukturgesetze. Wer solche Beispiele für den Satz des Widerspruchs anführt, hat es sich zuzuschreiben, wenn skeptische oder empiristische Gegner mit den Beispielen den Satz selbst als eine Erfahrung von zweifelhafter Tragweite bei Seite schieben. Der Satz des Widerspruchs, wie wir ihn fassen, und wie allein er ein einwandfreies Axiom ist, setzt Urteile bereits voraus. Es lassen sich aus ihm inhaltlich neue Urteile niemals ableiten. Er kann nur dazu dienen, aus der Wahrheit eines Urteils die Falschheit eines andern zu gewinnen und umgekehrt[20]).

An der Urteilsqualität ist weiteres nicht zu unterscheiden. Sie kann nur in der Besonderung von Bejahung oder Verneinung auftreten; der übergeordnete Begriff der Qualität überhaupt hat diesen seinen Arten gegenüber nur zusammenfassende Bedeutung, nicht selbständige Existenz. Unsere weitere Analyse muß also die Urteilsmaterie betreffen.

Die Urteilsmaterie ist von uns zunächst negativ als das definiert, was vom Urteil nach Hinwegnahme der Qualität übrigbleibt. Indessen liegt doch darin zugleich eine positive Bestimmung. Da nämlich unter Urteilsmaterie der ganze, nach Abzug der Qualität übrigbleibende Teil des Urteils verstanden werden sollte, so muß die Urteilsmaterie für sich ohne Hinzutreten irgend eines andern Elementes bejaht oder verneint werden können. Das „Können“ bedeutet hier natürlich nicht, daß wir imstande wären, aus jeder denkbaren Materie ein wahres Urteil zu bilden, sondern nur daß Bejahung oder Verneinung der Materie einen vollständigen Sinn gäbe und sie zum Urteil ergänzte. Nunmehr wird der Sinn der Frage klar sein, ob jedes beliebige Denkbare zugleich schon Urteilsmaterie sein könnte. Gerade in neuerer Zeit ist das vielfach behauptet worden, und eine

Nachprüfung dieser Behauptung wird daher notwendig sein [21]). Gehen wir einmal von möglichst einfachen Inhalten des Denkens aus. Hat es Sinn, blau oder salzig zu bejahen oder zu verneinen? Ich kann jetzt einen salzigen Geschmack empfinden oder nicht empfinden; wenn ich aber dann sage, ich schmecke jetzt nicht salzig, so verneine ich nicht den Inhalt „salzig“, sondern das Vorhandensein dieses Inhaltes in meinem gegenwärtigen Bewußtseinszustand. Aber vielleicht könnte einer, der etwa farbenblind wäre, sagen, es gibt kein Rot. Der logische Sinn dieses Ausspruches wäre nur so zu fassen, daß in allen Bewußtseinszusammenhängen, die dieses Ich erlebt, ein von allen andern Farben verschiedenes Rot nicht vorkommt. Also auch hier ist nicht der Inhalt geleugnet, sondern sein Zusammenvorkommen mit oder sein Unterschiedensein von andern Inhalten. Wenn man sagt, Schopenhauer leugne die Lust, so drückt man sich ebenfalls ungenau aus. Er leugnet nur, daß Lust etwas von dem Aufhören eines Schmerzes Verschiedenes sei. Ebensowenig wie diese letzten Qualitäten kann man etwa eine Zahl oder eine gerade Linie als solche bejahen oder verneinen. Dasselbe gilt auch von einfachen Raum- oder Zeitbestimmungen. Ein durch eine hinweisende Bewegung abgegrenztes Hier kann weder wahr noch falsch sein; nur daß jetzt hier ein bestimmter Inhalt vorhanden ist, kann bejaht oder verneint werden. Dabei aber trifft Bejahung oder Verneinung den Zusammenhang des räumlich abgegrenzten und des inhaltlich bestimmten Inhaltes. Die hier zurückgewiesene Ansicht wäre wohl überhaupt nicht aufgetreten, wenn man nicht bei Denkinhalten gewöhnlich statt logisch einfacherer Fälle gleich Dinge im Sinn hätte. Im praktischen Leben ist die Erkenntnis konkreter Dinge so überwiegend wichtig, daß unsere Sprache fast nur diesen Fall in ihren Formen

berücksichtigt. Nun enthält jedes Ding schon eine Fülle als Einheit gedachter Bestimmungen. Ein Ding leugnen, kann daher bedeuten, die Vereinbarkeit gewisser Bestimmungen leugnen. Wenn ich etwa Mondbewohner leugne, so behaupte ich damit, daß auf dem Monde keine organischen Wesen leben. In anderm Sinn läßt sich auch ein Dingbegriff nicht als solcher bejahen oder verneinen. Die sogenannten Existenzialsätze behaupten, wenn man sie recht analysiert, bei Dingen wie bei Qualitäten nur ihr Vorkommen in einem bestimmten Zusammenhange. Das Urteil etwa: es gibt keine Sphinxe, bedeutet, daß unter den Tieren der Erde keine solchen angetroffen werden. Als Kunstwerke haben Sphinxe ja Realität. Die weitere Klärung der Begriffe Existenz, Realität, Wirklichkeit muß einer späteren Stelle vorbehalten werden. Von Nutzen dafür wird eine Betrachtung der sogenannten mathematischen Existenzprobleme sein, da diese sich ebenfalls als Fragen nach dem Vorkommen in einem (konstruktiven) Zusammenhange herausstellen werden.

Kann man einen für sich genommenen Inhalt weder bejahen noch verneinen, so läßt sich diesem Satze noch eine andere, positive Wendung geben: Jedes Urteil enthält Bestandteile, die für sich erfaßt werden können, aber nicht imstande sind, eine Urteilsmaterie zu bilden.

Um dies und alles folgende klar ausdrücken zu können, müssen wir einige Wörter in ihrer Bedeutung festlegen. Wir brauchen vor allem eine Bezeichnung für den ganzen Inbegriff der zum Erkennen gehörigen Tätigkeiten, auch derjenigen, die noch nicht vollständigen Erkenntniswert erzeugen. Dafür tritt am besten das Wort „Denken“ ein, das man ja gewohnt ist, in allgemeinerem Sinne als Erkennen zu gebrauchen. Oft freilich beschränkt man dabei das Erkennen auf die sogenannte Wirklichkeitserkenntnis,

während für uns, wie ausdrücklich hervorgehoben werden soll, jedes wahre Urteil, auch ein solches über imaginäre Zahlen, eine Erkenntnis ist. Dagegen umfaßt Denken nicht nur die urteilsbildende, sondern zugleich auch alle urteilsvorbereitenden Tätigkeiten. Denken ist wie Erkennen und Urteilen ein teleologisch gebildeter Tätigkeitsbegriff. Dieser Tätigkeit entspricht natürlich immer ein psychologischer Vorgang; aber ebensowenig wie beim Urteilen ist beim Denken von vornherein gewiß, daß dieser Vorgang psychologisch immer von der gleichen Art ist. Da für die Logik nur das teleologisch in bezug auf den Erkenntniszweck bedeutsame Tun als Denken bezeichnet werden soll, so fällt, gerade wie beim Urteil, das am Tun Wichtige mit dem Erfolge des Tuns zusammen. Wenn nun, wie gezeigt wurde, es Denkbares gibt, das noch nicht Urteilsmaterie sein kann, wohl aber in jede Urteilsmaterie notwendig eingeht, so müssen wir für dieses ebenfalls einen Namen feststellen. Wir nennen es „Gegenstand" und die entsprechende Denktätigkeit gegenständliche Setzung, auch kurz „Setzung" oder Position. Eine Position ist also kein vollständiges Erkennen, sowenig ein Gegenstand eine vollständige Erkenntnis ist. Unter Gegenstand verstehe ich demnach alles, wovon überhaupt irgend etwas behauptet werden kann. Rot oder sauer ist ebensogut ein Gegenstand wie ein bestimmter Mensch oder eine imaginäre Zahl. Der allgemeine Begriff „Säugetier" ist Gegenstand, so gut wie der jetzige Zustand eines bestimmten Hundes. Da „Gegenstand" ein logischer Begriff ist, so gehört zum Gegenstande immer das und nur das, was beim Erkennen gemeint ist. Zur Zahl als Gegenstand der Arithmetik gehören also keineswegs die wechselnden Mittel, durch die sich die einzelnen Menschen die Zahlen vorstellig machen. Der hier angenommene Sprachgebrauch kann Bedenken erregen, da das Wort

„Gegenstand" oft im Sinne von „Ding" gebraucht wird. Aber in neuerer Zeit hat eine so große Zahl namhafter Logiker sich für ihn erklärt, daß eine Abweichung hier unnütze Verwirrung stiften würde. An sich scheint der Ausdruck „Inhalt" fast geeigneter zu sein, doch ist dieser heute vielfach für die psychologische Repräsentation des Gegenstandes gebräuchlich [22]).

Das Verhältnis von Urteil und Gegenstand hat nun aber noch eine Schwierigkeit, die, mit andern Fragen verbunden, bei dem Streite, ob die Logik vom Urteile oder vom Begriffe auszugehen habe, eine Rolle spielt [23]). Nach unsern bisherigen Betrachtungen läßt sich sowohl der Beginn mit der einfachsten vollständigen Erkenntnis, dem einfachen Urteil, als auch der mit dem notwendigen einfachsten Urteilsbestandteil, dem Gegenstand, rechtfertigen. Indessen muß man sich, wenn man den zweiten Weg einschlägt, hüten, in den Gegenständen, von denen man ausgeht, schon vollständige Urteile vorauszusetzen, wie man z. B. notwendig tut, sobald man von gültigen Begriffen redet. Setzen aber nicht vielleicht alle Gegenstände schon Urteile oder mindestens Thesen voraus, so daß wir uns in einem ewigen Zirkel bewegen? Die Mehrzahl der in unserm wirklichen Denken vorkommenden Gegenstände ist in der Tat sehr komplexer Natur. Alle Dingbegriffe stellen, wie schon gezeigt wurde, eine Einheit verschiedener Bestimmungen dar, die entweder als Urteil behauptet oder als These offengehalten werden kann. Wir sagen sehr häufig von Gegenständen etwas aus, ohne daß wir die in dem Gegenstand gesetzten Thesen bejahen. Wenn wir z. B. auch nicht wissen, ob eine Kurve überall eine Tangente hat, können wir doch über die notwendigen Eigenschaften einer solchen Tangente vieles bestimmen. Dabei ist Tangente als Gerade, die mit der Kurve in einer bestimmten Be-

ziehung steht, gedacht, diese Beziehung aber ist augenscheinlich nur eine These. Von den urteils- und den thesenhaltigen Gegenständen unterscheiden wir die einfachen Gegenstände, für die die sinnlichen Qualitäten wie blau oder süß als Beispiele genügen mögen. Indessen kann gefragt werden, ob nicht auch diese im Grunde schon Urteile voraussetzen. Um von einem Gegenstand „blau" zu reden, muß ich doch blau irgendwo erlebt haben. Ich muß ferner blau von andern Farben unterschieden haben. Geht also nicht auch in den Gegenstand „blau" eine Fülle von Urteilen ein, und zwar sowohl von Urteilen von der Form „dies ist blau" als auch von Urteilen, wie „blau ist nicht grün", „blau ist eine Farbe"? Unzweifelhaft könnten wir den Gegenstand blau nicht wirklich fassen, wenn nicht derartige Urteile da wären, aber deshalb sind doch diese Urteile nicht in dem Gegenstand als solchem gesetzt. Man kann sich das leicht klar machen, wenn man überlegt, daß der Gegenstand blau sich von einem Rotblinden auch auffassen läßt, obwohl die besonderen Unterscheidungen bei ihm andere und ärmere sind. Ferner müssen zwar psychologisch irgendwelche Erlebnisse vorangegangen sein, die blau in irgendeinem Zusammenhang zeigten, aber die Eigenart dieser Erlebnisse und Zusammenhänge kommt für den Gegenstand blau als solchen logisch nicht in Betracht. Dagegen enthalten Gegenstände wie Baum oder Tangente Thesen als logisch zugehörige Bestandteile. Es gibt also Gegenstände, die noch keine Thesen enthalten, mag auch ihre bestimmte Unterscheidung von andern Gegenständen nur mit Hilfe von Urteilen vollziehbar sein.

Gegenstand in dem beschriebenen Sinne kann, wie schon erwähnt, alles Denkbare sein; das unbestimmt gelassene, nur durch eine Hinweisung abgegrenzte Jetzt und Hier so gut wie ein mit der ganzen Fülle seiner Bestimmungen

gedachtes Ding, das Allgemeinste wie das Besonderste, das Atom wie die Welt. Nur eines muß logisch jedem Gegenstande zukommen: Er muß als solcher festhaltbar sein. Diese formale Bestimmtheit des Gegenstandes hat mit seiner inhaltlichen Bestimmung noch nichts zu tun. Auch das unanalysierte Gemeingefühl, das ich jetzt habe, kann durch zeitliche Abgrenzung und Beziehung auf meinen individuellen Bewußtseinszusammenhang doch als Gegenstand bestimmt sein. Man spricht, um diese Eigenschaft jedes logischen Gegenstandes zu bezeichnen, von seiner Identität mit sich selbst. Diese Identität ist das, was am Gegenstand der von uns als Position bezeichneten Denktätigkeit entspricht. Die Position kommt logisch wieder nicht in ihrem Tätigkeitscharakter sondern in ihrem Resultat in Betracht, daß nämlich die Setzung erst einen logischen Gegenstand abgrenzt. Aus wechselnden, stets ineinander übergehenden Vorstellungen läßt sich ein Urteil so wenig bilden, wie sich aus einer Flüssigkeit ein Haus bauen ließe. Die Identität ist Grundeigenschaft des Gegenstandes, nicht des Urteils; darum ist es so schwer, sie in einem Urteil auszusprechen. Erst die Anwendungen der Identität im Verlaufe des wirklichen Denkens lassen sich leicht in Urteile fassen. Man kann etwa sagen: Der Gegenstand muß seinem logischen Wesen nach, von seinem einzelnen Vorkommen in einem bestimmten Urteil unabhängig, als derselbe gedacht werden können; erst dies macht die Wiederholung desselben Urteils und das Vorkommen desselben Gegenstandes in verschiedenen Urteilen möglich. So ist auch die Identität so gut wie der Gegenstand ein teleologisch bestimmter Begriff. Bewegen wir uns im idealen Bereiche vollendet gedachter Erkenntnisse, so ist Identität notwendige Eigenschaft jedes hier vorkommenden Gegenstandes. Steigen wir zum gewöhnlichen Erkennen herab,

das ja die vollendete Erkenntnis erst zu gewinnen sucht, dann wird die Identität zur Forderung an jeden Gegenstand, zur Norm. Erst in dieser Anwendung kann die Identität als Satz ausgesprochen werden. Die gewöhnliche Form A = A ist schon deshalb nicht sehr empfehlenswert, weil sie die verwirrende Vermischung von Identität und Gleichheit fördert. Will man hier dem Gleichheitszeichen den Sinn „identisch mit“ geben, so setzt diese Formel die Möglichkeit mehrfacher Setzung desselben Gegenstandes voraus. Im realen Denken ist diese Möglichkeit an die Zeit gebunden, und so geht die Zeit sehr leicht in die Ausdrücke des Identitätssatzes ein, aber nur, um damit zugleich als unwesentlich aufgehoben zu werden. Es ist für den logischen Gegenstand unwesentlich, wann und wie oft er im Verlaufe des Denkens vorkommt. Alle solchen Wendungen lassen erkennen, daß relativ zu unserem Vorstellungsleben der Satz der Identität eine Norm ist, der sich die Vorstellungen unterwerfen müssen, wenn sie den Wert logischer Gegenstände erlangen sollen. Es ist schwer begreiflich, daß auch bedeutende Logiker die Identität zu einem Naturgesetze des Vorstellens umgestempelt haben. Ein Blick auf den psychologischen Tatbestand kann eines besseren belehren. In unserem Seelenleben bleibt nicht eine einzige Vorstellung und noch weniger ein Gefühl eine meßbare Zeit hindurch sich selbst gleich. Sogar die scheinbar festesten Bestandteile, die Sinnesempfindungen, gewinnen den Schein der Festigkeit nur durch eine Zurückspiegelung der aus ihnen vom Erkennen geschaffenen Gegenstände auf sie selbst. Es ist gar nicht so leicht, eine Empfindung nur als solche zum Objekt der Betrachtung zu machen, aber sobald man es tut, erkennt man ihre fortwährende Veränderung. Eine Farbe z. B. braucht eine gewisse Zeit, um ihre maximale Sättigung zu erreichen, und, sobald sie

diese erreicht hat, beginnt sie langsam abzublassen. Noch wandelbarer sind Erinnerungsbilder oder Phantasievorstellungen. Wir bedürfen besonderer Veranstaltungen, um in diesem Flusse identische Gegenstände gewinnen zu können. Das wichtigste unter diesen Mitteln, die sprachliche Bezeichnung, ist uns freilich so vertraut und selbstverständlich geworden, daß wir ihre Leistungen leicht vergessen. Übrigens lehrt der Bedeutungswandel, der nicht nur in längeren Zeiträumen sondern selbst im Verlaufe etwa eines kurzen Gespräches die Festigkeit der Wortbedeutung bedroht, daß doch auch die Sprache in ihrer gewöhnlichen Anwendung der Norm der Identität nur unvollkommen genügt. Wir haben es an dieser Stelle nicht mit den Mitteln zu tun, durch die die Wissenschaften jene Forderung vollkommener zu erfüllen suchen; wir mußten uns nur klar machen, daß Identität keine psychologische Tatsache ist.

Indem der Satz der Identität auf Gegenstände, der Satz des Widerspruchs auf Urteile bezogen wird, sind diese beiden Grundaxiome aus der innigen Verbindung gelöst, in der sie gewöhnlich vorgeführt werden. Fragt man, welches ihre natürliche, systematische Reihenfolge ist, so wird man mit ähnlichen Erwägungen antworten müssen, wie wir sie oben über die Reihenfolge von Gegenstand und Urteil angestellt haben. Ohne Gegenstand, also auch ohne Position und Identität, ist kein Urteil denkbar. Aber die Bedeutung der Identität ist doch erst vom Urteil aus recht zu erfassen. Der echte Zusammenhang ist hier wie in vielen Fällen gegenseitig. Mit welcher Seite unsere zeitlich ablaufende Darstellung beginnen soll, bleibt eine prinzipiell nicht entscheidbare Zweckmäßigkeitsfrage [24]).

Aber ist unsere Trennung der beiden Axiome voneinander nicht zuletzt doch künstlich? Nach einer weit ver-

breiteten Ansicht ist jedes gültige Urteil Identifizierung zweier Gegenstände. Ein falsches Urteil wäre dann eines, das identische Gegenstände als nicht identisch oder nicht identische als identisch faßte. Widersprechend wäre also eine Behauptung, die zwei identische Gegenstände als nicht identisch oder zwei nicht identische als identisch setzte. Auch für diese Ansicht folgt der Satz des Widerspruchs nicht ohne weiteres aus dem der Identität. Vielmehr muß die Mehrheit der Gegenstände und die Negation hinzutreten, um ihn zu gewinnen. Er bliebe also ein selbständiges Axiom, stände aber doch mit dem Axiom der Identität in unmittelbarer Verbindung. Diese Unmittelbarkeit ist eine Folge davon, daß nach der besprochenen Ansicht auch die logische Geltung des Urteils auf die Identität zurückgeführt wird. Eine solche Auffassung verheißt dem Einheitsbedürfnis des Denkens rasche Befriedigung und empfiehlt sich dadurch. Es fragt sich nur, ob sie richtig ist. Die gewöhnliche, sprachliche Form entspricht ihr nicht; aber das wäre kein Gegengrund, wenn sich zeigen ließe, daß sie die für die Erkenntnis wesentliche Meinung dieser Form träfe. In dem Urteil „Cäsar überschritt den Rubikon", ist, so sagen die Anhänger dieser Ansicht, das Subjekt weder der Cäsar, welcher in Windeln lag, noch der, welcher in der katilinarischen Verschwörung eine Rolle spielte, noch der, welcher den Dolchen der Mörder erlag, sondern eben der Cäsar, der den Rubikon überschritt. Und das Überschreiten des Rubikon, um das es sich hier handelt, ist auch nicht der friedliche, rechtlich und geschichtlich bedeutungslose Verkehr der Grenzanwohner, sondern eben jenes entscheidende Überschreiten des Grenzflusses durch Cäsar als Heerführer. Solche Erwägungen führen dazu, zu sagen: Der wahre logische Sinn unseres Satzes ist „der den Rubikon überschreitende Cäsar ist der den Rubikon überschreitende

Cäsar". Diese Umformung, die manchem imponiert, ist in Wahrheit eine sonderbare Selbsttäuschung. Man setzt das vollzogene Urteil in den Gegenstand des Subjektes hinein, macht dieses so zur Voraussetzung eines inhaltlosen Scheinurteils und glaubt, das Problem der Erkenntnis aus der Welt geschafft zu haben, weil man es nicht mehr sieht. Niemand ist außerhalb der formalen Logik so dumm, daß er leere Identitäten aussagte. Zu der Täuschung trägt viel bei, daß man in der Logik die als Beispiel gebrauchten Sätze, ähnlich den Paradigmen der Grammatiken, ohne Rücksicht auf einen möglichen Zusammenhang betrachtet und dann glaubt, sich jede Umformung mit diesen Sätzen erlauben zu dürfen, die nicht geradezu logischen Widersinn ergibt. Die wirkliche Frage der Logik an jeden Satz lautet: worin liegt seine Erkenntnisbedeutung? Stellen wir diese Frage an unser Beispiel, so müssen wir es sogleich in den Verlauf einer historischen Erzählung eingeordnet denken. Dann ist das Subjekt des Urteils der Cäsar, von dem uns durch die vorangehenden Teile der Erzählung schon vielerlei bekannt ist. In den Gegenstand „Cäsar" sind also bereits eine Fülle von Urteilen aufgenommen. Ihnen wird nun als neues Urteil hinzugefügt, daß er den Rubikon überschritt. In dieser Hinzufügung liegt der Erkenntniswert des neuen Urteils. Man sollte sich beinahe schämen, vier Menschenalter nach der Kritik der reinen Vernunft den synthetischen Charakter nicht etwa der mathematischen, sondern selbst der Erfahrungsurteile erst noch erörtern zu müssen. Aber der chaotische Zustand der Logik zwingt dazu, auch die einfachsten Wahrheiten immer neu zu beweisen. Daß übrigens auch bedeutende Geister sich von dem Phantom einer Auflösung aller Urteile in Identitäten haben narren lassen, beruht auf der Bedeutung der Gleichungen in der Mathematik und

mathematischen Naturwissenschaft. Zunächst ist demgegenüber darauf hinzuweisen, daß in der Mathematik doch auch Urteile über Ungleichheiten nicht etwa bloß als Negationen der Gleichheit, sondern als positive Behauptungen des Größer oder Kleiner eine Rolle spielen. Ferner ist mancher mathematische Satz, den man als Gleichheit auszusprechen sich gewöhnt hat, seinem eigentlichen Erkenntniswerte nach etwas ganz anderes. Der Satz, die Winkelsumme des Dreiecks ist gleich zwei Rechten, will nicht eine Gleichheit aussagen, sondern behauptet, daß mit dem Charakter einer ebenen, geradlinigen, dreiseitigen Figur diese bestimmte Größe ihrer Winkelsumme notwendig verbunden sei. Aber auch was nach Abzug von Scheingleichungen als wirkliche Gleichung übrigbleibt, ist nicht Identität. Wenn ich frage, was für eine Erkenntnis die Gleichung $2^3 = 8$ eigentlich ausdrückt, so lautet die Antwort: Daß diejenige Zahl, die durch dreimalige Setzung von 2 als Faktor gewonnen wird, die Zahl 8 der Zahlenreihe ist, oder daß zwei verschiedene Operationen, das Zählen bis 8 und die Multiplikation $2 \times 2 \times 2$, dasselbe Resultat ergeben. Damit hier eine Erkenntnis vorliegt, muß eine Verschiedenheit der Operation da sein. So setzt Gleichheit überall Verschiedenheit voraus; die bloße Identität $8 = 8$ dient wohl dem Beweise, daß die Gleichheit richtig sei, liefert aber für sich keine wesentliche Erkenntnis. Wie Gleichheit und Identität zusammenhängen, wird an einer späteren Stelle zu erörtern sein. Hier genügt der Hinweis, daß das Identitätsurteil gewissermaßen der Grenzfall des Gleichheitsurteils ist, der als Minimum der Verschiedenheit die zweimalige Setzung desselben Gegenstandes einschließt[25]).

Wenn also die Behauptung einer Identität nicht der Sinn eines Urteils sein kann, so fragt sich, wie dieser Sinn allgemein auszudrücken ist. Bei der inhaltlichen Ver-

schiedenheit der Urteile kann nur eine sehr allgemeine Bestimmung wirklich allen Urteilen gerecht werden. Nun gehören zu jedem Urteile mehrere Gegenstände, mindestens also zwei. Da es unmöglich ist, den Sinn des Urteils auf Identität und damit auf die Setzung der Gegenstände selbst zurückzuführen, so muß zwischen den mindestens zwei Gegenständen eine Beziehung behauptet werden. Denn der Satz des Widerspruchs, an den als an ein Prinzip der Urteilsbildung man etwa noch denken könnte, setzt in der Form, die wir ihm gegeben haben, schon Urteile voraus und ist das Prinzip der Negation. Ein Urteil bejaht also oder verneint die Beziehung (Relation) zwischen zwei Gegenständen.

Wir haben damit die Analyse des einfachen Urteils durchgeführt; wir haben es zunächst in Qualität und Materie zerlegt und haben dann gezeigt, daß die Urteilsmaterie oder, wie wir sie in ihrer selbständigen Existenz nannten, die These aus Gegenständen und Relation besteht. Gegen diesen letzten Satz wird man vielleicht noch einige Einwände machen, die von gewissen einfachen Fällen hergenommen sind. In dem sogenannten Existentialurteil scheint nur ein Gegenstand vorhanden zu sein, und da zu einer Beziehung zwei Beziehungspunkte gehören, scheint hier unsere Analyse nicht zuzutreffen. Indessen ist bereits oben gezeigt worden, daß im sogenannten Existentialurteil in der Tat das Vorkommen eines Gegenstandes in einem Zusammenhange behauptet wird. Der Satz, „ein Gott ist“ will nicht das Gottbenannte irgendwie bejahen, was Unsinn wäre, sondern will sagen, daß Gott in irgendwelchen noch unbestimmt gelassenen Verhältnissen zu dem Inbegriff der Dinge, die wir Welt nennen, steht. Es ist also hier der zweite Gegenstand zu einem mehr oder minder genau bestimmten Inbegriff geworden, und die

Relation wurde die ebenfalls relativ unbestimmte des allgemeinen Zusammenhangs.

Logisch weniger wichtig sind gewisse Fälle, in denen der sprachliche Ausdruck des Urteils sogar auf ein einzelnes Wort zusammenschrumpft. Wenn wir den Ausruf „Feuer" als Urteil fassen, also von allen affektiven Inhalten absehen, so kann er etwa bedeuten, hier ist Feuer, oder, ich bemerke Zeichen von Feuer. Der Satz, hier ist Feuer, aber setzt den raumzeitlich begrenzten Gegenstand „hier" mit dem inhaltlich bestimmten Gegenstand „Feuer" in Beziehung.

Wir haben die zwei in Relation gesetzten Gegenstände noch nicht voneinander unterschieden. Die gewöhnliche Logik pflegt sie als *Subjekt* und *Prädikat* einander gegenüberzustellen, wobei allerdings in das Prädikat oft zugleich wesentliche Bestandteile der Relation miteinbegriffen werden. Wir sehen zunächst von dem Verhältnis der Relation zum Prädikate ab und fragen nach dem logischen Werte der Unterscheidung von Subjekt und Prädikat. Dabei muß natürlich das Grammatische außer acht bleiben. Die Unterscheidung von Subjekt und Prädikat bedeutet, wenn man den Inhalt der Relation völlig offen läßt (die gewöhnlichen Prädikationstheorien pflegen allerdings eine bestimmte, wie wir zeigen werden, falsche Auffassung der Relation zugrunde zu legen), daß das Urteil wesentlich eine Richtung hat, oder daß die Richtung, die im Urteilsvorgang als zeitlich verlaufendem Akte notwendig vorhanden ist, logisch wesentlich zum Urteil seiner logischen Bedeutung nach gehört. Wenn man nun die Urteile daraufhin prüft, ob die Stellung der Gegenstände wesentlich ist, so kommt man zu einer Unterscheidung, deren Grund in der Eigenart der Relationen ruht. Es gibt Relationen, die in sich eine Richtung haben. Man denke an größer, an die Verhältnisse der Subordination und ähnliches; es gibt andere, die keine

Richtung haben, daher ohne Änderung der Relationsart umkehrbar sind. Hierher gehört z. B. die Gleichheit und die bloße Unterscheidung, ferner auch die Koexistenz. Bei den Fällen der ersten Art ist die Reihenfolge der Gegenstände logisch wesentlich. Urteile mit Relationen der zweiten Art können, wenn man sie zunächst außer Zusammenhang betrachtet, in beiden möglichen Reihenfolgen gleichwertig ausgesprochen werden. Aber auch hier wird im Zusammenhang des Erkennens eine Reihenfolge wesentlich. Der Gedankengang führt logisch von dem einen Gegenstand zum andern. Es ist ein verschiedener Zusammenhang, ob ich 3^3 ausrechne und als Resultat 27 finde, oder ob ich 27 in Faktoren zerlege und erkenne, daß es 3^3 ist. Wir werden also sagen dürfen, in jedem Urteil, sofern es einem Erkenntniszusammenhang angehört, liegt wesentlich eine Richtung, während dem Urteil für sich genommen, die Richtung nicht immer wesentlich ist.

Indessen wollen die meisten Theorien, die das Urteil in Subjekt und Prädikat teilen, mehr als die Wesentlichkeit einer Richtung im Urteil behaupten. Es soll der ganze Gedankengehalt der These auf die beiden Gegenstände so verteilt werden, daß zwischen ihnen nur eine in allen Urteilen gleiche Verbindung übrigbleibt. Man sagt dann wohl, ein Gegenstand werde von einem andern Gegenstande prädiziert oder ausgesagt oder bejaht. Daß das Sagen, die Bezeichnung, Benennung nur ein Hilfsmittel der Festhaltung und Mitteilung des Urteils, nicht das Urteil selbst ist, geht aus unserer Definition des Urteils ohne weiteres hervor. Eher könnte man meinen, daß abgesehen von den zwei Gegenständen nur noch die Qualität übrig bliebe, und daß diese der eigentliche Sinn der sogenannten Kopula sei. Indessen kommt man sofort in Verlegenheit, wenn man nun bestimmen will, was es heißt, einen Gegenstand von einem andern bejahen.

Im Gegenstand als solchen liegt ja nichts, was über ihn selbst hinausführte. Den Versuch, das Urteil auf die Identität zurückzuführen, haben wir schon widerlegt. Da das unmöglich ist, muß man der Kopula denn doch einen zur bloßen Bejahung hinzutretenden Sinn geben. Denn wenn der Gegenstand als solcher nicht über sich selbst hinausführt, muß eine These irgend etwas sein, worin ein Gegenstand mit einem andern verbunden wird. Man sucht aber dann doch, dies Verbindende allgemein als in allen Urteilen gleich aufzufassen und alle Verschiedenheit in die Gegenstände zu legen. Schon daß es eine ganze Anzahl miteinander unvereinbarer Theorien dieser Art gibt, kann stutzig machen. Denn hätte wirklich die Urteilsverbindung überall den gleichen Sinn, so wäre es sonderbar, daß dieser Sinn doch in so Verschiedenem gesehen wird. Handelt es sich dagegen um künstliche Vereinheitlichungen, so darf man sich nicht wundern, daß diese von verschiedenen Ausgangspunkten her versucht worden sind. Indessen ist dies nur eine vorbereitende Erwägung, kein Beweis. Vielmehr muß die Unhaltbarkeit der verbreitetsten Ansichten erwiesen werden, wobei sich positiv zeigen wird, daß die im Urteil bejahte Beziehung in verschiedenen Fällen verschieden ist und sich allgemein eben nur als Beziehung fassen läßt. Der widerlegten Identitätstheorie hält man sich am nächsten, wenn man im Prädikat zwar nicht die Wiederholung des ganzen Subjektes, doch aber die Heraushebung eines Bestandteiles des Subjektes sieht. Sage ich, der Vogel fliegt, so ist nach dieser Ansicht das Subjekt kein sitzender, sondern ein fliegender Vogel, und an ihm wird das Fliegen hervorgehoben. Auch diese Theorie kann im Urteil keine wirkliche Weiterführung der Erkenntnis sehen, sie setzt ebenfalls das ganze Urteil schon im Subjekte voraus. Sie muß daher diesen Gegenstand schon als komplexen Gegenstand denken,

komplexe Gegenstände aber sind selbst urteils- oder thesenhaltig, umschließen also Verbindungen. Es wird demnach auch hier vorausgesetzt, was eigentlich erklärt werden sollte. Verführend wirkt wieder die Verwechslung von logischer und psychologischer Analyse. Man geht von der unzerlegten Wahrnehmung etwa eines fliegenden Vogels aus und faßt das Urteil als Heraushebung eines Teiles aus diesem einheitlichen Ganzen auf. Dabei setzt man voraus, die Wahrnehmung habe von vornherein in sich enthalten, was unser sonderndes Bemerken im Urteil heraushebt. Ob diese Konstruktion des Tatbestandes psychologisch richtig ist, geht uns nichts an. Doch wird man wenigstens an ihrer Allgemeingültigkeit zweifeln dürfen. Gar nicht selten scheint auch für die psychologische Analyse ein Zug in einer Gesamtanschauung erst nachweisbar zu sein, nachdem er gesondert herausgehoben worden ist. Jedenfalls aber besteht der logische Sinn eines solchen Wahrnehmungsurteils, auf den es uns allein ankommt, in der Behauptung eines neuen Elementes, das im logischen Gegenstand des Subjektes noch nicht liegt. Das Urteil: Dort läuft ein Hund, bestimmt den zunächst nur raumzeitlich abgegrenzten Gegenstand „dort" als laufenden Hund; wendet man es in die Form: der Hund da läuft — so setzt man den Gegenstand „der Hund da" in die Relation des Täters zu der Tätigkeit „laufen". So verkennt diese Theorie schon beim Wahrnehmungsurteil im engsten Sinne des Wortes das logisch Wesentliche. Andere Arten des Urteils aber, vor allem die Vergleichungen, vermag sie ohne große Gewaltsamkeit überhaupt nicht zu umfassen. In dem Urteil etwa: dieser Baum ist höher als jenes Haus, hat es gar keinen rechten Sinn mehr, den ganzen Inhalt des Prädikates als im Subjekt liegend zu betrachten. Wohl kann man allenfalls sagen, daß dem Baum für sich eine gewisse Größe zukommt, aber mit der

Größe eines anderen Dinges wird diese doch erst durch ein Urteil in Beziehung gesetzt. Selbst wenn man solche Relationen als gegeben ansehen wollte (was wir später als falsch erweisen werden), so wären sie doch nicht in dem Subjekt, sondern höchstens in beiden verglichenen Gegenständen zusammengenommen gegeben.

Dieser Theorie verwandt, aber noch spezieller, ist die Subsumtionstheorie, nach der das Prädikat stets der allgemeinere Begriff sein soll, dem das Subjekt untergeordnet wird. Danach wäre etwa der logische Sinn des Urteils, „dieser Vogel fliegt", eigentlich, „dieser Vogel gehört zur Klasse der fliegenden Dinge", oder bei dem Satze, „das Dreieck hat die Winkelsumme von zwei Rechten", „das Dreieck gehört zur Klasse der Figuren mit dieser Winkelsumme" — einer Klasse, die wir als solche zu bilden gar keine Veranlassung haben. Noch absurder klingt: „Die Bank gehört zur Klasse der neben der Tür stehenden Gegenstände". Es hatte Sinn, diese Theorie ernst zu nehmen, so lange man in dem allgemeinen Begriff das wahre Wesen, in der Subsumtion unter diesen Begriff also die Erkenntnis des Wesens sah. Auch dann wäre die Theorie natürlich falsch, man könnte höchstens die Subsumtionsurteile für die wichtigste Klasse der Urteile erklären. Vollendete Gedankenlosigkeit aber ist es, jene Theorie des Erkennens aufzugeben und doch alle Urteile in Subsumtionen umzuformen.

Ist also die Relation des Urteils weder als Identität, noch als partiale Identität, noch als Subsumtion eindeutig und für alle Urteile gleichmäßig zu bestimmen, so müßte eine Theorie, die überall die gleiche Relation finden will, diese in anderer Weise fassen. Auch dazu sind Versuche gemacht worden. Zwar die Behauptung, jedes Urteil sei Hervorhebung eines Merkmals am Subjekt, lehrt nichts

neues, ist vielmehr nur eine andere Formulierung der Theorie der Zerlegung, die wegen der weniger psychologistischen Fassung vielleicht vorzuziehen ist, übrigens aber z. B. bei den Vergleichsurteilen auf dieselben Schwierigkeiten stößt. Wohl kann man Relationen als Merkmale bezeichnen, aber doch nur dann, wenn man die Relation schon im Subjekt mitbehauptet sein läßt; dadurch aber verliert wieder das Urteil seinen eigentlichen Wert, und das ganze Problem wird auf die Bildung des Subjektbegriffes zurückgeschoben. Da diese nur als Urteil denkbar ist, so gewinnt man natürlich gar nichts. Das Verführerische der Merkmalstheorie liegt nur darin, daß sie einer Gewohnheit des Denkens und Redens schmeichelt. Bei der großen Bedeutung der Dinge sind wir geneigt, jeden Gegenstand des Denkens als Ding mit Eigenschaften zu fassen. Aber schon bei Tätigkeitsurteilen gerät die Merkmalstheorie in Schwierigkeit. Es ist mindestens höchst künstlich das „jetzt fliegend sein" als Eigenschaft des Vogels aufzufassen. Vollkommen absurd aber erscheint es, etwa in dem Urteil $2 + 3 = 5$ dem Kollektivdinge $2 + 3$ die Eigenschaft, gleich 5 zu sein, beigelegt zu denken.

Sigwart, der die Gegengründe gegen die bekämpften Theorien kannte, begnügte sich daher damit, im Urteil allgemein eine Ineinssetzung von Subjekt und Prädikat zu sehen. Diese Auffassung ist allen bisher betrachteten dadurch weit überlegen, daß sie den Sinn des ganzen Urteils nicht in einen seiner Teile verlegt und nicht überall dieselbe bestimmte Beziehung erkünstelt. Indessen ist der Begriff der „Ineinssetzung", wenn man ihn wirklich auf alle Urteile anwenden will, so unbestimmt, daß er schließlich mit „Beziehung" zusammenfällt. Dann aber tut man besser, von „Eins" gar nicht mehr zu reden, da das doch immer nur Mißverständnisse nahelegt[26]).

Die Versuche, alle Urteilsrelationen auf eine einzige zurückzuführen, wären wohl längst aufgegeben worden, wenn nicht unsere Sprachen sie zu unterstützen schienen. Das Wörtchen „sein“ tritt nämlich für so viele verschiedene Bedeutungen ein, daß schließlich alle Sätze, wenn auch mit Vergewaltigung des Sprachgebrauches, in solche mit „sein“ irgendwie umgeformt werden können. Indessen darf die Gleichheit des Wortes doch nicht über die Verschiedenheit des Sinnes täuschen. In dem Satze, dieser Hund ist braun, wird von einem Dinge eine Eigenschaft ausgesagt, in dem andern, der Hund ist ein Säugetier, handelt es sich um die Unterordnung eines Begriffs unter einen andern. Sage ich, hundert Pfennige sind eine Mark, so drückt „sein“ eine Gleichheit, behaupte ich, mein Freund ist jetzt in Paris, so spricht es eine raumzeitliche Beziehung aus. Es ist zwecklos und wohl auch schwerlich möglich, alle Relationsarten anzuführen, für die das Wörtchen „sein“ eintreten kann. Ebensowenig brauchen wir zu untersuchen, wodurch die Sprache sich hilft, wenn Verwechselungen drohen.

Übrigens darf man nicht verkennen, daß es, auch abgesehen von den Künsteleien der zurückgewiesenen Theorien, möglich ist, Relation und Gegenstand in demselben Urteil verschieden gegeneinander abzugrenzen. Als Beispiel diene eine räumliche Bestimmung. In dem Satze: „Colmar liegt südlich von Straßburg“, kann die Relation entweder inhaltreicher als „südlich liegen“ oder inhaltärmer als „räumlich gelegen sein“, gefaßt werden. Im ersten Falle sind die bezogenen Gegenstände „Colmar“ und „Straßburg“, im zweiten „Colmar“ und „südlich von Straßburg“. Je nach dem Zusammenhange wird die eine oder die andere Interpretation richtig sein. Ein Mittel, sich das zu vergegenwärtigen, ist in diesen und ähnlichen Fällen zur Hand. Man überlege nur: auf welche Frage antwortet das so

interpretierte Urteil? Bei der ersten Auslegung antwortet es auf die Frage, wie liegt Colmar zu Straßburg, bei der zweiten auf die allgemeinere Frage, wo liegt Colmar. Im zweiten Falle ist Straßburg nur Mittel der räumlichen Bestimmung und könnte gleichwertig durch einen andern bekannten Ort oder genauer durch Angabe des Längen- und Breitengrades ersetzt werden. Schon diese Analyse zeigt, daß bei verschiedener Abgrenzung der Relation der logische Sinn des Urteils, sofern er durch den Zusammenhang mitbestimmt wird, sich ändert. Auch ist die Inhaltsentblößung der Relation nicht bis zur völligen Inhaltlosigkeit fortsetzbar. In unserem Beispiele bleibt ein räumliches Moment notwendig in ihr mitgesetzt. Wenn übrigens auch die verschiedene Abgrenzbarkeit der Relation kein Argument für die Gleichheit aller Relationen liefert, so ist sie doch nicht unwichtig. Sie weist nämlich darauf hin, daß ebenso, wie die meisten Gegenstände relationshaltig sind, auch viele Relationen sich als gegenstandshaltig erweisen. Dieser Satz wird im folgenden noch wichtig werden.

§ 5. Die Analyse der Urteilsevidenz.

> Gedanken ohne Inhalt sind leer,
> Anschauungen ohne Begriffe sind
> blind. (Kant.)

Daß es wahre Urteile gibt, ist das gewisseste aller Axiome. Aber auch, daß die Wahrheit von Urteilen für uns sicher erkennbar ist, muß vorausgesetzt werden, wenn überhaupt irgendwelche Bemühungen des Erkennens Sinn haben sollen. Ein erkennbar wahres Urteil nennt man ein evidentes Urteil. Evident kann ein Urteil mit Hilfe anderer Urteile oder ohne solche Hilfe sein. Urteile, die zu ihrer Evidenz keine anderen Urteile bedürfen, wollen wir unmittelbar evidente Urteile nennen. Soll es überhaupt evidente

Urteile geben, so muß sich deren Evidenz schließlich immer auf unmittelbar evidente Urteile stützen. Die Untersuchung der unmittelbaren Evidenz wird also unsere Aufgabe sein.

Wahrheit, der dem Urteil zugehörige Wert, ist auf das überindividuelle Ich bezogen. Man kann die Evidenz auch als Korrelat der Wahrheit im individuellen Ich bezeichnen. Wahrheit ist für dieses individuelle Ich ein Ziel; Evidenz die Erreichung dieses Ziels[27]). Durch alle Erreichungs- und Erfüllungsbegriffe steht die Logik in einer gewissen Berührung mit der Psychologie. Gerade bei diesen Begriffen muß die Trennung besonders scharf vollzogen werden, weil sich erst nach deutlicher Sonderung auch die positiven Beziehungen wirklich darstellen lassen. Wir heben also hervor, daß Evidenz ein teleologisch gebildeter Begriff ist. Evidente Urteile sind solche, die wahr sind und als wahr erkannt werden, Evidenz in unserm Sinne ist also immer berechtigte Evidenz. Die Wahrheitseinsicht vollzieht sich im individuellen Ich; aber doch nur, sofern dieses zum überindividuellen wird, und also nur mit Hilfe dessen am individuellen Ich, was zugleich überindividuelle Bedeutung hat. Unter welchen Begleiterscheinungen im individuellen Bewußtsein die Evidenz auftritt, kümmert unsere grundsätzlichen Untersuchungen nicht. Wir fragen also nicht, zu welcher Klasse psychischer Inhalte diese Begleiterscheinungen gehören; ob man z. B. berechtigt ist, von einem Evidenzgefühl zu reden. Hier liegen Fragen vor, die die Logik an die Psychologie stellt, und deren nur mit den Mitteln wissenschaftlicher Psychologie zu gewinnende Lösung zwar nicht für die prinzipielle, wohl aber für die angewandte Logik, für die Logik als Kathartikon des Geistes, um einen Kantischen Ausdruck zu brauchen, von Bedeutung ist. Denn jene Begleiterscheinungen können vorhanden sein, ohne daß echte, logische Evidenz besteht.

Ein großer Teil der hartnäckigsten Irrtümer beruht darauf, daß aus psychologischen Ursachen falsche Urteile für evident gehalten und nicht weiter untersucht werden. Erinnert sei nur an die Bedeutung der Gewohnheit. Indessen alle diese Untersuchungen, so wichtig sie für die Psychologie und für die angewandte Logik sein mögen, haben mit unseren prinzipiellen Betrachtungen nichts zu tun.

Um von vornherein die Tragweite der folgenden Untersuchungen anzudeuten, sei an den alten Streit zwischen Rationalismus und Sensualismus erinnert. Durch die ganze Geschichte des Erkenntnisproblems zieht sich der Gegensatz dieser Überzeugungen. Es ist allerdings hier wie oft in ähnlichen Fällen leichter, die Geistesart und die herrschenden Interessen jedes der beiden Gegner zu beschreiben, als ihren Streit auf eine einfache Fragestellung zurückzuführen. Versucht man dies, so trifft man auf lauter unzerlegte und vieldeutige Scheinbegriffe und, nach möglichster Klärung, auf eine Mehrheit selbständiger Probleme. Sinneswahrnehmung und Verstand scheinen zunächst einfache Gegensätze zu sein; aber leicht bemerkt man, daß unsere gewöhnliche Wahrnehmung jedenfalls mehr enthält als bloße Empfindungen, und daß mindestens in vielen Fällen die verständige Überlegung eines ihr nicht ursprünglich angehörigen Materiales bedarf. Ja der ganze Gegensatz von Sinnlichkeit und Verstand gehört einer ziemlich primitiven Psychologie an, die nicht nur mit unklaren Vermögensbegriffen arbeitete, sondern noch dazu diese Vermögen teilweise nach Wertgesichtspunkten unterschied. Nannte man doch die Sinnlichkeit das niedere Erkenntnisvermögen, so daß bei der Stellungnahme der Sensualisten eine Art Oppositions- und Rettungsstimmung mitwirkte. Sie fühlten sich als Verteidiger eines erniedrigten Teiles unserer Natur und als Zerstörer einer angemaßten Herrschaft.

Hinzu tritt eine Vermischung in der Fragestellung. Die logische Frage, ob und wieweit die Gewißheit und der Inhalt unseres Erkennens aus den Formen und normativen Gesetzen des Denkens, ob und wieweit sie aus einem von diesem Denken nur aufgenommenen, ihm fremden Stoff hervorgeht, mischte sich mit der psychologisch genetischen Frage, ob der einzelne Mensch und ob die Wissenschaft durch Sammlung von Wahrnehmungen oder durch Nachdenken zu ihren Einsichten komme. Manchmal trivialisiert sich der Gegensatz soweit, daß schließlich die geistreiche Fragestellung übrig bleibt, ob es dem Menschen nützlicher sei, nachzudenken oder Erfahrungen zu sammeln. Die gewöhnlichen Wortbedeutungen von Erfahren und Nachdenken lassen psychologische Einsicht ebenso vermissen wie logische Schärfe, es sind weder psychologisch noch logisch rein gebildete Begriffe. Aber selbst nach Ausscheidung aller psychologischen Bestandteile bleibt keine einfache Fragestellung übrig. Vielmehr zeigt sich dann, daß gleichzeitig um die Voraussetzungen und um die Ziele des Erkennens gestritten wird. Auf der einen Seite steht zur Diskussion, worauf sich die Gewißheit des Erkennens gründet; auf der andern, was unser Erkennen zuletzt will, ob erweiterte Anschauung oder begriffliche Klarheit und Beherrschung oder beides. Wir haben an dieser Stelle noch von allen Zielfragen abzusehen; sie werden uns später beschäftigen. Wir fragen nach den Voraussetzungen der Gewißheit. Da alle Gewißheit zuletzt auf unmittelbar gewissen Urteilen beruhen muß, so werden diese der Gegenstand unserer Untersuchung sein. In der Tat spielen die hierher gehörigen Probleme in der Geschichte des großen Erkenntnisstreites eine wichtige Rolle. Die unmittelbar gewissen Urteile werden dabei meist in Empeireme oder Erfahrungs- oder Wahrnehmungsurteile und in Axiome des Denkens, die

zugleich allem Folgern und Schließen zugrunde liegen, eingeteilt. Es handelt sich dann darum, festzustellen, welche Rolle beide spielen, und vor allem darum, ob nicht vielleicht die Axiome Empeireme sind, oder ob wenigstens die Wahrnehmung an ihnen, bez. ob das Denken als solches an den Empeiremen einen Anteil hat. Bei dem schon hervorgehobenen, unklaren Charakter aller dieser Begriffe werden wir nicht von ihnen ausgehen dürfen. Nur daran mögen sie uns erinnern, daß wir verschiedene Fälle unmittelbar gewisser Urteile zu unterscheiden haben. Die Unterscheidung müssen wir selbständig gewinnen und festhalten.

Wenn wir die Untersuchung der Urteilsevidenz als Analyse bezeichnen, so vermuten wir, daß sie sich irgendwie zerlegen, daß sich mindestens verschiedenes an ihr unterscheiden läßt. Widerspricht das aber nicht dem Begriffe des einfachen, unmittelbar evidenten Urteils? Indessen die Unmittelbarkeit bedeutet nur, daß die Gültigkeit des Urteils nicht auf anderen Urteilen beruht, und die Einfachheit, daß das Urteil nicht in andere Urteile zerlegbar ist. So gut wir am einfachen Urteil noch Teile unterschieden haben, die allerdings nicht mehr Urteile sind, so gut ist es auch möglich, daß an der Evidenz sich noch verschiedene Seiten unterscheiden lassen, die allerdings dann für sich genommen nicht mehr Evidenzen, sondern bloße Evidenzanteile sein können[28]). Ein solcher Anteil wäre keine Evidenz aber ohne ihn wäre die betreffende Evidenz unmöglich. Gibt es mehrere notwendige Arten von Evidenzanteilen, so ist ein Anteil jeder Art in jedem Urteil vorausgesetzt. Ob es Evidenzanteile gibt oder nicht, muß durch Analyse einfacher und unmittelbar evidenter Urteile festgestellt werden. Da nicht ohne Untersuchung klar ist, ob ein Urteil unmittelbar evident ist, so werden wir z. T. von komplexeren Fällen aus auf unmittelbare Evidenzen zurückgehen müssen.

Die notwendigen Teile jedes Urteils können uns als Leitfaden dienen, obwohl wir kein Recht zu der Annahme haben, daß jedem Urteilsbestandteil auch ein Evidenzanteil entspricht. Bei der Qualität ist das sicher nicht der Fall. Die Einsicht in ihre Wahrheit ist ja eben die Evidenz. Nun kann diese Wahrheit als besondere unmöglich aus der allen bejahenden bezw. verneinenden Urteilen gemeinsamen Qualität heraus eingesehen werden. Eine Bejahung kann allerdings aus Verneinungen und umgekehrt als unrichtig abgewiesen werden — dies geschieht nach dem Satz des Widerspruchs — aber in diesem Falle ist stets ein anderes evidentes Urteil vorausgesetzt, es handelt sich also nicht um unmittelbare Evidenz. Wir müssen daher von der Materie des Urteils ausgehen. Innerhalb dieser haftet Bejahung oder Verneinung, wie wir gesehen haben, wesentlich an der Relation. Da aber die Relation nicht allgemein, sondern als Beziehung zwischen diesen bestimmten Gegenständen bejaht oder verneint wird, können wir mit den Gegenständen anfangen. Erst nach Untersuchung ihrer wesentlichen Formen und des ihnen etwa entsprechenden Evidenzanteiles wird sich Einteilung und Analyse der Relationen gewinnen lassen.

Dem Gegenstande entspricht, wie wir sahen, die Denkform und Denkhandlung der Setzung. In dieser Setzung ist der Inhalt als dieser bestimmte festgehalten. Sobald wir auf eine Mehrheit von Gegenständen reflektieren, muß die Setzung den Gegenstand zugleich von allen andern Gegenständen unterscheiden. Die Art dieser Unterscheidung ist nun verschieden, und diese Verschiedenheit ergibt eine für uns wichtige Einteilung der Urteile. In vielen Fällen ist das Unterscheidende eines Gegenstandes ganz mit diesem selbst gesetzt. Sage ich z. B. die Winkelsumme des Dreiecks beträgt zwei Rechte, so ist mit allen in diesem Urteil

gesetzten Gegenständen nur das gemeint, was Dreieck, Winkel usw. für sich sind. Sage ich dagegen, dieses von mir gezeichnete Dreieck ist stumpfwinklig, so ist der Gegenstand „dieses Dreieck“ nicht nur durch die Inhaltsbestimmung Dreieck, sondern zugleich durch die in dem „dieses“ liegende Hinweisung auf einen bestimmten, räumlichen Ort gekennzeichnet. Ein Ort aber ist als bestimmter nur durch seine Lage in einem bestimmten räumlichen Zusammenhange zu fassen. Während im ersten Urteil alle Gegenstände rein inhaltlich abgegrenzt waren, spielt in diesem zweiten ein zugleich demonstrativ abgegrenzter Gegenstand eine Rolle. „Dieses Dreieck“ ist freilich außer durch seine Demonstration zugleich inhaltlich bestimmt. Eine solche Doppelbestimmung enthält ein Urteil, in unserem Falle das Urteil, „dies ist ein Dreieck“. In diesem Urteil ist nun der rein demonstrativ abgegrenzte Gegenstand „dies“ enthalten. Die Demonstration braucht sich nicht auf einen räumlichen Ort zu beziehen; sie kann auch eine Stelle in dem zeitlichen Ablauf eines individuellen Bewußtseins, sie kann einen durch logische Zusammenhänge eines Gedankenganges charakterisierten Gegenstand begrenzen. Nicht immer ist sprachlich die Demonstration durch ein hinweisendes Fürwort bezeichnet. Jeder Eigenname enthält eine Demonstration in sich; denn die Unterscheidung des durch den Eigennamen abgegrenzten Exemplares von andern ist schließlich nur durch Zusammenhänge, meist solche raumzeitlicher, etwa genealogischer Art möglich. Auch in allgemein gefaßte Gegenstände kann ein Zusammenhang und damit eine Demonstration eingehen. Sage ich z. B.: jede von mir erlebte Stimmung hatte etwas von Lust oder Unlust in sich, so ist der das Subjekt dieses Satzes bildende Gegenstand allgemein, aber die Grenzen dieser Allgemeinheit sind durch meinen nur demonstrativ

abgrenzbaren Bewußtseinsinhalt bestimmt. In anderer Weise ist Allgemeinheit und Demonstration vereinigt, wenn ich sage, jede Katze kann kratzen. Ich will damit ausdrücklich nicht von dem bloß inhaltlich bestimmten Gegenstande Katze etwas aussagen, sondern diese Aussage zugleich auf jedes beliebige demonstrierbare Exemplar einer Katze bezogen wissen. Von den bisher als Beispiele herangezogenen, zum Teil recht komplexen Gegenständen müssen wir nun auf die einfachsten Fälle zurückgehen. Nehmen wir zunächst einen zugleich inhaltlich und demonstrativ abgegrenzten Gegenstand, wie, „mein heutiger Kopfschmerz", so liegt darin schon das Urteil, daß in mein heutiges Gefühlsganzes Kopfschmerz eingeht. Auch bei diesem Urteil könnte man in dem Gegenstand „mein heutiges Gefühlsganzes" noch Urteile über die Zusammensetzung des seelischen Geschehens verborgen finden. Man kann diese aber auch wegdenken und bekommt dann als einen der beiden in Beziehung gesetzten Gegenstände einen nur noch zeitlich abgegrenzten Eigenzustand. Ein solches Urteil ist schwer in adäquater Form auszudrücken, weil die Hinweisung auf ein direkt nicht mitteilbares Erlebnis für den praktischen Zweck der Sprache wertlos wäre. Dagegen sind entsprechende Sätze über räumliche Inhalte häufig. Wenn ich, auf ein schwer erkennbares Etwas in der Ferne zeigend, sage, dies ist ein Wagen, oder einen Menschen bemerkend, dies ist Friedrich, so ist der eine Gegenstand solcher Urteile eine bloße demonstrative Abgrenzung. Es wird von einem „dies" etwas ausgesagt. Alle Urteile, in deren Gegenständen sich eine solche demonstrative Abgrenzung findet, gehören in gewissem Sinne zusammen. Man könnte diese Urteile auch wohl als Realurteile bezeichnen. Doch setzt diese Bezeichnung jedenfalls an diesem Orte schon zuviel voraus, da wir den Sinn von Realität noch nicht

festgesetzt haben. Wir reden daher von demonstrationshaltigen Gegenständen bezw. Urteilen. Es gibt keine Urteile, in denen nur demonstrativ begrenzte Gegenstände vorkämen. Die Sprache könnte hier manchmal irreführen. Ich kann sagen, dieses hier ist heller, größer, bewegt sich schneller als jenes da. Aber in diesen Urteilen ist das dies und jenes eben schon als Größe, Helligkeit oder Bewegung an sich habend gefaßt, es ist in ihm also eine inhaltliche Bestimmung mitgesetzt. Fassen wir das Resultat dieser Betrachtung zusammen und legen wir zugleich die Terminologie fest, so können wir sagen: Es gibt inhaltlich bestimmte, demonstrativ bestimmte und sowohl inhaltlich als auch demonstrativ bestimmte Gegenstände. Die letzteren sind stets thesen- oder urteilshaltig. Es gibt Urteile, die nur inhaltlich bestimmte Gegenstände enthalten, aber es gibt keine Urteile, die nur demonstrativ bestimmte Gegenstände enthalten. Da die Urteilsrelation, wie schon hervorgehoben wurde, stets als Relation zwischen diesen bestimmten Gegenständen bejaht oder verneint wird, so gehört alles das, was logisch notwendig in den Urteilsgegenständen vorausgesetzt wird, auch zur Wahrheit und somit zur Evidenz des Urteils selbst. Wir dürfen daher, ohne den Zweck unserer Betrachtung aus den Augen zu verlieren, mit den Gegenständen für sich genommen, anfangen. Wir stellen die demonstrationslosen Gegenstände als die allgemeiner verbreitete Klasse voran.

Daß jeder logische Gegenstand als fest bestimmt oder als mit sich selbst identisch gesetzt sein muß, haben wir schon früher erkannt. Das Setzen ist als Denktätigkeit bestimmt worden, das ihr Entsprechende am Gegenstand, die jedem Inhalt in gleicher Weise zukommende Setzung, kann als Denkform bezeichnet werden. Gerade weil diese Denkform jedem Gegenstand in gleicher Weise zukommt,

vermag sie allein noch keinen besonderen Gegenstand auszumachen. Die Besonderheit jedes einzelnen Gegenstandes oder, wie wir im Gegensatz zur Denkform der Gegenstandsetzung auch sagen können, seine Gegenständlichkeit ist also jener Denkform gegenüber etwas Neues, Fremdes. Nun ist aber die Identität des Gegenstandes die einzige Denkform, die jedem Gegenstande als solchem zukommt. Andere Denkformen können sich in einem Gegenstande nur finden, sofern er urteils- oder wenigstens thesenhaltig ist. In derartig zusammengesetzten Gegenständen aber müssen schließlich, wenn man sie auflöst, einfache Gegenstände stecken, die nun wiederum ein der Setzung fremdes Element enthalten müssen, das auch keine andere Denkform mehr einschließt. Dieses zweite Element, das sonach keinem Gegenstand fehlen kann, werde zunächst negativ als denkfremdes Element oder Denkfremdheit bezeichnet. Dieser negative Ausdruck hat den Vorzug, keine ungehörigen Nebengedanken zu erwecken.

Es ist also allgemein dargelegt worden, daß jeder Gegenstand und so zunächst jeder demonstrationslose Gegenstand zwei aufeinander nicht mehr zurückführbare Elemente enthält. Bei der großen Wichtigkeit dieses Ergebnisses wird es sich empfehlen, es gegen naheliegende Einwände zu verteidigen und dabei an einigen Beispielen zu erläutern. Diese Einwände können von sensualistischer wie von rationalistischer Seite kommen. Der Sensualismus meint, im Gegenstand nur ein Gegebenes vor sich zu haben. Mindestens für die einfachsten Qualitäten wird er das streng behaupten, bei anderen Gegenständen aber sich dadurch helfen, daß er sie irgendwie auf jene Qualitäten zurückführt. Indessen kann man auch an Beispielen, die für den Sensualisten möglichst günstig liegen, die Falschheit seiner Behauptung leicht erweisen. Nehme ich etwa den Gegen-

stand „Lust" in dem Urteil, Lust ist nicht bloße Aufhebung der Unlust, so macht zunächst der eigentümliche Erlebnischarakter der Lust, der von dem Denken lediglich hingenommen werden kann, den Evidenzanteil dieses Bestandteiles an der Urteilsevidenz aus. Aber wenn nicht dieser Gegenstand Lust als besonderer und bestimmter herausgehoben wäre, wäre das ganze Urteil und seine Evidenz hinfällig. Man erkennt die Notwendigkeit eines Bestandteiles für die Wahrheit des Urteils am deutlichsten, wenn man zusieht, ob die Aufhebung dieses Bestandteiles das Urteil aufhöbe. In diesem Sinne war „Anteil" hier definiert, nur so hat es Sinn, von Evidenzanteilen zu reden. Nun kann man dem als Beispiel gewählten Urteil nicht nur dadurch widersprechen, daß man erklärt, jenen positiven Gegenstand Lust niemals zu erleben, sondern auch dadurch, daß man die klare Abgegrenztheit dieses Gegenstandes bestreitet. Ja wer den wissenschaftlichen Charakter der Psychologie bezweifelt, bedient sich dabei meist des Arguments, daß in den ewig schwankenden Wogen unseres Innenlebens feste und eindeutige Bestimmung von Gegenständen unmöglich sei. Umgekehrt bemüht sich die Psychologie um weniges so angelegentlich, wie um die genaue Abgrenzung der in ihre Urteile eingehenden Gegenstände. Der logische Gegenstand kommt eben als solcher erst durch die Denkform zustande.

Etwas schwieriger zu widerlegen ist der Einwurf des Rationalismus, daß im Grunde, sei es die Gesamtheit, sei es wenigstens der für das Erkennen wichtigste Teil der Gegenstände reines Erzeugnis des Denkens sei. Täuschend wirkt hier, daß man demonstrationslose Gegenstände vielfach als Begriffe bezeichnet, den Begriff aber bald preisend bald abschätzig als Denkerzeugnis ansieht. Das Wort Begriff ist wie fast alle in der Logik gebrauchten Wörter ungemein

vieldeutig geworden. Man bezeichnet damit öfters die abstrakt gedachte Denkform; besonders bei Kant wird Begriff häufig in demselben Sinne gebraucht wie Kategorie. Wollte man diese Wortbedeutung festhalten, so müßten wir bestreiten, daß irgend ein Gegenstand reiner Begriff sei. Indessen entspräche eine solche Festsetzung weder der Ableitung des Wortes Begriff noch dem herrschenden wissenschaftlichen Sprachgebrauch. Begriff ist das Begriffene, das vom Denken Erfaßte, nicht das Begreifende, Erfassende. Allgemein redet man vom Begriff des Staates oder des Atoms und meint damit einen gewußten, vom Denken völlig durchleuchteten Gegenstand. Es ist aussichtslos, diesen Sprachgebrauch zu bekämpfen, leichter wird es sein, zu verhindern, daß Begriff auch im Sinn von reiner Denkform gebraucht werde. Legen wir die Bedeutung des Wortes Begriff vorläufig durch Abgrenzung in diesem Sinne fest, so sind nicht alle Gegenstände, wohl aber die vollständig geklärten Gegenstände der vollendet gedachten Wissenschaft Begriffe. Der Begriff in diesem Sinne enthält aber stets, so behaupten wir, ein denkfremdes Element. Wenn man das leugnet, so verwechselt man die Denkform der Setzung mit einer vollständigen Erzeugung des Gegenstandes. Leicht wird auch von rationalistischer Seite zugegeben werden, daß die letzten Qualitäten vom Denken nur aufgenommen, nicht erzeugt sind. Aber vielleicht meint man, daß nun eben deshalb diese Qualitäten in vollendeten wissenschaftlichen Urteilen durch etwas Anderes ersetzt werden müssen. Seit Platon werden Maß- und Zahlbestimmungen als rein gedanklich gepriesen. Es wird dem gegenüber notwendig sein zu zeigen, daß auch die letzten abstraktesten Gegenstände, die hier in Betracht kommen, die ganzen natürlichen Zahlen, noch ein denkfremdes Element enthalten. Eine Zahl ist ein zur Einheit zusammengefaßter Inbegriff

von Einheiten. In der Zusammenfassung enthält die Zahl bereits eine Relation; ihre einfachen Bestandteile, die uns hier zunächst allein angehen, sind also die Einheiten. Nun könnte man geneigt sein, die Einheit für die bloße Form der Setzung zu halten. Indessen ist diese Form in jedem Gegenstande dieselbe, und es ist gar nicht einzusehen, wie allein aus dieser Form heraus verschiedene Einheiten als voneinander getrennt festhaltbar sein sollen. In der Tat bedarf die Denkform der Identität zu ihrer Ergänzung eines Identischen. Dieses Identische braucht nicht als eine besondere Qualität gedacht zu werden. Aber die Möglichkeit irgend einer Inhaltlichkeit wird vom Denken vorausgesetzt, wenn auch nur die Einheit ganz allgemein bestimmt wird. Zur Zahl gehört außerdem noch die Möglichkeit beliebiger Gegenstandbildung, d. h. die Möglichkeit, nachdem Einheiten gebildet sind, immer wieder Einheiten zu bilden. Bei der reinen Zahl wird nun jede Einheit nur als Einheit genommen. Jede Einheit ist also der andern gleich, d. h. sie kann in jeder Relation für jede andere Einheit eintreten, aber keine Einheit ist mit der andern identisch, denn sonst wäre sie nicht neben dieser andern festhaltbar, sondern fiele mit ihr zusammen[29]). Auch der als bloße Einheit betrachtete Gegenstand setzt demnach, um von anderen Einheiten unterschieden werden zu können, etwas Denkfremdes allgemein voraus. Er ist ein Etwas — d. h. die Form der Identität muß in ihm irgenwie mit Denkfremdem erfüllt gedacht werden. Ohne das Etwas lassen sich aber nicht einmal die reinen Grundsätze der Logik aussprechen. Schon wenn man die Identität als Satz formulieren will, muß man eine Mehrheit unterscheidbarer Gegenstände und die wiederholte Setzbarkeit desselben Gegenstandes voraussetzen. Wir erkennen hier von einer neuen Seite, warum es so schwer, ja unmöglich ist, die Identität mit der ihr eigentlich zu-

kommenden Einfachheit in einen Grundsatz zu fassen. Wir können diese Möglichkeit beliebiger Gegenstandbildung überhaupt als das Minimum der Denkfremdheit bezeichnen, ohne das überhaupt kein Gegenstand gebildet, also auch nicht geurteilt werden kann.

An den demonstrativ begrenzten Gegenständen interessiert uns hier nur das, was ihnen ihre Besonderheit gibt, die Demonstration als solche. Wir sehen dabei von dem Falle ab, in dem die Demonstration den Ort in einem Gedankenzusammenhang bestimmt, und beschränken uns auf die reale Demonstration. Das einzelne Besondere grenzen wir ab und bestimmen wir durch seinen Ort und Umfang in Raum und Zeit. Zunächst läßt sich hier also Raum und Zeit selbst von der willkürlichen Aussonderung eines bestimmten Teiles unterscheiden. Indessen kommen wir dem Verhältnis dieser Setzungsart zu Denkform und Denkfremdheit so noch nicht auf den Grund. Wir dürfen Raum und Zeit hier nicht so ohne weiteres voraussetzen, sondern wir müssen fragen, welche Bedeutung ihnen für unsre Erkenntnis zukommt. Nun liegt in der gewöhnlichen Bezeichnung der einfachen Demonstration ein innerer Gegensatz, auf den Hegel aufmerksam gemacht hat[30]. Wollen wir das Individuellste in seiner uns gerade vorliegenden Besonderheit bezeichnen, so sagen wir, Jetzt und Hier. Eben diese Worte aber treten für jedes beliebige Jetzt und Hier ein, sind also ganz unbestimmt allgemein. Der Grund dafür liegt darin, daß die Worte für sich genommen die Demonstration des Besonderen nicht leisten, sondern lediglich eine ohne Worte vollzogene Hinweisung anzeigen. Diese Hinweisung ist nun durchaus vom individuellen Ich abhängig. So beziehen sich auch alle ursprünglichen Ortsbezeichnungen in Raum und Zeit, früher und später, gestern und morgen, vorn und hinten, oben und unten, nah und

fern, auf den Standort des jeweils Redenden. Die Grundforderung alles Erkennens, der überindividuelle Charakter der Wahrheit, erheischt aber eine vom einzelnen Individuum unabhängige Abgrenzung des Gegenstandes. Man hilft sich wohl dadurch, daß man Orts- und Zeitbestimmung an dem Hörer bekannte Gegenstände oder Ereignisse anknüpft. Man bestimmt eine Lage nach einem Berg, einen Zeitpunkt der Vergangenheit nach einer damals regierenden Amtsperson; indessen bleibt dabei der individuelle Charakter der Demonstration bestehen. Nur die Abhängigkeit von dem fortwährend wechselnden Standort des Redenden schwindet. Soll die Hinweisung wirklich eindeutig und so erfolgen, daß aus ihr zugleich das Verhältnis zu allen anderen demonstrierbaren Gegenständen ableitbar ist, so muß ein gleichmäßiger Hintergrund aller Hinweisung vorausgesetzt werden; alle Unterschiede müssen der Erfüllung dieses Hintergrunds zugeschoben werden, in ihm selbst ist jeder Teil dem andern gleichwertig. Auf diese Weise gelangt man dazu, die demonstrative Abgrenzung durch ein System von Bestimmungen zu ersetzen, die unabhängig von dem hinweisenden Menschen Ort und Umfang eindeutig anzugeben erlauben. Freilich wird man niemals von allen individuellen Momenten frei. Der Ausgangspunkt aller Raum- und Zeitbestimmungen muß willkürlich fixiert werden, und dies kann gar nicht ohne irgend welche Anknüpfung an Orte und Ereignisse geschehen, die zwar nicht nach ihrer Stellung zum einzelnen Individuum, aber doch nach ihrer Stellung zur Menschheit, zur Erde, zum Sonnensystem, d. h. immer zu einem individuellen Ganzen angegeben werden. Ebenso müssen die Abstände von diesem Ausgangspunkte, zu dem im Raum noch willkürlich bestimmte Grundrichtungen treten, in irgend einem Maße angegeben werden. Auch dieser Maßstab kann schließlich

nur demonstriert werden, mag man dabei auf den Normalmaßstab in Paris, auf den Erdquadranten, den großen Durchmesser der Erdbahn, oder worauf sonst verweisen. Ein individueller Rest bleibt eben dem einzelnen erkennenden Ich bei allen seinen Bemühungen, überindividuelles Bewußtsein zu werden, unvertilgbar anhaften. Man macht diesen Rest unschädlich, indem man jeden Ausgangspunkt und Maßstab, so sehr man praktisch an ihm festhält, doch zugleich theoretisch als willkürlich und durch jeden beliebigen andern ersetzbar erkennt.

Die innere Gleichartigkeit der Mannigfaltigkeiten, in denen durch überindividuellen Demonstrationsersatz Ort und Umfang demonstrativ abgegrenzter Gegenstände bestimmt werden soll, ist also Voraussetzung dafür, daß demonstrationshaltige Gegenstände dem Erkenntniszwecke gemäß unabhängig vom Individuum bestimmt werden können. Anders ausgedrückt: es ist Aufgabe des Erkennens, jene Mannigfaltigkeiten als in sich gleichwertige zu bestimmen. Was das bedeutet, ist im zweiten Teile zu untersuchen, in dem überhaupt erst die hier vorläufig aufgenommenen Sätze über Zahl und Raum gerechtfertigt werden können.

Wir finden bei Raum nnd Zeit eine ähnliche Sachlage wieder, wie wir sie schon oben bei den Gegenständen mit dem Minimum der Denkfremdheit angetroffen haben. Dort erkannten wir, daß die Möglichkeit beliebiger Setzung von Gegenständen da sein muß, damit irgendwie geurteilt werden könne; hier sehen wir, daß gewisse Eigenschaften von Raum und Zeit gefordert sind, damit demonstrativ abgegrenzte Gegenstände sich überindividuell bestimmen lassen. Das gleiche Verhältnis begegnet in der Erkenntnistheorie wieder und wieder. Die Doppelheit der Evidenzanteile spricht sich in ihm in einer besonders deutlichen Weise aus, und wir werden gut tun, einen festen Ausdruck dafür zu be-

stimmen. Wir nennen jene Forderung allgemein ein Postulat, das aber, wodurch diesem Postulate genügt wird, bezeichnen wir als Suffizienten dieses Postulates. Im Suffizienten liegt immer eine Denkfremdheit. Denn sonst wäre er aus den reinen Denkformen ableitbar, d. h. eine Erfüllung des Postulats wäre ohne weiteres garantiert, brauchte nicht erst gefordert zu werden. Aus dieser Ansicht des Verhältnisses ergibt sich sofort, daß Denkfremdheit nicht mit dem zusammenfällt, was man wohl als empirischen Charakter bezeichnet. Der Besonderheit des Empirischen fehlt jene Notwendigkeit, die der Denkform zukommt. Was dagegen aus den letzten Zwecken des Erkennens teleologisch gefordert ist, d. h. also die Suffizienz der Grundpostulate des Erkennens, ist so gewiß, wie das Erkennen selbst. Die Gewißheit der Suffizienz ist der eigentliche Sinn des kantischen Apriori.

Unsere Betrachtung, deren Gang von der kantischen völlig abweicht, hat doch den Doppelcharakter von Raum und Zeit, wie Kant ihn in dem Ausdruck „reine Anschauungsformen" bestimmt hatte, von neuem erwiesen. Kants Ausdrucksweise freilich legt Mißverständnisse nahe. Wenn man Raum und Zeit als Anschauungen bezeichnet, so meint man damit, daß sie ein denkfremdes Element enthalten, und daß sie als Grundlagen der Demonstration eine anschauliche Einheit bilden. Setzt Kant sie den Begriffen entgegen, so braucht er hier Begriff im Sinne von reiner Denkform. In der Bedeutung des Wortes, die wir im Anschluß an den herrschenden Sprachgebrauch festgesetzt haben, ist eine begriffliche Bestimmung aller Eigenschaften von Raum und Zeit natürlich möglich und Grundlage mathematischer Wissenschaften, denn auf dieser begrifflichen Festlegung beruht es, daß z. B. die Grundeigenschaften des Raumes sich unabhängig von jeder be-

sonderen Demonstration aufstellen lassen und damit die demonstrationsfreien Urteile der Geometrie möglich machen[31]).

Sind nicht auch die Gegenstände, die wir als demonstrationsfrei bezeichnet hatten, im Grunde demonstrationshaltig? Eine Qualität läßt sich nur an einem bestimmten Orte aufweisen, und sogar die Möglichkeit beliebiger Gegenstandsbildung, das denkfremde Element der Gegenstände mit dem Minimum der Denkfremdheit, wird doch zuletzt an irgend welchen, räumlich oder mindestens zeitlich bestimmten Gegenständen demonstriert. Dieser Einwand gibt ganz richtig die psychologischen Bedingungen der Festhaltung von Gegenständen wieder, erledigt sich aber für die Logik durch die einfache Bemerkung, daß die Wahrheit der Urteile über jene Gegenstände von der besonderen Demonstration, die zu ihrer Bildung behilflich war, völlig unabhängig bleibt. Auch psychologisch hat dies Verhältnis eine wichtige Folge. Es kann nämlich jene Demonstration beliebig weit zurückliegen und in beliebiger Art erfolgt sein, ohne daß diese Unterschiede an dem Gegenstande selbst etwas ändern. Daß Karl die Zahlen an Rechenpfennigen, Fritz sie an Schafen gelernt hat, ja auch daß der eine beim Zählen dauernd an Rechenpfennige, der andre an Schafe denkt, hindert sie nicht, logisch identische Urteile zu vollziehen, wenn sie dieselbe Rechnung ausführen. Es wird uns an diesem Beispiel der für die Logik überhaupt wichtige Unterschied logischer und tatsächlicher Voraussetzungen deutlich. Logische Voraussetzung eines Urteils ist nur, was in die Wahrheit des Urteils eingeht. Tatsächliche Voraussetzung ist alles, was vorhanden sein muß, damit das Urteil oder die in ihm enthaltenen Gegenstände von urteilenden Menschen gebildet werden können. Ohne Zeit kein Zählen, ohne Zählen keine

Zahl, also ist Zeit tatsächliche Voraussetzung der Zahl; aber ins logische Wesen der Zahl gehen die Eigenschaften der Zeit, z. B. ihr einsinniger Ablauf nicht ein, die Zeit ist also nicht logische Voraussetzung der Zahl.

Die rein demonstrative Abgrenzung ist, wenn wir von aller Raum- und Zeiterfüllung absehen, eine ganz willkürliche Setzung, die aber in ihrer Möglichkeit von der Suffizienz des Postulates der überindividuellen Demonstrierbarkeit logisch abhängt, also denkfremde Elemente enthält. Wir haben demnach im demonstrationshaltigen wie im demonstrationsfreien, d. h. schlechthin in jedem Gegenstand einen doppelten Evidenzanteil erkannt. Jeder Gegenstand enthält Denkform und Denkfremdheit. Da, wie schon hervorgehoben wurde, die Relation nur als Beziehung zwischen bestimmten Gegenständen bejaht oder verneint werden kann, so ist schon hiermit das Vorhandensein beider Evidenzanteile in jedem Urteil erwiesen. Zweifelhaft könnte man höchstens sein, ob nicht unsere Analyse uns doch zu einer Evidenz der Gegenstände geführt hat. Doch ist dies nicht der Fall. Zwar steckt in jedem Gegenstande bereits Denkform und Denkfremdheit aber nicht als Evidenzanteile, da eben der Gegenstand nicht wahr oder falsch sein kann. Dagegen ist jede Relation eines Gegenstandes immer von beiden untrennbaren Bestandteilen des Gegenstandes abhängig, in jeder Relation treten beide in Wirksamkeit, und werden nun, sofern die Relation bejaht oder verneint wird, Evidenzanteile.

Obwohl aber die Notwendigkeit zweier nur begrifflich trennbarer Evidenzanteile bereits erwiesen ist, bleibt unsere Analyse unvollständig, so lange sie nicht auch die Relation als solche berücksichtigt. Daß nun im Beziehen ein Element der Denkform liegt, wird niemand leugnen. Fraglicher erscheint es, ob jede Relation einen denkfremden Anteil

besitzt. Eine wirkliche Untersuchung der Frage setzt aber eine Kenntnis der Relation voraus.

Nun wissen wir bisher von der Relation nur:

1. daß sie in keiner Urteilsmaterie fehlt,
2. daß nicht alle Urteilsrelationen auf eine Art von Relationen zurückführbar sind,
3. daß die isoliert genommene Relation so wenig bejaht oder verneint werden kann, wie isoliert genommene Gegenstände, daß vielmehr erst eine Relation zwischen bestimmten Gegenständen eine Urteilsmaterie bildet.

Augenscheinlich geben diese Sätze noch kein genügendes positives Wissen über die Relation. Da zudem dieser Teil des Urteils den Übergang zu den Urteilszusammenhängen und damit den Zielen vermittelt, so werde seiner Untersuchung ein besonderes Kapitel gewidmet. Vorher aber soll das Ergebnis der letzten Untersuchung zusammengefaßt und in seiner Bedeutung dargelegt werden.

Jede Urteilsevidenz enthält zwei Arten von Evidenzanteilen, die in ihrer Verschiedenheit zuletzt nur noch aufweisbar, und von denen keine Art auf die andre zurückführbar ist. Wie bei allen letzten Unterschieden ist auch hier Bezeichnung und nähere Kennzeichnung sehr schwer. Um so schwerer, als beide trotz ihrer absoluten Verschiedenheit doch nie ohne einander sein können. Wir können den einen Evidenzanteil, der uns in der Setzung und in dem Beziehen der Relation zutage tritt, als denkerzeugt bezeichnen, den anderen, dessen Typus die Inhaltlichkeit des Gegenstandes ist, als denkfremd. Suchen wir für den zweiten einen positiven Ausdruck, so bietet sich kaum ein anderer dar als G e g e b e n h e i t. Im Gegensatz dazu kann man den ersten Evidenzanteil als Denkform bezeichnen. Unser Grundsatz läßt sich dann, wenn wir zu-

gleich seine unbedingte Allgemeinheit mit betonen wollen, etwa in der Form aussprechen: Es gibt kein Urteil, in dessen Evidenz nicht Evidenzanteile der Gegebenheit und der Denkform eingehen. Dieser Grundsatz ist seinem Gehalte nach eine Fortbildung des berühmten kantischen Satzes: „Anschauungen ohne Begriffe sind blind, Gedanken ohne Inhalt leer.“ Durch den Rückgang auf das einzelne Urteil ist es uns gelungen, die zusammengesetzten und in ihrer Bedeutung schwankenden Termini des kantischen Satzes durch letzte Elemente und eindeutig bestimmte Ausdrücke zu ersetzen. Wir sind ferner über Kant insofern hinausgegangen, als wir sein „blind“ und „leer“ in ein strenges unmöglich verwandelten. Ganz im Sinne, wie wir glauben, der großen und unvergänglichen Grundrichtung seines Werkes. Die Tendenz des Grundsatzes richtet sich sowohl gegen den Sensualismus, der die Denkform übersieht, als auch gegen den Rationalismus, der aus den Denkformen allein Erkenntnisse aufbauen will. Nicht etwa handelt es sich um ein Mittleres zwischen diesen beiden Eine solche Mittelstellung ergäbe ein faules Kompromiß mit zwei Irrtümern zugleich, ihr fehlte das einzige Verdienst, das jene extremen Richtungen für sich in Anspruch nehmen dürfen: Der Wille zur Konsequenz. Vielmehr sagt unser Grundsatz, daß diese beiden monistischen Auffassungen des Erkennens in gleicher Weise falsch sind. Vor dem Vorwurfe des Dualismus, der heute zuweilen wie ein Kinderschreck gebraucht wird, fürchten wir uns nicht. Wir sind keine Pythagoreer und haben keinen Grund mehr, die gerade Zahl mit dem Bösen gleichzusetzen, oder sonst irgend einen Fetischismus mit Ziffern zu treiben. Was aber den tieferen Grund betrifft, auf dem die Anziehungskraft des Monismus beruht, daß er nämlich dem Einheitsstreben unseres Erkennens Erfüllung verspricht, so müssen wir aus Gründen

einsehen lernen, daß diese Erfüllung unmöglich oder, genauer gesagt, nur im Ideale möglich ist. Will man für die hier vertretene Ansicht einen Namen gewinnen, so schlage ich das farblose Wort Utraquismus vor. Denn Kritizismus darf sich jede Richtung nennen, die die Philosophie auf kritisch verstandene Erkenntnistheorie begründen will, daher es sicher kritische Rationalisten, vielleicht auch kritische Sensualisten gibt.

Daß in jedem Urteile beide Evidenzanteile notwendig vorhanden sind, hat nun auch für den Begriff des überindividuellen Ich eine wichtige Folge. Auch dieses, da es den wahren Urteilen zugeordnet wird, ist damit von einem denkfremden Bestandteil abhängig gemacht, es ist, wie wir uns ausdrücken können, anerkennendes Ich. Damit ist es von dem Begriffe eines produktiven Intellekts, der als seine Gegenstände erzeugend gedacht wird, streng unterschieden. Dasselbe läßt sich auch einsehen, wenn man vom individuellen Ich ausgeht. Wahre Urteile zu fällen und damit auf den Standpunkt des überindividuellen Ich sich zu erheben, ist für das individuelle Ich Ziel, und zwar ein Ziel, dessen Erreichung mindestens teilweise möglich ist. Darin aber liegt ausgesprochen, daß im überindividuellen Ich zwar von allen zufälligen, wechselnden Bestandteilen des individuellen abgesehen ist, nicht aber von denen, ohne die sich ein Erkennen für das Individuum nicht denken läßt. Zugleich zeigt sich hier die Aufgabe des Erkennens von einer neuen Seite: die denkfremde Inhaltlichkeit der Gegenstände muß so bestimmt werden, daß auch ihre Abhängigkeit vom Individuum für die überindividuelle Wahrheit aufgehoben oder unschädlich wird. Diese Bestimmung beseitigt aber die Denkfremdheit als solche nicht. Die Dualität bleibt auch in der vollendeten Erkenntnis erhalten. Vorläufig müssen wir uns mit diesen

unbestimmten und negativen Ausdrücken begnügen. Es wird noch Gelegenheit sein, sie durch eine positive und bestimmte Theorie zu ersetzen.

Kapitel III.

Relation und Zusammenhang.

§ 6. Der Begriff der Relation.

Über die Urteilsrelation wurden bisher zwei Sätze erwiesen: Jede Urteilsmaterie enthält eine Relation zwischen Gegenständen, und die Relation ist nicht in allen Urteilen dieselbe, auch nicht auf dieselbe zurückführbar. So wichtig diese beiden Sätze sind, so ist doch in ihnen noch keine Bestimmung des Begriffes Relation enthalten. Wenden wir uns der Aufgabe dieser Begriffsbestimmung zu, so müssen wir freilich von vornherein darüber Klarheit haben, in welchem Sinne allein sie lösbar ist. Relation ist wie Wahrheit, Urteil, Gegenstand ein Grundbegriff und kann als solcher weder aus einfacheren Bestandteilen aufgebaut, noch durch Determination allgemeinerer Begriffe gewonnen werden. Nur eine einzige Art der Bestimmung ist in solchen Fällen möglich. Man kann das gegenseitige Verhältnis der Grundbegriffe zueinander bestimmen. Das taten wir in Sätzen wie: Urteil ist, was wahr oder falsch sein kann; Wahrheit ist der Wert des Urteils. Die paarweise Zusammengehörigkeit solcher Sätze gibt Kunde davon, daß es willkürlich ist, mit welchem der Grundbegriffe man beginnt. Die Eigentümlichkeit, nur in dieser Weise bestimmbar zu sein, teilen die logischen Grundbegriffe mit den Elementen aller Wissenschaften. Indessen tritt bei der Logik noch eine Schwierigkeit hinzu. Man kann Begriffe nur in Urteilen bestimmen, und jedes Urteil enthält notwendig alle

wesentlichen Urteilsbestandteile. In der Begriffsbestimmung eines Urteilsbestandteiles kommt also dieser Urteilsbestandteil selbst zwar nicht als allgemeiner Begriff, doch aber in seiner konkreten Funktion vor. Die Definition des Urteils ist selbst ein Urteil. Wenn ich den Begriff „Gegenstand“ bestimme, so muß ich ihn als Gegenstand setzen; so kann ich auch die Relation nur durch ihre Relationen zu Urteil, Gegenstand und Wahrheit fassen. Diese Art des Zirkels setzt also nicht den allgemeinen, zu definierenden Begriff, wohl aber einen besonderen Fall, der unter diesen Begriff fällt, bereits voraus. Er ist unvermeidlich und es bleibt, um mit Lotze zu reden, nichts übrig, als ihn reinlich zu begehen.

Indessen auch eine Begriffsbestimmung dieser allein erreichbaren Art ist bisher für Relation noch nicht gewonnen worden. Es bleibt dafür nur unser erster Satz übrig, daß jede Urteilsmaterie eine Relation zwischen Gegenständen enthält. Hierin läge aber nur dann eine Begriffsbestimmung der Relation, wenn wir diesen Satz ohne weiteres umkehren könnten in der Form: Relation ist, was zwei oder mehrere Gegenstände zur Urteilsmaterie (These) ergänzt. Aber diese Umkehrung ist ohne besonderen Beweis unzulässig. Denn es wäre an sich sehr wohl möglich, daß es außer den thesenbildenden Relationen noch andere gäbe. Freilich könnte man die Umkehrung einfach als Festsetzung der Bedeutung des Wortes Relation einführen; aber man würde damit wenig gewinnen. Es bliebe nämlich dann immer die Frage übrig, ob alles, was wir sonst als Beziehung oder Relation zu bezeichnen pflegen, unter diesen Begriff fällt. Man könnte, um diesen allverbreiteten Begriff etwas genauer zu erfassen, etwa sagen: Relation ist alles, was irgend welche Gegenstände in irgend einer Art zusammenzufassen erlaubt. Oder man könnte auch von der Sprache ausgehen und die bekannte Unterscheidung von Begriffswörtern und

Verbindungswörtern zugrunde legen. Verbindungswörter haben keine selbständige Bedeutung, sondern verbinden nur Begriffswörter zu komplexen Bedeutungen. Allerdings müßte man dabei die Verbalformen wenigstens derjenigen Sprachen, bei denen im Verb das Pronomen nicht mitgesetzt ist (mit Ausschluß natürlich der Infinitive und Partizipien), zu den Verbindungswörtern rechnen. Man erkennt dabei sofort: Die Sprache ist nur mit Vorsicht und wesentlich nur heuristisch in der Logik verwendbar. Ohne also auf die Schwierigkeiten der Bedeutungslehre und allgemeinen Grammatik Rücksicht zu nehmen, können wir einfach eine Anzahl sprachliche Formen, die nach gewöhnlicher Ansicht Relationen ausdrücken, daraufhin untersuchen, ob das durch sie Bedeutete in allen Fällen zu unsrer, durch Umkehrung gewonnenen, hypothetischen Definition paßt. Verbalformen dürfen wir dabei ausschließen; denn daß sie Urteilsmaterien bilden, ist wohl von vornherein klar. Präpositionen oder Kasusformen, die Präpositionen vertreten, kommen als Ausdruck von Relationen vor in Sätzen wie: Götz m i t der eisernen Hand hat die Bauern geführt. Das Haus d e s Obersten liegt in einem schönen Garten usw. In solchen Fällen stiften die Relationen komplexe, thesenhaltige Gegenstände, die leicht in Thesenform umzubilden sind: Götz hat eine eiserne Hand. Das Haus gehört dem Obersten. In den als Beispiel angeführten Fällen sind die Thesen sogar deutlich als Urteile bejaht; das ist nicht immer der Fall, z. B. nicht in dem Satze: das Hemd des Glücklichen soll nach dem Märchen Heilkraft besitzen. Hier ist der Genitiv nur durch die hypothetisch gesetzte These, wenn ein Hemd einem Glücklichen gehört, auflösbar. Ähnlich wie mit den Präpositionen und Kasusformen steht es mit allen Konjunktionen, die Haupt- und Nebensätze verbinden, wie: wenn, nachdem usw. Sie ver-

binden die Sätze deutlich zu einer These oder einem Urteil, sei es der zeitlichen Folge, sei es des Grundes oder der Kausalität. Weit schwieriger ist die Analyse der koordinierenden Konjunktionen. Gehen wir von einigen Beispielen aus: Max oder Moritz hat diesen Streich verübt — ich ging spazieren, aber den Hund ließ ich zu Hause — ein Buch und eine Wurst liegen auf dem Tisch. Im ersten Beispiele zeigt einiges Nachdenken, daß es sich um einen kurzen Ausdruck für zwei gleichzeitig behauptete Zusammenhänge handelt. Wenn Max diesen Streich nicht begangen hat, hat Moritz ihn begangen; wenn Moritz ihn nicht verübt hat, hat Max es getan. In dem wenn jedes dieser beiden Sätze liegt aber deutlich ein Urteil. Man hat daher auch das ganze komplexe Gefüge als disjunktives Urteil bezeichnet; was als kurze Zusammenfassung für die wichtige gleichzeitige Geltung der einander ausschließenden Urteile zugelassen werden kann, obwohl festzuhalten ist, daß es sich nicht um ein einfaches Urteil, sondern um zwei Urteile handelt. Etwas schwerer ist es schon, die logische Bedeutung des aber genau zu bestimmen. Aber gehört zu den Wörtern, die sich auf die vermutete Stellungnahme einer hinzugedachten, angeredeten Person beziehen. Man kann sie als rhetorische Wörter bezeichnen. Ich ging spazieren — du schließest daraus, daß ich den Hund mitnahm — dieser Schluß ist falsch, ich ließ ihn zu Hause. Um den rein logischen Sinn zu gewinnen, kann man an Stelle des Mitunterredners die Motive gesetzt denken, die diesen auf abzuweisende Vermutungen bringen können, etwa: da ich meinen Hund auf Spaziergängen mitzunehmen pflege, liegt die Vermutung nahe, daß ich es auch heute getan habe; diese Vermutung ist falsch. Man sieht, der objektive Sinn, der im Aber liegt, ist die Verneinung eines ganzen Urteils. Danach ist „aber“ nicht eine

einfache thesenbildende Relation, sondern ein abkürzendes Wort für ein komplexes Mittelglied des Gedankenganges. Man könnte gegen diese Erklärung einwenden, daß aber doch eine Verbindung zwischen zwei Sätzen stiftet. Indessen besteht logisch genommen diese Verbindung nur in der Abweisung der Verbindung des ersten Satzes mit dem Gegenteil des zweiten. Was an Schwierigkeit übrig bleibt, gehört nur dem Verhältnis grammatischer und logischer Einteilungen zueinander an, das sich überhaupt nicht prinzipiell eindeutig festlegen läßt, und dessen Untersuchung jedenfalls nicht zu unsrer Aufgabe gehört. Sachlich die größten Schwierigkeiten macht das Wörtchen: und. In unserem Beispiele freilich könnte man in dem und eine Bezeichnung für das räumliche Nebeneinander von Wurst und Buch und damit deutlich eine thesenbildende Relation sehen. Aber durch und kann man doch ganz beliebige Gegenstände zusammenfassen: Napoleon, Wehmut, die Quadratwurzel aus -1 und der viereckige Kreis sind Gegenstände des Denkens. Es gibt schlechthin keine Gegenstände, die nicht durch und verbunden werden könnten. Wollen wir also „A und B" als These bezeichnen, so hätten wir hier das merkwürdige Beispiel einer thesenbildenden Relation, deren Verneinung niemals vorkommt. „x und y" kann nie falsch sein, welche Bedeutung auch x sowohl wie y haben mögen. Man befindet sich also in dem Dilemma, entweder eine thesenbildende Relation zuzulassen, deren Bejahung stets wahre Urteile ergibt, oder zu sagen, und ist eine Relation, die nicht thesenbildend auftritt. Aus dieser Schwierigkeit kann man einen Ausweg nur finden, wenn man den Grund ihres Bestehens erkennt. Die Zusammenfaßbarkeit aller denkbaren Gegenstände beruht auf der ihnen allen gemeinsamen Setzung. Das allgemeine und faßt beliebige Gegenstände in ihrer Zugehörigkeit zum überindividuellen Ich zusammen. Es gibt

a ein Urteil, das sich deutlich als Urteil kennzeichnet und doch niemals falsch sein kann, welchen Gegenstand man auch einsetze, das Urteil nämlich: X ist ein Gegenstand des Denkens. In demselben Sinne, in dem man dies ein Urteil nennt, kann man auch und eine thesenbildende Relation nennen. Es ist der Grenzfall der thesenbildenden Relation. Zieht man diesen Grenzfall hinein, so kann man unsere hypothetisch angenommene Umkehrung ruhig als Definition der Relation in dem anfangs bestimmten Sinne zulassen.

Vorausnehmend mag daran erinnert werden, daß das richtige Verständnis des logischen Sinnes von und für die Auffassung der Addition von Bedeutung ist. Durch die Einheit des Bewußtseins ist jedem Gegenstand der gemeinsame Charakter der Setzung aufgeprägt; es wird daher möglich, ebenso wie beliebige Gegenstände überhaupt, so auch solche zusammenzufassen, an denen nur die differente Setzung beachtet ist. Sehen wir auch in dem und eine thesenbildende Relation, so haben wir den Vorteil, die Zahlen außer der Eins als thesenhaltige Gegenstände zu betrachten, was gewissen Fragen der Arithmetik gegenüber zweckmäßig ist. Noch durch eine andre Betrachtung kann man die Hineinziehung des Grenzfalles in den Thesenbegriff rechtfertigen. Es ist doch immerhin versucht worden, zu leugnen, daß alles Denkbare Gegenstand des Denkens ist und damit von den Denkformen abhängt. Daß dies nicht geleugnet werden kann, beweist eben das Bestehen der einfachen Verbindungsrelation zwischen beliebigen Gegenständen.

Man kann demnach sagen: Relation ist ihrer logischen Bedeutung nach dadurch bestimmt, daß sie, zwischen bestimmten Gegenständen gesetzt, eine These (Urteilsmaterie) ergibt. Man kann aus

diesem Satze dann eine Definition im Sinne der Festsetzung einer Wortbedeutung gewinnen, wenn man sagt: wir nennen Relation, was, zwischen bestimmten Gegenständen gesetzt, mit diesen zusammen eine vollständige These ergibt.

Aus dieser Begriffsbestimmung erhält die bekannte Unselbständigkeit der Relation ihre Erklärung. Relation setzt Gegenstände voraus. Freilich kann nun die Relation auch allgemein betrachtet werden. Man kann etwa statt bestimmter Gegenstände beliebige einsetzen, z. B. wenn ein Mensch der Vater eines andern ist, so müssen sich Ähnlichkeiten zwischen beiden konstatieren lassen. Hier enthält der Vordersatz keine vollständige These, sondern die zwischen beliebigen Gegenständen gesetzte Relation. Man kann ja den Satz, ein beliebiger Mensch ist der Vater eines beliebigen andern, weder bejahen noch verneinen. Man hat solche Sätze, in denen die bestimmten Inhalte durch variable ersetzt werden, mit einer mathematischen Analogie als Urteilsfunktionen bezeichnet[32]) und gesagt, daß die Funktionen je nach der Bestimmung der Variablen die Werte wahr oder falsch annehmen. Diese Betrachtungsweise ist nicht unzweckmäßig; besonders beim Studium der allgemeinen Beziehungen zwischen Thesen tut man gut, die Urteilsfunktion einzuführen. Man muß sich aber klar halten, daß die Variablen im allgemeinen nicht als unbegrenzt variabel angesehen werden dürfen. Habe ich die Relation Vater, so kann ich für die erste Variable nur ein männliches Lebewesen, für die zweite nur ein Lebewesen derselben Art wie das erste einsetzen. Andernfalls wird die These, die erst durch Bestimmung der Gegenstände in der Urteilsfunktion entsteht, sinnlos. Ähnlich wird „x rechts neben y" sinnlos, wenn x und y nicht beide räumlich bestimmbar sind. Sinnlose Thesen aber als falsche Urteile

behandeln, heißt wichtige Unterschiede übersehen und führt in leere Behauptungen und Spitzfindigkeiten.

Man kann jede Relation als Gegenstand setzen. Dabei ist die Setzung der abstrakten Relation für sich genommen zu unterscheiden von der Setzung der Relation zwischen beliebigen oder bestimmten Gegenständen und diese wieder vom thesenhaltigen oder urteilshaltigen Gegenstand. Beispiele ergeben sich leicht: „Verwandtschaft" ist eine als Gegenstand gesetzte Relation. Ich kann auch den Gegenstand „die Verwandtschaft eines Menschen mit einen andern", (beliebige Inhalte) und „die Verwandtschaft des deutschen Kaisers mit dem König von England" (bestimmte Inhalte) setzen. Ein Gegenstand, der eine Urteilsfunktion enthält, ist z. B., „ein mit einem ausländischen Souverän verwandter Fürst", ein urteilshaltiger, „der mit dem König von England verwandte deutsche Kaiser."

Weder die Gegenstände allein, noch die Relation allein kann bejaht oder verneint werden, sondern nur die These, die der Setzung der Relation zwischen bestimmten Gegenständen entspricht. Die Verbindung, die die Relation dabei mit den Gegenständen eingeht, ist nicht durch und erschöpft. Philipp und Vater und Alexander ist etwas ganz anderes als, Philipp ist der Vater des Alexander. Nennt man Verbindungen, die sich vollständig in bloße Zusammenfassungen ihrer Glieder auflösen lassen, Aggregate, so muß man sagen: Eine These ist kein Aggregat aus Relation und Gegenständen. Russell[33]) hat für Verbindungen, die keine Aggregate sind, den Ausdruck Unität geprägt. Mit Recht bezeichnet er dann Urteile als Unitäten. Mit Unrecht aber behauptet er, daß alle Unitäten Urteile seien. Auch ein Kunstwerk, ein Organismus, sind Unitäten.

§ 7. Die Arten der Relationen.

Da, wie bewiesen wurde, es unmöglich ist, alle Urteilsrelationen auf einen einzigen Typus zurückzuführen, entsteht die Frage, wie man sich über die Mannigfaltigkeit der Relationen eine Übersicht verschafft. An eine Aufzählung aller Relationen ist nicht zu denken. Denn in die Relation können mehr oder minder inhaltliche Bestimmungen eingehen. „Größer" ist eine Relation, „um 2,75 cm größer" ist auch eine Relation. Durch diese Aufnahme inhaltlicher Bestimmungen entsteht eine unendliche Mannigfaltigkeit von Relationen, die daher, wie jede unendliche Mannigfaltigkeit, nur durch Einteilung in Klassen, nicht durch Aufzählung beherrscht werden kann.

Für die Einteilung aber bedarf es der Gesichtspunkte. Einen ersten gewinnen wir durch Anknüpfung an die traditionelle formale Logik und Ergänzung ihrer Einseitigkeit. Die formale Logik im herkömmlichen Sinne des Wortes will allgemein nachweisen, wie Urteile aus Urteilen abgeleitet werden können, d. h. welche Urteile wahr sein müssen, wenn ein oder mehrere vorausgesetzte Urteile wahr sind. Da es sich lediglich um formale Zusammenhänge handeln soll, müssen zwischen vorausgesetzten und gefolgerten Urteilen Übereinstimmungen oder allgemein bestimmbare Zusammenhänge der Gegenstände und Relationen stattfinden. Die Schluß- und Folgerungsregeln selbst sind Urteile, die einen Zusammenhang zwischen Urteilen behaupten. Die Wahrheit der vorausgesetzten Urteile ist dabei gleichgültig, da es ja nicht auf die Wahrheit des gefolgerten Urteils, sondern nur auf das Recht der Folgerung ankommt. Dabei sind aber die Voraussetzungen auch nicht bloße Thesen, sondern als bejaht oder verneint angenommen, ohne daß die Wahrheit dieser Annahme be-

hauptet wird. Man kann sie als Hypothesen bezeichnen. Die Beziehung zwischen der Wahrheit der Hypothese oder Hypothesen und der Wahrheit der Folgerung bezeichnet man als Einschließung; die zwischen Wahrheit der Hypothesen und Falschheit der Folgerung als Ausschließung. Einschließung und Ausschließung sind Wahrheitsbeziehungen von Urteilen; die formale Logik beschäftigt sich nur mit solchen Wahrheitsbeziehungen, die aus allgemeinen, formalen Eigenschaften der Urteile folgen. Nach dem Satze des Widerspruches schließt die Bejahung einer These die Verneinung derselben These aus und umgekehrt. Der Satz des Widerspruches ist also ein Grundsatz der formalen Logik und, da er von der allen Urteilen gemeinsamen Qualität allein abhängt, ihr allgemeinster Grundsatz. Es war aber ein verhängnisvoller Irrtum der älteren Logik, den noch Kant teilte, daß alle traditionellen Sätze dieser Logik nur diesen einen Grundsatz voraussetzen. Vielmehr ist aus dem Satze des Widerspruches allein nie eine Verbindung von Urteilen mit irgendwie verschiedenen Materien zu gewinnen.

Die nächst allgemeine Folgerungsregel erhält man, wenn man sich die Frage stellt, was aus einem beliebigen Urteile bei veränderter Stellung der Gegenstände wird. Wir beschränken uns dabei hier wie im folgenden immer auf Relationen zwischen zwei Gegenständen. Ob drei- oder mehrgliedrige Relationen sich stets in zweigliedrige auflösen lassen, ist fraglich. Eine vollständige Theorie hätte diese Frage zu lösen und im Falle der Verneinung besondere Grundsätze für unauflösliche mehrgliedrige Relationen aufzustellen, im Falle der Bejahung, die Auflösungsregeln zu geben. Bei zweigliedrigen Relationen ist es unzweckmäßig, zu sagen, daß man Prädikat und Subjekt vertauscht; denn diese Wörter, die besser der Grammatik

Berichtigung.

S. 129, Zeile 11—12 von oben muß es statt:

„folgt aus Verneinung der ersten Verneinung der zweiten“

heißen:

„folgt aus Bejahung der ersten Bejahung der zweiten“.



vorbehalten bleiben, ziehen nach gewöhnlichem Sprachgebrauch die Relation fast ganz ins Prädikat hinein. Vielmehr nenne man den ersten Gegenstand *Referenten*, den zweiten *Relatum*. Dann gilt ein *Axiom*, das man so aussprechen kann: *Wenn zwischen A als Referenten und B als Relatum eine bestimmte Relation besteht, so folgt daraus, daß auch zwischen B als Referenten und A als Relatum eine bestimmte Relation besteht.* Man nennt diese neue Relation die Umkehrung oder Inversion der ersten. Da die zweite Relation durch die erste vollständig bestimmt ist, folgt aus Verneinung der ersten Verneinung der zweiten und aus Verneinung der zweiten Verneinung der ersten Relation. Dagegen folgt aus der Bejahung der inversen Relation nicht ohne weiteres Bejahung der direkten. Dieses Axiom der Inversion gibt dem Denken die Möglichkeit, sich von der Richtung unabhängig zu machen, von der es ausgeht. Durch diese Erwägung kann man versuchen, seine teleologische Stellung im System des Erkennens zu bestimmen. Mehr läßt sich natürlich, da es sich um ein Axiom handelt, nicht tun. Um ein Axiom aber handelt es sich hier unzweifelhaft; denn aus den Sätzen des Widerspruchs und der Identität ist der Satz der Inversion, wie wir ihn nennen mögen, unableitbar. Andere Sätze aber könnte ein etwa versuchter Beweis nicht voraussetzen, da dieses Axiom (oder ein ihm äquivalentes) seine Stellung gleich hinter jenen beiden Grundsätzen haben müßte.

Welcher Art die inverse Relation ist und wie sie sich zur direkten verhält, ist nicht allgemein bestimmbar, sondern hängt von der Art der Relation ab. Man nennt Relationen, deren Umkehrung wieder dieselbe Relation ergibt, *symmetrisch*. Beispiele sind „gleich, ähnlich, räumlich benachbart, verwandt". Bei nicht symmetrischen Relationen entsteht

durch Umkehrung eine neue Relation. Diese kann mit der direkten verträglich oder unverträglich sein. Bei „größer" ist die umgekehrte Relation „kleiner" mit der ersten unverträglich; man spricht in diesem Falle von asymmetrischer Relation. Ist die inverse Relation von der ersten verschieden, aber mit ihr verträglich, so sagt man, die Relation ist nichtsymmetrisch; hierher gehört z. B. die Relation der Einschließung zwischen Urteilen. Ferner viele durch Tätigkeitswörter ausgedrückte Relationen, wie „lieben".

Der nächste Schritt ist die Ableitung eines neuen Urteils aus zwei Urteilen; dabei muß in beiden ein gemeinsamer Gegenstand vorausgesetzt werden[34]). Die Stellung dieses Gegenstandes kann beliebig bestimmt werden, da wir ja nach dem vorigen Axiom Urteile durch solche mit inverser Relation ersetzen können. Wir können uns daher auf einen Fall beschränken und wählen den, in dem der gemeinsame Gegenstand in dem ersten Urteil Relatum, in dem zweiten Referent ist. Es gilt dann das Axiom: Besteht zwischen einem Gegenstand A als Referenten und B als Relatum eine beliebige Relation, und besteht weiter zwischen B als Referenten und C als Relatum eine beliebige mit der ersten identische oder von ihr verschiedene Relation, so besteht stets auch zwischen A und C irgend eine Relation. Diese neue Relation ist vermittelt und in vielen Fällen nur mit Hilfe des Mittelgliedes faßbar. Es sei z. B. A Vater von B und B klüger als C, so stehen A und C nur in der Relation, daß A Vater eines klügeren als C ist. Auch im Falle der Identität beider Relationen kann die Folgerung ähnlich unbestimmt bleiben. Wenn A räumlich an B angrenzt und B an C, so besteht zwischen A und C nur die Relation, daß A Grenznachbar eines Grenznachbars von C ist. Man sieht, auch dieses Axiom ist ähnlich unbestimmt,

wie das vorige, es läßt sich auch in ähnlicher Weise teleologisch begründen durch die Forderung des Denkens nach Zusammenhang. Zusammenhang fordert die allgemeine Möglichkeit der Vermittlung — nicht zwischen allen Urteilen — aber zwischen Urteilen mit gemeinsamen Elementen. Gemeinsame Relation kann (da sie unabhängig von den Gegenständen gewissermaßen unausgefüllt bleibt) ohne Gemeinsamkeit eines Gegenstandes nichts helfen. Dagegen ist der Fall, in dem außer einem Gegenstande auch die Relation in beiden Voraussetzungen dieselbe ist, besonders wichtig, weil sich aus ihm eine neue Einteilung der Relationen gewinnen läßt. Wenn in diesem Falle auch zwischen A und C die ursprüngliche Relation besteht, nennt man sie transitiv. Gleich ist eine symmetrisch transitive, größer eine asymmetrisch transitive Relation. Bei nicht transitiven Relationen kann die neuentstehende mit der ersten verträglich sein oder nicht. Im Falle der Unverträglichkeit spricht man von intransitiven, im Falle der Verträglichkeit von nicht-transitiven Relationen. Nicht transitiv und symmetrisch ist z. B. „verwandt". Intransitiv und asymmetrisch ist z. B. „Vater"[35]).

Man erkennt bereits aus diesen wenigen Grundsätzen und Einteilungen, daß die Folgerungsweisen der traditionellen Logik nur einen Spezialfall behandeln, indem sie nichtsymmetrische transitive Relationen voraussetzen. So wenigstens liegt es für die Auffassung, die bei der Kopula offen läßt, ob sie als Gleichsetzung oder als Unterordnung gemeint ist. Die strenge Subsumtionslogik setzt asymmetrische transitive Urteile voraus. Die Quantifikation des Subjektes hat nur für die Subsumtionslogik Sinn und leidet auch hier unter der Doppeldeutigkeit des „einige". Alle diese Kritiken brauchen nach Sigwarts, Schuppes und so vieler Anderen Vorgang nur noch gestreift zu werden[36]).

Es ist auch deutlich, was an Stelle der formalen Logik zu treten hat. Man muß untersuchen, welche Folgerungen unter Voraussetzung bestimmter Relationseigenschaften zulässig sind. Diese Lehre hat man in neuerer Zeit begonnen, in Form eines mathematischen Algorithmus auszuführen. Dabei bezeichnet man z. B. die nach unserm zweiten Axiom stets mögliche Bildung vermittelter Relationen als relationale Multiplikation. Danach ist „mütterlicher Großvater“ relationales Produkt aus Mutter und Vater. Man muß aber beachten, daß in dieser Multiplikation die Faktoren nicht vertauschbar sind, sonst liefe man Gefahr, den mütterlichen Großvater mit der väterlichen Großmutter zu verwechseln. Dieser Relationskalkül wird sich dann auch mit den Relationen zwischen mehr als zwei Gegenständen zu beschäftigen haben und insbesondere die Frage beantworten müssen, ob sie sich auf Zwei-Gegenstands-Relationen zurückführen lassen oder nicht. Es hat keinen Sinn, darüber zu streiten, ob eine solche Wissenschaft mehr oder minder fruchtbar ist, ob ein algorithmischer Ausdruck ihr mehr oder weniger nützt, — genug, sie ist möglich und, wie die Ausführung zeigt, eines algorithmischen Ausdrucks fähig. Mir kam es darauf an, ihr ihre Stelle im Verhältnis zur Logik anzuweisen, keineswegs positive Beiträge zu ihrer Ausbildung zu liefern. Dem Logiker muß von vornherein klar sein, daß unter den verschiedenen Formen der mathematischen Logik nur der Relationskalkül eine Zukunft hat; keineswegs der Klassenkalkül, der alle Einseitigkeiten der traditionellen Logik wieder aufnimmt, oder der sogenannte Urteilskalkül, der von der ganz unfruchtbaren Voraussetzung ausgeht, daß zwischen zwei beliebigen Urteilen stets eine Ein- oder Ausschließung besteht.

Durch die formalen Eigenschaften sind Relationen niemals vollständig bestimmt; „gleich“ und „ähnlich“ sind

beide symmetrisch und transitiv, „größer" „oberhalb gelegen", „Vorfahr" und „einschließen" asymmetrisch transitiv; trotzdem unterscheiden sie sich voneinander. Fragt man, wie diese Unterscheidung sich allgemein ausdrücken läßt, so kann man leicht erkennen, daß eine bestimmte Relation auf besondere Gruppen von Referenten und Relaten beschränkt ist. Man führt nun einige Bezeichnungen ein[37]: Ist R eine Relation, so bilden alle Gegenstände, die zu irgend einem Relatum die Relation R haben, das Bereich (die Domäne), alle, zu denen irgend ein Referent die Relation R. hat, das umgekehrte Bereich von R. Beide Bereiche zusammen bilden das Gebiet (Feld) der Relation. Auf diese Weise werden bei gegebener Relation Klassen von Gegenständen begrifflich definiert oder umgekehrt bei gegebenen Klassen von Gegenständen Relationen bestimmt. Bei dieser inhaltlichen Einschränkung der Relationen sind Stufen zu unterscheiden. Man nehme als Beispiel die Relation „größer". Es gibt ein Gebiet, auf das sie überhaupt anwendbar ist, das ist die Klasse der Größen. Es gibt ferner Gebiete, innerhalb deren die Beziehung größer bestehen kann, während sie zwischen Angehörigen von verschiedenen solchen Gebieten nicht bestehen kann: das sind die Größenklassen. Man kann fragen, welche von zwei Strecken oder welche von zwei Zahlen größer als die andre ist, aber nicht, ob eine Strecke größer als eine Zahl ist. Wenn eine Schar von Geraden gegeben ist, kann man auf die Punkte jeder Geraden eine Richtungsrelation, d. h. eine asymmetrisch transitive Relation wie: „rechts von" anwenden. Aber diese Richtungsrelation verbindet, wenn nicht irgend ein Gesetz der Projektion hinzugefügt wird, nicht Punkte verschiedener Geraden untereinander. Definiert man umgekehrt die Geraden durch ihre Richtungsrelationen, d. h. als Gebiete bestimmter Richtungsrelationen ihrer

Punkte untereinander, so kann man diese Klassen als Gegenstände setzen und unter sich wieder durch Richtungsrelationen verbinden. Diese einfache Betrachtung zeigt den Weg einer relationstheoretischen Konstruktion mehrdimensionaler Gebilde, wie sie von den neueren Mathematikern ausgebildet worden ist.

Bei symmetrischen Relationen fallen beide Bereiche miteinander und mit dem Gebiete zusammen. Bei transitiven Relationen kann es höchstens je einen Gegenstand oder je eine Gruppe von relational koordinierten Gegenständen jedes der beiden Bereiche geben, der nicht zum andern Bereiche gehört. So ist **1** die einzige Zahl der natürlichen Zahlenreihe, die zum umgekehrten Bereiche, aber nicht zum Bereiche von „größer" gehört. In der Reihe der Rationalzahlen fallen beide Bereiche der Relation „größer" zusammen. Innerhalb einer Reihe, deren Glieder durch die Relation „Vorfahr" verbunden sind, gibt es höchstens ein Glied oder eine Gruppe koordinierter Glieder, das nur zum umgekehrten Bereiche gehört, (einen Menschen, der Vorfahren hat, aber nicht mehr Vorfahr ist), dagegen kein Glied, das zum Bereich aber nicht zum umgekehrten Bereich gehört. Auf diese Weise kann man erste und letzte Glieder von Reihen unterscheiden. Bei asymmetrischen, intransitiven Relationen können die Verhältnisse sehr verschieden liegen. Es gibt solche, die sich wie transitive verhalten, z. B. unmittelbarer Nachfolger in einer diskreten Reihe. Doch gibt es auch andre, bei denen die beiden Bereiche einander grundsätzlich ausschließen, z. B. Ehegatte, wo der Referent eine männliche, das Relatum eine weibliche Person sein muß. Auch Zwischenfälle sind denkbar, z. B. untergeben in einer Hierarchie, an deren Basis die Masse des gehorchenden Volkes, an deren Spitze ein unter sich gleichberechtigtes Kollegium steht.

Diese Verhältnisse der Bereiche und Gebiete sind also ebenfalls einer formalen Behandlung fähig und erweitern so den Inhalt der Relationstheorie, insbesondere ermöglichen sie, wie eines unserer Beispiele bereits andeutete, den Übergang von diesem Ersatze der formalen Logik zur Mathematik. Dazu kommt noch, daß man fragen kann, wie sich bei gegebener Relation und gegebenem Relatum die Zahl der Referenten, bei gegebenen Referenten die der Relata verhält — d. h. ob es nur einen oder mehrere Referenten oder Relata gibt. Man unterscheidet danach ein = eindeutige Relationen (z. B. Ehegatte bei Monogamie), mehr = eindeutige, z. B. Sohn, ein = mehrdeutige, z. B. Vater, mehr = mehrdeutige, z. B. verwandt. Bestehen Relationen zwischen allen Gliedern zweier Klassen, so kann man die Klassen einander, je nach der Art der Relation, ein = eindeutig usw. zuordnen.

Gibt es Relationen, die gar keine Beschränkung auf besondere Klassen haben? Sie müßten allein von der allen Gegenständen gemeinsamen Setzung abhängig sein und wären, wie das „und“ Grenzfälle der Relation. Hierher gehört „verschieden“ im allerallgemeinsten Sinne, da jeder Gegenstand von jedem andern außer von sich selbst verschieden ist. Eine Relation, die ein Gegenstand nie zu sich selbst haben kann, nennt man Aliorelative. Bei symmetrischen transitiven Aliorelativen steht die Eigenschaft, transitiv zu sein, notwendig unter einschränkenden Bedingungen.

Absichtlich habe ich in den angeführten Beispielen auf exakten Ausdruck verzichtet. Genauere Überlegung wird leicht zeigen, daß Wörter wie „Richtung“, „besondere Bedingungen“ und dergleichen durch Bestimmungen von Relationseigenschaften und Relationsbereichen ersetzbar sind; besonders wenn man bedenkt, daß Relationen wie

Relationsbereiche selbst wieder als Gegenstände genommen werden können, zwischen denen Relationen bestehen. Ich wollte ja nur die mannigfaltigen Aufgaben einer Relationstheorie andeuten, nicht sie lösen. Dagegen muß eine prinzipielle Schwierigkeit erörtert werden, die hier auftaucht. Die Unterscheidung von Relationen durch ihre Bereiche und Gebiete setzt inhaltliche Unterscheidungen der Gegenstände voraus; umgekehrt können Klassen von Gegenständen durch die Relationen, deren Gebiete sie sind, unterschieden werden. Dann aber muß eine Verschiedenheit der Relationen vorausgesetzt werden, die durch die erste Gruppe formaler Eigenschaften (symmetrisch, transitiv usw.) nicht darstellbar ist. In einem weiteren Sinne kann man ja auch die Lehre von den Relationsbereichen als formal bezeichnen; aber man muß sich dann klar machen, daß diese formalen Eigenschaften inhaltliche Verschiedenheiten aufnehmen, die durch die erste Gruppe formaler Eigenschaften weder darstellbar noch vorausgesetzt sind. Wir stoßen hier zum ersten Male auf Schwierigkeiten, die uns noch oft, besonders bei Behandlung der Prinzipien der Mathematik beschäftigen werden.

Es ist leicht zu sehen, daß mit Hilfe der Relationsbereiche auch die Bedingungen ausgedrückt werden können, unter denen eine Urteilsfunktion Sinn gibt. Da z. B. das Gebiet der Relation „Einschließung" nur Urteile umfaßt, hat die Urteilsfunktion „x schließt y ein" nur Sinn, wenn x und y Urteile sind, die freilich auch hypothetisch gesetzt sein können; andernfalls entsteht eine sinnberaubte Zusammenstellung von Zeichen, ein Unsinn nach Husserls[38]) Sprachgebrauch, von dem man den Widersinn, ein dem Satze des Widerspruchs widersprechendes Urteil, z. B. „die Bejahung einer Materie schließt die Verneinung derselben Materie ein", wohl unterscheiden muß.

Alle Folgerungen mit veränderter Materie hängen, wie wir gesehen haben, von der Relation, nicht vom Satz des Widerspruchs und damit von der Urteilsentscheidung allein ab. Und zwar entsprechen die verschiedenen Arten möglicher Folgerungen den verschiedenen formalen Relationsklassen. Man kann die Frage stellen, was diese verschiedenen Klassen voraussetzen und für die Erkenntnis bedeuten, ob alle gleich ursprünglich und wichtig sind, oder ob sie eine Stufenreihe der Ursprünglichkeit und Wichtigkeit bilden. Im wirklichen Erkennen beherrscht man die zu erkennenden Gebiete ja mit Hilfe von Relationen, durch die ihre Gegenstände verbunden werden.

Vielleicht könnte man meinen, daß die asymmetrisch intransitiven Relationen am wenigsten voraussetzen, da sie die geringste Zahl von Folgerungen ermöglichen. Indessen zeigt sich leicht, daß dies falsch ist. Man nehme die Inhaltsklasse der Strecken, so ist „kollinear", d. h. auf derselben Graden liegend, symmetrisch transitiv, „kollinear rechts von" asymmetrisch transitiv, „kollinear unmittelbar angrenzend" symmetrisch intransitiv, „kollinear unmittelbar rechts angrenzend" asymmetrisch intransitiv. Durch Hinzufügung je einer neuen Bestimmung der Relation erhält man aus dem ersten Fall den zweiten und dritten, durch Zusammenfügung dieser beiden Bestimmungen den vierten. Man könnte versucht sein, aus solchen Beispielen für die Relationen ein Gesetz aufzustellen, das der altbekannten Beziehung von Umfang und Inhalt eines Begriffes entspräche und etwa lauten würde: Eine Relation gestattet um so mehr Folgerungen, je inhaltärmer sie ist. Indessen läßt sich leicht an Beispielen zeigen, daß man damit auf ganz falschem Wege wäre. Die allgemeine Relation „verwandt" z. B. ist symmetrisch und nicht transitiv, da A mit B durch B's Vaterseite, B mit C durch B's Mutterseite

verwandt sein kann, dagegen ist die viel inhaltreichere Relation „Geschwister", wenn man darunter „Bruder oder Schwester" versteht, symmetrisch und transitiv. Das Beispiel ist um so belehrender, als transitive Relationen sicher mehr Folgerungen erlauben als nicht-transitive, während zwischen transitiven und intransitiven nur scheinbar dieses Verhältnis besteht. Die Zahl der Folgerungen zwar ist bei einer symmetrisch transitiven Relation am größten, wenn man wenigstens bloß die positiven Folgerungen rechnet; aber dafür erlaubt die asymmetrisch intransitive Relation von einem Gegenstand auf einen einzigen andern überzugehen, d. h. einen neuen Gegenstand exklusiv zu bestimmen. Mit der Linearität der Wertfolge, die unser Denken stets aus Bequemlichkeit bevorzugt, ist es also auch hier nichts; vielmehr hat jede Relationsklasse ihre besondere, unersetzliche Erkenntnisfunktion. Was insbesondere die Negation in „asymmetrisch" und „intransitiv" betrifft, so kann man auf sie eine partiale Umkehrung des alten rationalistischen Grundsatzes, „jede Bestimmung ist Verneinung" anwenden, etwa „diese scheinbare Verneinung ist Bestimmung".

Diese Erwägungen werden verständlich machen, welche Bedeutung ein teleologisches System der Relationsklassen hätte. Mit dem Relationskalkül fällt ein solches System keineswegs zusammen, wiewohl die Ergebnisse des Kalküls für das System nutzbar gemacht werden können. Denn der Kalkül bestimmt lediglich, welche formalen Beziehungen der Relationen, Relationsbereiche und Zuordnungen aus gewissen Voraussetzungen folgen. Die Bedeutung sowohl der Voraussetzungen wie der Folgerung für das wirkliche Erkennen gehen ihn als reinen Kalkül nichts an; aber er erlaubt oder wird hoffentlich einmal erlauben, daß man die Tragweite jeder Voraussetzung vollständig über-

sieht. Noch fehlt, soweit mir bekannt, eine solche vollständige Ausbildung des Formalismus. Bei ihrem Mangel muß ich mich mit mehr aphoristischen als systematischen Bemerkungen über die Bedeutung der Relationsklassen begnügen.

Eine Relation, die, sei es in bezug auf Transition oder in bezug auf Symmetrie, unbestimmt ist, also eine nichtsymmetrische oder nichttransitive Relation, erscheint ergänzungsbedürftig. Das bloße *verwandt* oder *räumlich benachbart* etwa fordert direkt eine nähere Bestimmung heraus, weil es eben für sich allein dem Denken keine Herrschaft gibt. Wir sehen also im folgenden von diesen unbestimmten Relationen ab.

Transitive Relationen führen den Gedankengang beliebig fort, symmetrisch transitive auch in beliebiger Richtung, aber eben darum ohne Bestimmtheit. Erst die Richtung, die in der Asymmetrie liegt, schafft Ordnung. *Russell* hat in sehr interessanter Weise nachgewiesen, daß alle Ordnung sich aus transitiven, asymmetrischen Relationen gewinnen läßt[39].

Intransitive Relationen geben, zumal wenn sie ein-eindeutig sind, Bestimmung. Sie erlauben, je nachdem es sich um Nachkonstruktion oder reine Konstruktion handelt, Festhaltung oder Erzeugung eines ganz bestimmten Gegenstandes. Tritt eine Richtungsbestimmung und damit eine Asymmetrie hinzu, so erhalten wir die eigentlich konstruierenden Relationen. So wird durch die asymmetrisch intransitive ein-eindeutige Relation der unmittelbaren Folge die Zahlenreihe geordnet und die Konstruktion bestimmter Zahlen ermöglicht.

Symmetrisch transitive Relationen umgekehrt liegen allen Gleichsetzungen und Substitutionen zugrunde; erst durch sie werden Ergebnisse verschiedener Konstruktionen

füreinander einsetzbar. Zu sich selbst kann ein Gegenstand nur symmetrische Relationen haben. Eine Relation, die ein Gegenstand zu sich selbst haben kann, heiße reflexiv. Substitutionsrelationen müssen dann stets reflexiv sein.

Die Bedeutung dieser Gleichheitsrelationen, denn um sie handelt es sich, besteht darin, daß wir eine Menge für das eine Glied der Gleichheitsrelationen gewonnener Urteile auf das andere übertragen können. Ein Parallelogramm ist größengleich einem Rechteck mit gleicher Grundlinie und Höhe. Ich kann durch die sehr einfache Messung des Rechteckes demnach jedes Parallelogramm messen. Alle Gleichheitsrelationen erweisen sich ihrem wahren Inhalte nach als Substitutionsfähigkeit für eine gewisse Gruppe anderer Relationen. Größengleiche Figuren kann man füreinander einsetzen, soweit es nur auf Größe ankommt. Es scheint demnach, als beruhe die Gleichheit stets auf gemeinsamen Besitz einer Eigenschaft. Wenn man alle Reste anthropomopher Vorstellungen aus dem Verhältnis von Gegenstand und Eigenschaft wegdenkt, so reduziert sich der gemeinsame Besitz einer Eigenschaft darauf, daß beide Gegenstände dieselbe mehr-eindeutige Relation zu demselben Gegenstand haben. Diese Auflösung scheint sich besonders dadurch zu empfehlen, daß eine symmetrische unbegrenzt transitive Relation, sofern sie überhaupt zwischen irgend zwei beliebigen Gegenständen besteht oder sofern es von ihr ein Beispiel gibt, reflexiv ist, und daß ein Gegenstand zu sich selbst nur die Relation der Identität (wenn man Identität eine Relation nennen will) haben zu können scheint. Denn hier wird die reflexive Relation auf die Identität des Gegenstandes zurückgeführt, zu dem die beiden ersten Gegenstände die gleiche Beziehung haben. Solche Er-

wägungen führen zu einem Grundsatze, der häufig ohne volles Bewußtsein angewendet, aber erst von Russell in seinem Prinzip der Abstraktion ausgesprochen worden ist. „Jede transitiv symmetrische Relation, von der es wenigstens ein Beispiel gibt, ist analysierbar in gemeinsamen Besitz einer neuen Relation zu einem neuen Gegenstande, wobei diese neue Relation so ist, daß kein Gegenstand sie zu mehr als einem Gegenstande haben kann, aber daß ihre Umkehrung diese Eigenschaft nicht hat." Mit anderen Worten, man faßt die Gleichheit als Besitz einer identischen Eigenschaft auf — wobei „Besitz einer Eigenschaft" relational umschrieben ist. So analysiert Russell die Meßbarkeit einer Art von Quantitäten (z. B. Strecken, Winkel) dadurch, daß er jeder Quantität eine und nur eine „Größe" zuordnet. Quantitäten, die derselben „Größe" zugeordnet sind, sind gleich, während „Größen" niemals gleich sein können[40]). Aggregate sind gleich, wenn ihnen dieselbe Zahl zugeordnet ist, die Gleichheit der Zahlen aber ist nur ein schlechter Ausdruck für Identität. Ähnlich könnte man etwa die energetische Gleichheit verschiedener Energieformen als gleiche Beziehung zu dem gleichen Gliede der Größenklasse Energie definieren. Fragt man aber in solchen Fällen, worin der Sinn des neu eingeführten Gegenstandes besteht, so findet man, daß er nichts weiter besagt, als daß die beiden ersten Gegenstände in allen Urteilen, deren Relationen einer gewissen Klasse angehören, füreinander eingesetzt werden können. Es ist gar nicht zu leugnen, daß das Abstraktionsprinzip oft zu einem bequemen Ausdrucke führt. Wenn man aber glaubt, durch die Definition des neuen Gegenstandes eine selbständige Einsicht erlangt zu haben, so läuft man Gefahr, einem platonischen Begriffsrealismus zu verfallen, indem man jenen abstrahierten „Entitäten" ein chimärisches Dasein beilegt.

Auch hier werden wir auf Probleme hingewiesen, die uns später noch zu beschäftigen haben.

Fassen wir das Ergebnis unserer teleologischen Überlegungen zusammen, so können wir sagen, das Bestehen formal verschiedener Relationsklassen ist durch verschiedene Erkenntnisaufgaben gefordert. Erst zusammenwirkend vermögen sie ein ihnen gemeinsames Gebiet von Gegenständen sei es konstruktiv zu erzeugen, sei es durch das Denken beherrschbar zu machen. Von neuem haben wir eingesehen, daß es unmöglich ist, alle Urteile auf dieselbe Relation oder auf dieselbe Relationsklasse zurückzuführen; aber diese Unmöglichkeit ist nun für uns keine unerklärliche Tatsache mehr, sondern wir erfassen ihren Grund allgemein, wenn wir auch noch nicht imstande sind, die einzelnen Verschiedenheiten aus diesem Grunde abzuleiten. Weiter haben wir erkannt, daß sich die verschiedenen Relationsklassen ihrem Erkenntniswerte nach nicht in eine lineare Größenreihe anordnen lassen. Diese scheinbar nur negative Einsicht ist für die Ausbildung eines Wertsystems des Erkennens doch zugleich von großer positiver Bedeutung.

Das Verhältnis der Relationen zu ihren Gebieten enthält aber noch Probleme, die geklärt werden müssen. Das einzelne Urteil scheint grade dadurch über sich selbst hinaus zu weisen. Dieser weitere Zusammenhang, der unserm Erkennen bald als Ziel vorschwebt, bald aber auch von ihm als bestehend vorausgesetzt zu werden scheint, muß nun betrachtet werden.

§ 8. Relation, Wahrheit, Zusammenhang.

Die Relation der unmittelbaren Folge erlaubt uns, eine unbegrenzt fortsetzbare Reihe zu bilden. So scheint diese intransitiv asymmetrische Relation die eigentliche Ordnungs-

schöpferin zu sein; das Bestehen dieser Relation macht die Zahlenreihe so wichtig. Anderseits scheint aber die Zahlenreihe doch aus der Zusammenfassung beliebiger Gegenstände, die nur in ihrer Eigenschaft als Gegenstände genommen werden, hervorzugehen. Jene Ordnungsrelation ist also in einem von ihr unabhängigen Zusammenhange fundiert. Dieses vorläufig wenig streng formulierte Beispiel soll nur den Sinn einer Frage deutlich machen, die uns noch viel zu beschäftigen haben wird: Schafft die Relation den Zusammenhang oder besteht sie vielmehr selbst lediglich auf Grund eines vorausgesetzten Zusammenhangs.

Um diese Frage besser zu verstehen und klarer zu stellen, müssen wir die Vorfrage erheben: was bedeutet für das Erkennen der Zusammenhang?

Schon früher stießen wir auf einen Doppelsinn im gewöhnlichen Gebrauche des Wortes „Wahrheit". Wahrheit, als Wert des richtigen Urteils verstanden, ist der leitende Wert der Erkenntnis; als Wahrheit bezeichnet man aber auch das Ziel des Erkennens, das über das einzelne wahre Urteil weit hinausweist. Die rein terminologische Seite dieser Doppelbedeutung läßt sich leicht durch eine Bedeutungsfestlegung erledigen. Wir verstehen, wie schon gesagt, unter Wahrheit den leitenden Wert der Erkenntnis, der an den einzelnen Urteilen haftet. Für den Begriff des komplexen Erkenntniszieles müssen dann andre Ausdrücke gefunden werden. Aber so wichtig terminologische Trennungen sind, so wenig sind sie für sich genommen imstande, die Probleme zu lösen, die in verbreiteten Doppelbedeutungen gewöhnlich ruhen. Hegels Eigenart, mit vieldeutigen Worten zu arbeiten, soll man gewiß nicht nachahmen; aber man muß einsehen, daß keine Spielerei und kein bloßer Mangel an Schärfe dem großen Denker

diese Neigung eingab, sondern daß sich ihm in dem Gleiten der Bedeutungen der Zusammenhang der Probleme halb verbarg und halb enthüllte. Unbarmherzig müssen wir dies geistreich zweideutige Spiel zerstören; aber wenn wir glauben, durch bloße Begriffstrennungen zum Ziele zu kommen, so erreichen wir dadurch nur, daß halb entdeckte Zusammenhänge sich uns wieder ganz verbergen. Vielmehr entsteht nun weiter das Problem, auch für den Zusammenhang zwischen den getrennten Begriffen einen klaren Ausdruck zu gewinnen.

Der Grund dafür, daß das einzelne Urteil, trotzdem es den Wert der Wahrheit vollständig besitzt, doch über sich hinausweist, kann nur in den Eigenschaften des Gewerteten liegen und muß sich daher aus unsrer Analyse des Urteils ergeben. Da jede Urteilsmaterie mindestens zwei Gegenstände in Beziehung setzt, so liegt in ihr etwas Weiterführendes. Daß die einfachste vollständige Erkenntnis keine Einheit, sondern eine Zweiheit von Gegenständen voraussetzt, kann als Hinweis auf die nach weiterem Zusammenhang strebende Natur des Erkennens angesehen werden. Man kann also das Übersichhinausweisen des Wahrheitswertes aus dem Wesen der Urteilsmaterie ableiten. Natürlich wäre es ebenso möglich, von der Eigenart des Wahrheitswertes ausgehend, die Relationsnatur des Urteils zu gewinnen; bei solchen letzten Zusammenhängen bleibt willkürlich, was man als Voraussetzung, was als Folgerung ansieht.

Eine terminologische Festlegung der für das System des Erkennens grundlegenden Eigentümlichkeiten des Wahrheitswertes ist an dieser Stelle notwendig. Sie muß vor allem dem Umstande gerecht werden, daß Wahrheit ein letzter Wert, nicht wie etwa Nützlichkeit ein nur abgeleiteter Wert ist. Ein Urteil ist nicht wahr, weil es einem Zwecke

dient. Selbst der, dem die Wahrheit um ihrer selbst willen gleichgültig ist, muß die Unabhängigkeit der Wahrheit als solcher von irgend welchen Wirkungen der Wahrheit anerkennen. Werte, die nicht als Mittel zu einem Zwecke gewertet werden, nenne man Eigenwerte oder intensive Werte; im Gegensatze dazu heiße das nur um eines Zweckes willen Gewertete Wirkungswert oder konsekutiver Wert. Man kann sagen: ich schätze Wahrheit nur um irgend welcher Folgen willen — das heißt, Wahrheit hat für mich nur konsekutiven Wert — ein solcher Ausspruch hat Sinn. Aber zu sagen: ein Urteil ist seiner Folgen wegen wahr, oder Wahrheit ist ein konsekutiver Wert, wäre sinnlos. Wahrheit gehört also zur Gruppe der intensiven Werte; unter diesen aber ist nun eine neue Unterscheidung nötig. Das intensiv Gewertete kann als Wertträger ohne Beziehung auf Außenstehendes in sich abgeschlossen sein, oder es kann auf andere Träger des gleichen Wertes mit Notwendigkeit hinweisen. Das ästhetisch Gewertete ist als solches völlig isoliert und auf sich gestellt; wir nennen daher den ästhetischen Wert und ebenso den nur individuellen Wert des sinnlich Angenehmen immanent intensiv oder rein intensiv. Demgegenüber heißen Werte von der Art der Wahrheit, deren Träger ihrer Natur nach andere Träger desselben Wertes fordern, transgredient intensiv. Man kann demnach sagen, der trangrediente Charakter des intensiven Wahrheitswertes und die Relationshaltigkeit der Urteilsmaterie hängen notwendig zusammen[41]).

Die verschiedenen formalen Klassen der Relationen weisen nicht gleich deutlich auf den geforderten Zusammenhang hin. Sie alle freilich geben Anlaß zur Bildung von Urteilsfunktionen und damit zur Aufstellung beliebig vieler Thesen, deren Bejahung oder Verneinung Urteile ergibt,

sofern die Relation auf einem in irgend einer Art unbegrenzten Gebiete Sinn hat. Aber nur die transitiven Relationen ergeben bei festgehaltenen Referenten weitere Urteile mit neuen Relaten. Die symmetrisch transitiven erlauben ohne weiteres dieselbe Fortführung auch bei Festhaltung des Relatum; aber auch bei asymmetrisch transitiven kann man das Relatum festhalten und zu neuen Referenten fortgehen, da die Umkehrung einer transitiven Relation auch wieder transitiv sein muß. Bei asymmetrisch intransitiven Relationen ist zunächst kein Grund einzusehen, warum nicht, wenn das Relatum in einer neuen These als Referent gesetzt wird, sich ein neues Relatum finden läßt. Symmetrisch intransitive Relationen aber weisen nur immer auf sich selbst zurück; erst durch Einsetzung von Gegenständen, die in der ersten These gar nicht vorkommen, lassen sich hier neue Thesen gewinnen. Die Bedeutung dieser Relationen liegt in der Beziehung der Glieder zweier einander ausschließender Klassen zueinander. Hier muß der Inbegriff der in Beziehung gesetzten Gegenstände jedenfalls irgendwie vorbestimmt sein, kann nicht erst durch die Relation definiert werden. Es sei darauf hingewiesen, daß diese Betrachtungen geeignet scheinen, die früher gemachten Bemerkungen über die teleologische Notwendigkeit der verschiedenen Relationsklassen zu ergänzen.

So weist also das Urteil über sich hinaus auf einen Zusammenhang hin, und zwar zunächst auf einen Zusammenhang von Urteilen. Aber beruht nun nicht der Zusammenhang von Urteilen auf einem anders gearteten Zusammenhang? So kehren wir wieder zu der Schwierigkeit zurück, die uns am Anfang dieses Paragraphen beschäftigt hat. Aber wie wir die Notwendigkeit des Zusammenhangs und die Transgredienz des Wahrheitswertes auf die Relationsnatur der Urteilsmaterie zurückführen, so müssen wir auch hier auf

das einzelne Urteil zurückgehen. Darf ich sagen, daß ich im Urteil eine Relation bilde, oder besteht nicht vielmehr schon die Relation, die ich im bejahenden Urteil nur anerkenne? Dreizehn ist von zwölf aus durch die Relation „um eins größer" erzeugt; aber die Möglichkeit dieser Erzeugung liegt nicht in meiner Willkür und ebensowenig die Bejahung des Urteils, sobald ich die Zahlen zwölf und dreizehn einmal voraussetze. In der Tat, wenn man unter Ich das individuelle Subjekt versteht, so ist alles, was ich mit Urteilen tun kann, der Versuch, sie zu fällen. Ob sie dann wahr sind oder nicht, sinnvoll oder nicht, das hängt nicht von mir ab, und ob ich bei gegebener These eine Entscheidung fällen kann, hängt zwar von meinem individuellen Wissen, aber ganz sicher nicht von meinem individuellen Willen ab. Soweit also haben die Gegner des Subjektivismus unbedingt recht, und doch ist Gegenstand nicht ohne Setzung, Relation nicht ohne beziehenden Intellekt denkbar. Das gilt nicht nur für Gegenstände von der Art der Zahlen, sondern auch, wenn ich etwa sage: Grün ist dem Gelb ähnlicher als dem Rot. Ähnlichkeit hat nur Sinn, wo Vergleichung angestellt wird, und die Gesetze dieser Vergleichung sind durch die Aufgaben der Erkenntnis bedingt. Erkennen aber setzt ein Ich voraus, freilich nicht das individuelle Ich als solches, sondern je nach der Betrachtungsstufe entweder das rein überindividuelle Ich oder mindestens ein Ich, das überindividuell zu werden strebt.

Nach alledem zeigt es sich, daß die Frage, ob der Zusammenhang vom Ich abhängt, bisher noch gar nicht gut gestellt ist. Vorausgesetzt ist das überindividuelle Ich in jedem Zusammenhange wie in allem Denkbaren überhaupt. Willkür des individuellen Ich aber ist in jedem als Erkenntnisziel gesetzten Zusammenhange notwendig aus-

geschlossen. Das Problem, das hier in Wirklichkeit vorliegt, hängt vielmehr mit der Zweiheit der Evidenzanteile in jedem Urteile zusammen. Wie verhalten sich diese beiden Anteile bei der Fundierung der Erkenntniszusammenhänge?

Sobald aber die Frage so formuliert wird, muß auffallen, daß ein von uns früher zurückgeschobenes Problem noch nicht gelöst ist, daß wir noch nicht untersucht haben, wie die Relation zu den beiden Evidenzanteilen steht. Wir wissen nun bereits, daß in die Relation inhaltliche Bestimmungen hineingezogen werden können, die unzweifelhaft neue denkfremde Anteile enthalten. Diesen Fall können wir daher ausschließen, da er uns im Vergleich zur Analyse des Gegenstandes nichts Neues mehr zu lehren imstande ist. Wir beschränken uns also auf die inhaltlich am wenigsten bestimmten Relationen und setzen daher nur formale Eigenschaften an ihnen voraus. Die Merkmale symmetrisch, asymmetrisch, transitiv, intransitiv nun sind nichts anderes als Prinzipien zu Folgerungen, d. h. die Festsetzung einer solchen Eigenschaft erlaubt eine bestimmte Art des Folgerns oder des Überganges von einem Urteile zu einem anderen. So erscheinen diese Bestimmungen als aus der Notwendigkeit des Erkennens hervorgehend. Unzweifelhaft ist es nun möglich, Relationen zu betrachten, an denen außer diesen formalen Eigenschaften nichts vorausgesetzt ist. Werden als Gegenstände dabei nur solche angenommen, die das Minimum der Denkfremdheit aufweisen, so braucht über dieses Minimum hinaus nichts von Gegebenheit vorausgesetzt zu werden. Anders wird das bei den Bestimmungen der Relationen durch ihre Bereiche und umgekehrten Bereiche. Daß Relationen mit identischen formalen Eigenschaften durch ihr Gebiet unterschieden werden können, setzt augenscheinlich inhaltliche Bestim-

mungen, sei es der bezogenen Gegenstände, sei es der Relationen voraus, die über das Minimum an Denkfremdheit hinausgehen. Denn aus dem bloßen „Etwas“ auch in beliebiger Zahl genommen, d. h. aus der Voraussetzung beliebiger Gegenstandsbildung, läßt sich keine Trennung der Gegenstände in Klassen ableiten. Eine solche wird hier aber erfordert. Auch die rein formalen Eigenschaften der Relation ermöglichen diese Klassenbildung nicht; denn es sollen ja eben verschiedene Relationen mit gleichen formalen Eigenschaften durch ihre Gebiete unterschieden werden. Es müssen daher neue denkfremde Anteile hinzugenommen werden. Man wende nicht ein, daß es relativ formale Betrachtungen gibt, bei denen die Art dieser neuen Denkfremdheit gleichgültig ist — denn auch für sie ist ihr Bestehen logisch vorausgesetzt.

Wenn wir nunmehr zu den Zusammenhängen übergehen, so können wir aus dem verschiedenen Verhalten der Relationen bereits schließen, daß nicht alle Zusammenhänge sich gleich verhalten. Da wir nun aber noch keine Einteilung der Zusammenhänge besitzen, fehlen uns augenscheinlich Vorbedingungen zu einer wirklichen Lösung des vorher gestellten Problems. Um indessen diese Lösung vorzubereiten, wollen wir einige möglichst verschiedene Beispiele etwas näher betrachten.

Beginnen wir mit der Zahlenreihe. Sie setzt an Denkfremdheit nichts weiter als das uns bekannte Minimum, die Suffizienz des Postulates beliebiger Gegenstandsbildung voraus. Die Zusammenfassung beliebiger Gegenstände, die durch das Zeichen „+“ ausgedrückt wird, ist, wie wir wissen, der Grenzfall der Relation, der, als von der Einheit des Bewußtseins allein abhängig, stets möglich ist. Da die Gegenstände hier nur nach ihrer Setzung genommen werden, sind sie unter sich verschiedene, aber gleichwertige Einheiten.

Nichts außer der Möglichkeit, beliebige verschiedene Gegenstände nach ihrer Setzung zusammenzufassen, liegt dem Rechnen mit ganzen Zahlen zugrunde. Ist dies vorausgesetzt, so lassen sich beliebige größere Zahlen bilden, und wenn wir dann behaupten, alle weiteren Urteile über diese Zahlen seien in den Gegenständen, eben den Zahlen, begründet, so müssen wir hinzufügen, daß diese Gegenstände selbst durch Konstruktion gewonnen sind. Die Relation und der Zusammenhang fügen also zu dem stets vorausgesetzten Minimum nichts Neues an Denkfremdheit hinzu. Wir können sagen, sie entstammen allein der Denkhandlung, und der Evidenzanteil der Denkfremdheit beschränkt sich auf das in jedem Gegenstande Gesetzte.

Es soll später untersucht werden, wie sich die weitere Ausbildung der Mathematik zu diesen Grundlagen verhält. Vorläufig sei nur allgemein auf die Möglichkeit hingewiesen, ähnliche Zusammenhänge zu schaffen, bei denen mehr Denkfremdes aufgenommen wird, im Verlaufe der Konstruktion aber dann keine neue Denkfremdheit hinzutritt.

Alle diese konstruktiven Zusammenhänge bestehen aus demonstrationsfreien Urteilen. Sie erschöpfen aber nicht alle Fälle demonstrationsfreier Urteile. Denn auch die Vergleichungen allgemein gesetzter, qualitativ bestimmter Gegenstände setzen rein logisch keine Demonstration voraus. Wenn ich sage: Blau ist dem Grün ähnlicher als dem Gelb — so müssen die einzelnen Farben wohl irgendwie demonstriert worden sein; aber die Art dieser Demonstration ist für die Wahrheit des Urteils gleichgültig. Trotzdem unterscheidet sich dieser Fall von dem vorher betrachteten. Die Ähnlichkeitsrelation gründet sich auf die Qualitäten, d. h. auf die denkfremde Inhaltlichkeit der Gegenstände. Man kann nicht sagen, daß die Relation konstruktiv auftritt, oder daß die Gegenstände einer Konstruktion

entstammen. Trotzdem wäre eine solche Vergleichung, die Verschiedenheiten des Ähnlichkeitsgrades anzugeben erlaubt, unmöglich, wenn nicht die verglichenen Qualitäten in einer bestimmten Weise geordnet gedacht würden. In den Qualitäten kann die Anordenbarkeit begründet liegen, nicht aber die Ordnung. Wir richten an die Qualitäten die Forderung der Vergleichbarkeit. Diesem Postulate entsprechen die einzelnen Sinnesgebiete in sehr verschiedenem Grade. Wer die psychologische Literatur kennt, wird wissen, daß man sich bisher vergeblich um eine Ordnung der Geruchsqualitäten bemüht hat. Hier liegt also der Zusammenhang selbst zum Teil in denkfremden Bestandteilen begründet; seine Forderung und Schaffung aber bleibt Denkhandlung.

Sehr eng schließt sich dieser Klasse von Urteilen eine große Gruppe demonstrationshaltiger Urteile an; die nämlich, in denen ein rein demonstrativ begrenzter Gegenstand mit einem rein inhaltlich gesetzten verbunden wird, also Urteile von der Form: dies ist der Ton C, dies ist eine Linde, dies ist blaugrün. Man hat sie oft als Benennungsurteile bezeichnet, damit aber ihren wesentlichen Wert verkannt. Benennung im eigentlichen Sinne des Wortes, d. h. willkürliche Namengebung ist, wie wir wissen, gar kein Urteil, sondern eine Festsetzung. In unseren Beispielen aber soll nicht einem Aufgezeigten ein Name gegeben werden, sondern dies soll durch den mit dem Namen bezeichneten Gegenstand bestimmt werden. Der Name ist, logisch betrachtet, ein bloßes Mittel, jenen inhaltlich bestimmten Gegenstand festzuhalten und mitzuteilen, ein Mittel, das häufig sehr wohl durch andre ersetzt werden könnte. Bei Bestimmungsurteilen von Farben könnte man sich z. B. einer Farbentafel bedienen, und, statt zu sagen, dies ist blaugrün, erst auf das „dies“ und dann auf den entsprechen-

den Ort der Farbentafel hinzeigen. Außer der Vergleichung, die diesen Urteilen mit dem vorigen Falle gemein ist, setzen sie noch die eigentümliche Beziehung des demonstrativ abgegrenzten Gegenstandes zum inhaltlich abgegrenzten voraus, die man oft als Merkmalbestimmung eines Gegenstandes bezeichnet. Hierin liegt das Neue, das sie der vorigen Klasse gegenüber bieten. Der demonstrativ begrenzte Gegenstand ist wohl durch inhaltlich gesetzte bestimmbar, nicht aber durch sie erschöpfbar. So lange man sich auf demonstrationsfreie Gegenstände beschränkt, kann man vom Erkennen Vollständigkeit erwarten, weil diese Gegenstände nichts enthalten, als was von vornherein in ihnen gedacht ist. Wo dagegen der Gegenstand zunächst demonstrativ abgegrenzt ist, dann aber durch inhaltliche Bestimmung erkannt werden soll, da treten dem Denken nicht nur Gegenstände, sondern auch Komplikationen gegenüber, die ihm fremd sind. Man wird vielleicht sagen, daß dasselbe doch auch bei gewissen allgemein, d. h. demonstrationsfrei gesetzten Gegenständen, wie Mensch oder Kunstwerk der Fall sei. Indessen beruht dieser Einwand auf der Verwechslung zweier Arten von Setzung, die man beide durch das Wort „allgemein" zu bezeichnen pflegt. Bestimme ich z. B. rein inhaltlich die Forderungen des ästhetischen Wertes und konstruiere von ihnen aus den Begriff des Kunstwerkes, so habe ich einen völlig durchsichtigen Begriff, in den nur das von mir Gesetzte Aufnahme findet. Ob irgend etwas Demonstrables diesem Begriff entspricht, ist freilich eine andre Frage. Er ist ja nicht abstrahiert, sondern konstruiert. Soll dagegen ein bestimmter Inbegriff historisch gewordener menschlicher Erzeugnisse durch den Begriff Kunstwerk erfaßt werden, so liegt in diesem Gegenstande eine demonstrative Geltung mitgesetzt; dann und erst dann tritt wieder die Unerschöpflichkeit des demonstrativ Be-

grenzten zutage. Man tut gut, nur in diesem zweiten Falle von allgemeinen Begriffen zu reden, im ersten dagegen von rein inhaltlich gesetzten. Nur scheinbar hat uns diese Betrachtung von unserem Wege abgeführt. In Wahrheit haben wir erkannt, daß die wesentliche Schwierigkeit in der Anwendung konstruktiver Zusammenhänge auf Demonstrables besteht.

In Bestimmungsurteilen von der Art der eben betrachteten wird die demonstrative Abgrenzung des zu bestimmenden Gegenstandes einfach als etwas Letztes vorausgesetzt; sobald man aus der überindividuellen Geltung der Wahrheit die Forderung ableitet, daß auch die Gegenstände unabhängig vom Individuum abgegrenzt werden, tritt an Stelle der Demonstration eine räumliche und zeitliche Orts- und Umfangsbestimmung. Damit aber wird der erste Gegenstand unseres Bestimmungsurteils einem neuen Zusammenhange eingeordnet, der seinerseits dem logischen Verständnis ganz besondere Schwierigkeiten bereitet, da er völlig durch das Denken beherrschbar ist, doch aber nicht aus dem Denken erzeugt wird. Diese Probleme, die Kant in seinem Ausdruck „reine Anschauungsformen“ zusammengefaßt hat, lassen sich heute gar nicht mehr ohne Beziehung auf neuere, mathematische Forschungen behandlen und bleiben daher dem folgenden Teile vorbehalten.

Zu der Ortsbestimmung und Vergleichung demonstrativ abgegrenzter Gegenstände tritt die Erkenntnis ihres Zusammenhanges hinzu, der naturgemäß nur zeitlich oder raumzeitlich sein kann. Die Folge der Wahrnehmungen in der Zeit und ihr Nebeneinander im Raum erscheint zunächst dem Denken gegenüber als fremd und zufällig. Verwandeln wir es in einen Zusammenhang kausal verbundener Geschehnisse, so bemühen wir uns, diese Fremdheit aufzuheben. Allgemeine

Kausalgesetze sind demonstrationsfreie Urteile, die aber die Formen überindividueller Demonstrabilität, Raum und Zeit, als rein inhaltlich bestimmte Bestandteile enthalten. Ihre besondere Bedeutung liegt darin, daß sie gelten. Auch da, wo der Zusammenhang nicht durch Kausalgesetze vermittelt ist, soll er doch, eben als Zusammenhang, der absoluten Unverständlichkeit unverbundener Gegebenheiten entzogen werden. Man erkennt, daß in dem Begriffe Wirklichkeit, sobald darunter ein Zusammenhang verstanden werden soll, schwere Probleme stecken.

Die große Verschiedenheit der Zusammenhänge, die zugleich die Erkenntnisziele darstellen, beweist schon, daß der Utraquismus dieser Ziele sich nicht, wie der der Voraussetzungen, in einen einheitlichen Grundsatz formulieren läßt; es scheint vielmehr, als äußere er sich in einer Mannigfaltigkeit dieser Ziele. Noch kann nicht mehr als eine solche auf Späteres hinweisende, unbestimmte Vermutung gegeben werden. Sie zu bestätigen und zu bestimmen ist Aufgabe der folgenden Teile dieser Arbeit, in denen der alte Streit zwischen Sensualismus und Rationalismus erst wirklich geschlichtet werden kann. Denn mit dem Grundsatze des Utraquismus, wie wir ihn als Resultat unsrer Analyse der Urteilsevidenz aufgestellt haben, sind noch sehr verschiedene Theorien vereinbar. Er besagt ja nur, daß jedes Urteil Evidenzanteile des Denkens und der Denkfremdheit enthält, die nicht aufeinander zurückgeführt werden können. Keineswegs ist durch ihn ausgeschlossen, daß diese beiden Evidenzanteile sehr verschiedene Bedeutung für das Erkenntnisziel haben. Mit dem Utraquismus der Voraussetzungen erscheint daher zunächst noch sowohl ein Sensualismus wie ein Rationalismus der Erkenntnisziele verträglich. Nur müßte ein solcher Sensualist die Erkenntnisformen als bloße Hilfsmittel zur Gewinnung der reinen

Gegebenheit betrachten; der Rationalist umgekehrt müßte fordern, daß mit dem Fortschritt des Erkennens zunehmend Denkbestimmungen an Stelle der Gegebenheiten treten. Im Vergleich zu den naiven Formen wären diese Richtungen bereits resigniert; denn jede von ihnen müßte das Dasein des entgegengesetzten Elementes in den Voraussetzungen anerkennen und könnte dessen vollständige Beseitigung nicht mehr als erreichbares Ziel, sondern nur noch als Ideal im strengen Sinne des Wortes aufstellen. Die vorläufigen Betrachtungen, die wir den verschiedenen Zusammenhangsarten gewidmet haben, machen freilich bereits diese einseitigen Lösungen für das Ganze der Erkenntnisziele unwahrscheinlich; zu wirklicher Klarheit aber konnten sie noch nicht verhelfen. Wir dürfen hoffen, ihr näher zu kommen, wenn wir zunächst die durchsichtigsten Formen der Zusammenhänge, die mathematisch-konstruktiven, untersuchen.

Zweiter Teil.

Logische Untersuchungen über mathematische Gegenstände.

Mehrmals schon sind wir im Verlaufe unserer Untersuchungen auf Prinzipien der Mathematik gestoßen. Als gefragt wurde, ob es Urteile ohne den Evidenzanteil der Gegebenheit gebe, mußten die ersten Sätze der Arithmetik herangezogen werden. Es zeigte sich, daß auch sie Denkfremdes voraussetzen, aber doch eine Ausnahmsstellung einnehmen, weil nur das Minimum vorausgesetzt wird, ohne das nicht nur Urteile, sondern selbst beliebige Gegenstände nicht gebildet werden können. Bei den demonstrationshaltigen Urteilen ferner mußte das Postulat überindividueller Demonstrabilität erörtert werden, dessen enger Zusammenhang mit den Prinzipien der Geometrie sofort zutage trat. Indessen wurde an beiden Stellen das Mathematische nur zur Erläuterung herangezogen. Es machte sich aber schon dort das Bedürfnis nach gründlicherer Einsicht geltend. Die Relationsnatur der Urteilsmaterie weist dann vom einzelnen Urteil fort auf den Urteilszusammenhang. Da die durchsichtigsten Zusammenhänge in den mathematischen Wissenschaften vorliegen, werden sie uns zum Führer dienen müssen; freilich nicht so, daß wir die Wirklichkeitszusammenhänge an der Norm der Mathematik be- und verurteilen, aber doch so, daß wir uns durch das Verhältnis zur mathematischen Konstruktion und durch den Gegensatz zu ihr die Eigenart jener verwickelten Aufgaben des

Erkennens klar machen. Mit Recht gilt seit Platons Zeiten die Mathematik als Prüfstein logischer Theorien. Auch wir werden nicht umhin können, den Grundsatz des Utraquismus, die Relationstheorie des Urteils und die inhaltliche Auffassung des Immanenzsatzes dieser Probe zu unterwerfen.

Diese Bemerkungen geben uns eine Übersicht über die Aufgaben des zweiten Teiles. Es gilt, sie vorläufig noch etwas genauer zu umschreiben. Zunächst muß, exakter als bisher geschehen, nachgewiesen werden, daß die Prinzipien der Arithmetik, die zugleich die allgemeinsten Grundlagen aller Mathematik überhaupt sind, das Minimum der Denkfremdheit und nur dieses voraussetzen. Zugleich wird sich zeigen, daß die Grundbegriffe dieser Wissenschaft nur dann philosophisch verständlich werden, wenn man den Satz der Immanenz richtig auffaßt. Endlich gibt der Aufbau der Algebra, die Erweiterung des Zahlbegriffes, ein wichtiges Vorbild der Konstruktion und läßt uns deren Eigenart besser übersehen.

Die Bedeutung der besonderen Axiome, die für die Geometrie grundlegend sind, ist heute sehr umstritten. Wir werden sehen, wie reichen Gewinn die Erkenntnistheorie aus diesem Streite ziehen kann. Vor allem wird uns dadurch die Bedeutung des a priori erst wirklich klar werden. Die euklidische Geometrie als anwendbare Konstruktion führt hinüber zu dem Verhältnis von Konstruktion und Wirklichkeit. Für dieses Problemgebiet sind aber die mathematischen Begriffe „unendlich" und „stetig" entscheidend. Gerade für sie hat die neuere Mathematik besonders viel geleistet, während die Philosophen diesen Entdeckungen gegenüber noch allzusehr zwischen verständnisloser Ablehnung und kritikloser Herübernahme schwanken.

Der Gang der Untersuchung führt daher von der Zahl zum Raum und weiter zu den Problemen der Unendlichkeit und Stetigkeit. Über die Reihenfolge der zwei letzten Teile ließe sich streiten; daß mit der Zahl zu beginnen ist, wird jedem einleuchten. Sie steht gleichsam im Kreuzungspunkte von Logik und Mathematik.

Die Behandlungsart muß hier von der im ersten Teile gewählten abweichen. Wir haben es mit den Prinzipien der logisch vorbildlich durchgearbeiteten Wissenschaften zu tun und müssen daher von den Leistungen der Mathematiker ausgehen. Viel mehr als vorher und später wird es sich also in diesem Teile um die Kritik bestimmter Theorien handeln. Dabei sei von vornherein betont, daß meine Kritik nirgends den eigentlich mathematischen Gehalt treffen soll. Vielmehr war es mir im Verlauf der Arbeit geradezu Probe der Richtigkeit meiner Auffassung, daß ich alle mathematische Einsicht, die in den verschiedenen Theorien steckt, verstehen und anerkennen konnte. Nur die philosophische Begründung ist bei den Mathematikern vielfach anfechtbar, so sehr auch hier ihre Mitarbeit dankbar zu begrüßen ist. Was an eigentlich mathematischer Theorie im folgenden gegeben wird, soll nur dazu dienen, den Logikern das Verständnis zu erleichtern, nicht etwa für sich irgendwelche Ansprüche machen. Der Schwerpunkt liegt ausschließlich in der logischen Diskussion.

Kapitel IV.

Zahl.

§ 9. Der Begriff der Kardinalzahl.

An einem früheren Punkte dieser Untersuchungen wurde das Ausgehen von der Kardinalzahl einfach vorausgesetzt,

jetzt muß das Recht dazu gegen bedeutende Versuche neuerer Mathematiker verteidigt werden. Man hat einerseits die Ordnungszahl für ursprünglicher erklärt und aus ihr erst den Begriff der Anzahl und der Menge abgeleitet, andererseits geglaubt, in dem Begriffe der Klasse einen logisch übergeordneten zu haben, aus dem man den der Zahl erst entwickeln müsse. Es wird diesen Versuchen gegenüber unsere Aufgabe sein, zu zeigen, daß sie nur scheinbar weniger, in Wahrheit mehr voraussetzen, als zur unmittelbaren Bildung von Kardinalzahlen nötig ist. Dabei wird die prinzipielle Frage, was denn logische Ursprünglichkeit bedeutet, erörtert werden müssen. Die beiden erwähnten Versuche unterscheiden sich voneinander wesentlich dadurch, daß die ordinale Theorie von Begriffen anderer Gattung, die Klassentheorie von einem übergeordneten allgemeineren Begriffe auszugehen glaubt.

Die ordinale Theorie ist von mehreren Mathematikern unabhängig voneinander und in im einzelnen abweichender Art begründet worden[1]). Ich lege hier die einfache Gestalt, die Kronecker ihr gegeben hat, zugrunde, weil sie über die in ihr herrschenden Motive am klarsten Auskunft gibt. Kroneckers Gedankengang ist etwa folgender: Um sich in der Außenwelt zurechtzufinden, gibt der Mensch den ihn umgebenden Objekten gewisse, nach einer festen Reihenfolge geordnete Bezeichnungen, die zunächst ganz willkürlich bleiben. Hat er sich eine genügende Menge von ihnen gebildet, so kann er sie nun einer Schar verschiedener und zugleich für ihn unterscheidbarer Objekte beilegen und diese dadurch kennzeichnen. Als solche Bezeichnungen stellen sich die Ordnungszahlen: der Erste, der Zweite, der Dritte dar. In ihnen liegt der naturgemäße Ausgangspunkt für die Entwicklung des Zahlbegriffs. Ist uns nämlich eine Schar von Objekten gegeben, so fassen

wir die Gesamtheit der den einzelnen Objekten beigelegten Bezeichnungen in dem Begriff „Anzahl der Objekte“ zusammen, und wir knüpfen den Ausdruck für diesen Begriff unzweideutig an die letzte der verwendeten Bezeichnungen an, da deren Aufeinanderfolge fest bestimmt ist.

Man kann aus den Ordnungszahlen: der Erste, der Zweite usw. selbst eine Schar von Objekten bilden. Für die so gebildete Schar, die aus einer bestimmten (der n^{ten}) und allen vorangehenden Ordnungszahlen besteht, wird die Anzahl gemäß der voranstehenden Definition durch die der n^{ten} Ordnungszahl entsprechende Kardinalzahl n bezeichnet. Eine Zahl m heißt kleiner als eine andere Zahl n, wenn die zu m gehörige Ordnungszahl der zu n gehörigen vorangeht. Die sogenannte natürliche Reihenfolge der Zahlen ist nichts anderes als die Reihenfolge der entsprechenden Ordnungszahlen. Es läßt sich leicht zeigen, daß die Anzahl, d. h. die Gesamtheit der verwendeten Ordnungszahlen bei endlichen Scharen von der Reihenfolge, in der die Objekte gezählt, und von der Reihenfolge, in der die Ordnungszahlen verwendet werden, unabhängig ist. Die Addition wird als Weiterzählen definiert.

In dieser Theorie liegt zweierlei nebeneinander[2]). Wie sie gegeben ist, enthält sie eine psychologisch genetische Auffassung der Entstehung der Zahl als Stütze einer logisch-mathematischen Theorie der Grundlagen der Arithmetik. Nun kann sich aber die Mathematik nicht auf psychologische Hypothesen stützen; die Frage, wie die Menschen zur Zahl gekommen sind, ist, so wichtig sie sonst sein mag, für den Mathematiker gleichgültig. Wir können und müssen sie ganz beiseite lassen. Dann bleibt als Kern von Kroneckers Ausführung, daß die Ordnungszahl logisch primär ist, und daß die Kardinalzahl erst auf ihrer Grundlage aufgebaut werden kann. Der Unterschied eines Ausgehens von der

Ordnungszahl gegenüber dem Anfang mit der Kardinalzahl zeigt sich besonders in der Definition von „kleiner". Sie wird durch Kronecker mit Hilfe des Ordnungsbegriffes „vorangehen" gegeben. Wer mit der Kardinalzahl beginnt, wird umgekehrt das „vorangehen" mit Hilfe von „kleiner" definieren.

Reduziert man die Kronecker-Helmholtzsche Theorie auf ihre logisch-mathematische Bedeutung, so handelt es sich darum, daß die Kardinalzahl nicht mehr als Indefinible vorausgesetzt wird, sondern daß sie ohne neue Voraussetzungen aus den Indefiniblen und Axiomen, die der Ordnungszahl zugrunde liegen, abgeleitet werden kann. Gelingt dieser Beweis, so kann er entweder bedeuten, daß Kardinal- und Ordnungszahl logisch gleichwertig sind, d. h. jede unter Voraussetzung der anderen sich ableiten läßt, oder daß die Ordnungszahl logisch primär ist. Um aber das zweite zu beweisen, müßte noch der Nachweis geführt werden, daß die Ordnungszahl weniger voraussetzt, als die Kardinalzahl, d. h. daß bei der Kardinalzahl Sätze aufgenommen werden müssen, die in der Theorie der Ordinalzahl vorher bewiesen worden sind. Dieser Nachweis fehlt. Allenfalls wäre auch denkbar, daß man die Unableitbarkeit der Ordnungszahl aus der Kardinalzahl direkt bewiese, obwohl ich nicht sehe, wie ein solcher Beweis geführt werden könnte. Jedenfalls liegt bei Kronecker und Helmholtz kein logisch-mathematischer Beweisversuch für die Priorität der Ordnungszahl vor. Dieser wird vielmehr durch die angedeuteten psychologischen Erwägungen ersetzt. Nun könnte man dieses Verfahren rechtfertigen wollen, indem man ausführte: Die logische Äquivalenz von Kardinal- und Ordnungszahl ist erwiesen; in diesem Falle aber wird es richtig sein, die psychologisch ursprünglichere Ordnungszahl zum Ausgangspunkte zu wählen. Indessen könnte eine solche Er-

wägung höchstens die didaktische Zweckmäßigkeit einer Reihenfolge beweisen, während rein mathematisch genommen beide Reihenfolgen gleichwertig wären. Mit didaktischer Zweckmäßigkeit haben wir es hier nicht zu tun, daher sei auch nur nebenher bemerkt, daß sogar die Frage der psychologischen Priorität nicht selbstverständlich zugunsten der Ordnungszahl beantwortet werden muß; vielmehr fassen wir kleine Gruppen bis zu vier oder fünf Gliedern sicher ohne Zählen als Ganze auf, und zwar möglicherweise auch, ehe wir Zahlworte bilden können. Bei größeren Gruppen muß freilich Abzählung erfolgen; aber schon diese Verschiedenheit zwischen kleineren und größeren Zahlen zeigt deutlich, wie ungeeignet eine psychologische Theorie zur Fundierung der Arithmetik ist[3]).

Wir haben es also hier nur mit der Behauptung zu tun, daß die Kardinalzahl sich aus der Ordnungszahl ableiten läßt, d. h. daß beide einander mindestens äquivalent sind, möglicherweise aber die Ordnungszahl logische Priorität besitzt. Um das nachzuprüfen, untersuchen wir die Voraussetzungen, die im Begriffe der Ordnungszahl liegen. Die Reihe der Ordnungszahlen ist wohlgeordnet, d. h. jedes Glied hat in ihr einen bestimmten Platz; ferner hat diese Reihe einen Anfang aber kein Ende, sondern läßt sich über jedes gegebene Glied hinaus beliebig fortsetzen. Um eine solche Reihe bilden zu können, muß logisch vorausgesetzt werden, daß beliebig viele Gegenstände gebildet werden können, daß jeder dieser Gegenstände identisch festgehalten und von jedem anderen unterschieden werden kann. Außerdem muß eine besondere Reihe von Gegenständen, die Bezeichnungen, geschaffen werden, zwischen denen eine Ordnung herzustellen ist. Diese Ordnung wird durch Zuordnung auf die erste Reihe übertragen. In dem Begriffe der Kardinalzahl liegt ebenfalls die Möglichkeit

beliebiger Gegenstandsbildung und gesonderter Festhaltung der Gegenstände. Hinzu tritt hier die Zusammenfassung beliebiger Gegenstände zu einem neuen Gegenstande. Aber diese letzte Voraussetzung müssen Helmholtz und Kronecker ebenfalls machen, sobald sie von der Ordnungszahl zur Kardinalzahl übergehen wollen. Denn dabei bilden sie ja Gruppen, die als Ganze durch die letzte zugeordnete Ordnungszahl gekennzeichnet werden. Es ist also gezeigt worden, daß in der Tat alle Bestandteile der Kardinalzahl auch hier vorausgesetzt werden, daß daher die Ableitung nur Schein ist. Dazu kommt noch eine besondere Voraussetzung bei der Ordnungszahl: der Begriff der Ordnung oder ordnungsbildenden Relation. Es wird später gezeigt werden, daß die Ordnung aus der Kardinalzahl abgeleitet werden kann. Freilich muß dabei der Begriff der Zuordnung vorausgesetzt werden. Indessen den brauchen Helmholtz und Kronecker ohnedies schon bei ihrem ersten Schritte, bei der Zuordnung der Bezeichnungen zu den beliebigen Gegenständen.

Der Helmholtz-Kroneckerschen Theorie liegt das Mißtrauen des Empirismus gegen apriorische Elemente der Erkenntnis zugrunde. Empiristen, die dabei die Strenge der Mathematik retten wollten, haben seit Hobbes stets zum Nominalismus ihre Zuflucht genommen. Die Grundbegriffe sind, meint man, willkürlich gewählte Bezeichnungen; man übersieht dabei nur, daß, um Bezeichnungen festzuhalten, eben die logische Festhaltung beliebiger Gegenstände vorausgesetzt wird, und daß die Bezeichnung selbst ein Gegenstand anderer Art ist, der allgemeine Bedeutung gewinnt, weil er durch Zuordnung einen beliebigen Gegenstand vertritt[4]).

Im Gegensatze zu dieser Theorie, die eine rein nominalistische Auffassung durch Hinweise auf die Empirie er-

gänzt, stehen neuere Bemühungen, die Zahl auf allgemeinere logische Prinzipien zurückzuführen. Russell[5]) hat diese Bestrebungen vollendet — wir schließen uns an seine Form an. Als Indefinible ist dabei zunächst der Begriff der Klasse vorausgesetzt. Man kann beliebige Gegenstände in Klassen zusammenfassen. Eine Klasse ist bestimmt, wenn von jedem beliebigen Gegenstande ausgemacht werden kann, ob er zu dieser Klasse gehört oder nicht. Es gibt zwei Arten, eine Klasse zu definieren — durch Aufzählung der zugehörigen Gegenstände, z. B.: Hans und Paul und Peter, oder durch einen Klassenbegriff, z. B. Enkel des N. N., Menschen. Man muß auch die Definition durch den Begriff zulassen, weil unendliche Klassen nur so definibel sind. Auch bei ihr aber muß man den Klassenbegriff vom Begriffe der Klasse unterscheiden. „Klassenbegriff" bedeutet nämlich nur einen inhaltlich gesetzten Gegenstand: Mensch = Eigenschaften des Menschen — dagegen bedeutet „Begriff der Klasse" alle unter den Klassenbegriff fallenden Gegenstände, z. B. alle einzelnen Menschen. Vorausgesetzt ist ferner der Begriff der Relation, mit dessen Hilfe dann die Ähnlichkeit von Klassen bestimmt wird. Zwei Klassen heißen ähnlich, wenn eine Relation besteht, die jedes beliebige Glied der einen Klasse zu einem und nur einem Gliede der anderen Klasse hat und umgekehrt. Eine solche ein-eindeutige Zuordnung ist ohne den Begriff der Einheit definibel. Sie ist nämlich eine Anwendung der ein-eindeutigen Beziehung auf Klassen. Eine Beziehung R zwischen den Gegenständen x und y heißt aber ein-eindeutig, wenn aus xRy und xRy′ die Identität von y und y′ und ebenso aus xRy und x′Ry die Identität von x und x′ folgt. Alle einander ähnlichen Klassen lassen sich wieder als Gegenstände auffassen, die eine Klasse bilden. Eine solche Klasse heißt Kardinalzahl. Mit Hilfe dieser Theorie glaubt Russell

auch die Eins, die sonst als Indefinible angesehen zu werden pflegt, definieren zu können. Er braucht dazu nur noch die Nullklasse als Klasse, die keinen Gegenstand enthält. Null ist die Klasse der Klassen, die keinen Gegenstand enthalten.

Eins ist die Klasse aller Klassen, die nicht Null und so beschaffen sind, daß, wenn x zu der Klasse gehört, die Klasse ohne x die Nullklasse ist, oder so, daß, wenn x und y zu der Klasse gehören, dann x und y identisch sind.

Die arithmetische Addition wird nun aus der allgemeinen logischen Addition, d. h. aus der Zusammenfassung zweier oder mehrerer Klassen abgeleitet. Unsere Sprache drückt die logische Addition durch das Wort „oder" aus. Sind u und v Klassen, so bedeutet „u oder v" die Klasse, zu der jeder Gegenstand gehört, der entweder zu u oder zu v gehört. Gegenstände, die sowohl zu u wie zu v gehören, kommen in der logischen Summe nur einmal vor. Ist u in v enthalten, z. B. wenn u Neger, v Menschen bedeutet, so ist $u + v = v$. Haben die zu addierenden Klassen keinen gemeinsamen Gegenstand, sind sie „exklusiv", so fällt die logische Addition mit der arithmetischen zusammen.

Daß man von der Addition der Klassen ausgehen muß, erhellt, sobald man an die Summe zweier gleicher Zahlen, z. B. $1 + 1$ denkt. Da nämlich bei Russells Ableitung die Kardinalzahl den Begriff der Ordnung nicht voraussetzt, sind 1 und 1 voneinander als Zahlen gar nicht unterscheidbar, wohl aber als Zahlen zweier Klassen. $1 + 1$ ist dann die Zahl einer Klasse w, die die logische Summe zweier Klassen u und v ist, welche keinen gemeinen Gegenstand und jede nur einen Gegenstand haben.

Russell definiert also die Zahl als Klasse von Klassen; nicht etwa als Klassenbegriff, der eine Klasse von Klassen abgrenzt. Ein Satz über Zahlen als Klassenbegriffe wäre

etwa, zwei und vier sind gerade Zahlen; dagegen handelt die arithmetische Formel $2+4=6$ nicht von Klassenbegriffen, sondern von den bedeuteten Klassen. Indessen zeigt bereits dieses Beispiel, daß auch Russells Formulierung nicht einwandfrei ist. Die Klasse aller Klassen von zwei Gegenständen umfaßt unendlich viele Klassen. Es wird also nicht der Umfang dieser Klasse von Klassen bedeutet, sondern eine beliebige, unter diesem Umfange fallende Klasse. „Zwei" tritt also hier doch als Klassenbegriff auf; aber dieser Begriff repräsentiert in den arithmetischen Formeln ein beliebiges Glied des Klassenumfangs. Man wird dagegen einwenden, daß es sich in arithmetischen Sätzen um Umfangsbeziehungen handelt. Die Erledigung dieses Einwandes ist nicht schwer. Eine Kardinalzahl ist der Klassenbegriff einer Klasse von Klassen gleichen Umfanges, d. h. ein umfänglich definierter Klassenbegriff. Addiert man zwei Kardinalzahlen, so addiert man nicht zwei Klassen von Klassen. $2+3$ bedeutet nicht: nimm alle unendlich vielen Klassen, die zwei Glieder haben, und alle unendlich vielen Klassen, die drei Glieder haben, zusammen. Vielmehr läßt sich, wenn man vorläufig Russells Theorie beibehält, diese Formel interpretieren: Nimm eine beliebige, durch den umfänglichen Klassenbegriff 2 umfaßte Klasse mit einer beliebigen, durch den umfänglichen Klassenbegriff 3 umfaßten Klasse zu einer neuen Klasse zusammen.

Bis hierher handelt es sich nur um eine formelle Verbesserung von Russells Theorie, die dieser durchaus anerkennen könnte, ohne in irgend einem wesentlichen Punkte seine Position zu ändern. Jetzt erst wenden wir uns der Hauptfrage zu, ob es Russell wirklich gelungen ist, die Zahl aus logisch ursprünglicheren Begriffen abzuleiten. Russell behauptet das, ja er dehnt seinen Anspruch so weit aus, daß sogar die Zahl 1 als Indefinible unnötig

werden soll. Den naheliegenden Einwand, daß doch in seinen Definitionen überall Ausdrücke wie „ein Gegenstand" vorkommen, glaubt er durch folgende Argumentation zu erledigen[6]): Der Sinn, in dem jeder beliebige Inhalt „einer" ist, ist höchst schattenhaft, während der Ausdruck „eine Klasse hat ein Glied" eine ganz bestimmte Bedeutung besitzt. Denn eine Klasse u hat ein Glied, bedeutet: u ist nicht null und: x und y sind u's, schließt ein, x ist mit y identisch. „Einer" im Sinne des unbestimmten Artikels ist jeder Gegenstand, „Einheit" im Sinne der Zahl kann nur eine Klasse haben. Man sieht leicht, daß Russells sorgsame Definition nicht „ein", sondern „nur ein" definiert. „Nur ein" bedeutet Beschränkung einer Klasse auf einen Gegenstand. Die Einheit der Klasse wie die Einheit des Gegenstands ist hier vorausgesetzt. So ist die Definition der Einheit mißlungen, aber ganz allgemein läßt sich nachweisen, daß die Definition der Zahl durch die Klasse einen Zirkel enthält. Nach Russells eigener Lehre können Klassen entweder inhaltlich durch Begriffe oder umfänglich durch Verbindung mit „und", durch numerische Konjunktion, definiert werden. Zahlen sind, wie bereits nachgewiesen wurde, umfänglich definierte Klassen. Wenn man eine inhaltlich definierte Klasse, etwa alle jetzt lebenden Deutschen, durch eine Zahl bezeichnen will, so muß man ihre Glieder nachträglich durch numerische Konjunktion zusammenfassen; d. h. der inhaltlich definierte Klassenbegriff dient nur zur Auffindung und Erkennung jedes einzelnen Gliedes des Klassenumfanges. Bei Zahlen kommen also inhaltlich definierte Klassen nicht in Betracht. Die Zahl ist — so muß nun Russells Definition umgeformt werden — eine beliebige, durch den Klassenbegriff bedeutete Klasse, bei der die Klasse durch numerische Konjunktion definiert ist. Eine Zahl aber durch numerische Konjunktion definieren, ist offenbar ein Zirkel.

Warum ist Russell dieser Zirkel verborgen geblieben? Sieht man sein Werk durch, so erkennt man sofort, daß er den Begriff Klasse für einen so ursprünglichen hält, daß eine Zurückführung auf diesen Begriff unbedingt einen logischen Vorteil bedeutet. Er will die Mathematik auf Logik begründen: dazu gäbe es zwei Wege. Entweder müßte gezeigt werden, daß die Zahl selbst ein logischer Grundbegriff ist, oder es müßte die Zahl auf einfachere, logische Grundbegriffe reduziert werden. Russell sieht nur den zweiten Weg, und zwar, weil er trotz vieler reformatorischer Ideen noch zu tief in der überlieferten Subsumtionslogik steckt. Für diese ist der Klassenbegriff Grundlage. Wohl streitet Inhaltslogik gegen Umfangslogik, aber auch der Inhaltslogiker traditioneller Art macht sich nicht klar, welches Problem darin liegt, einen inhaltlich definierten Begriff auf den Inbegriff eines Klassenumfangs anzuwenden. Diese Probleme sind viel voraussetzungsvoller, als die Grundlagen der Arithmetik. Wo von Klassenumfängen geredet wird, ist überall die Zahl vorausgesetzt.

Indessen, wird man einwenden, Klasse ist doch allgemeiner als Zahl; denn es gibt auch inhaltlich definierte Klassen, die entweder praktisch oder sogar theoretisch sich nicht durch endliche Zahlen umfänglich bestimmen lassen. Das Allgemeine aber ist nach einer kaum bestrittenen Anschauung stets voraussetzungsärmer als der besondere Fall, der unter diesem allgemeinen Begriffe steht. Auch dieser, meist unausgesprochen vorausgesetzte Satz erweist sich bei näherer Prüfung als ein Vorurteil der traditionellen Logik. Er trifft nur zu, wo es sich um Begriffe handelt, die aus konkreten Objekten durch Abstraktion gebildet sind. In der Mathematik aber handelt es sich um durch Konstruktion gebildete Begriffe. Der Begriff

„komplexe Zahl“ ist sicher allgemeiner als der Begriff „natürliche Zahl“, und trotzdem voraussetzungsvoller. Erklärlich wird dies, wenn man bedenkt, daß es in konstruktiven Wissenschaften möglich ist, durch Hinzunahme neuer Voraussetzungen neue Gegenstände zu bilden. Faßt man diese neuen Gegenstände mit den voraussetzungsärmeren alten zusammen, so erhält man allgemeinere Begriffe, die zugleich voraussetzungsreicher sind. Eben dies ist der Fall, wenn wir Zahlen und Klassen vergleichen, wie sich besonders durch die Addition von Zahlen und Klassen zeigen läßt. Die Addition der Zahlen läßt sich als Addition exklusiver Klassen und damit als Spezialfall der allgemeinen Klassenaddition auffassen. Aber nicht-exklusive Klassen kommen nur zustande, wenn man inhaltliche Bestimmungen der Gegenstände heranzieht.

Vollkommen deutlich wird die Absicht dieser Kritik aus der nun folgenden Darstellung einer eigenen Theorie der Zahl hervorgehen. Man kann auch diese Theorie als logische bezeichnen, sofern sie in der Kardinalzahl nur solche Voraussetzungen aufdeckt, die ebenso allen logischen Entwicklungen zugrunde liegen. Dagegen behauptet sie die Priorität der Zahl gegenüber den Begriffen der Subsumtionslogik wie „Klasse“. Endlich betont sie den Utraquismus auch der logischen Grundsätze.

Zwei Gruppen von Voraussetzungen lassen sich unterscheiden, von denen die erste die Bildung und die zweite die Zusammenfassung von Gegenständen ermöglicht. Die Bildung von Gegenständen, soweit sie für die Arithmetik in Betracht kommt, steht unter der eigentümlichen Bedingung, daß die einzelnen Einheiten vollkommen gleichwertig und doch als voneinander verschiedene Einheiten festhaltbar sein müssen. Fragt man, wie dies möglich ist, so kommt man auf die uns bekannten Grundsätze der

Bildung von Gegenständen. An jedem Gegenstande haben wir seine Inhaltlichkeit und seine Setzung unterschieden. Die Setzung ist denkerzeugte Form, die jedem beliebigen Gegenstande in völlig gleicher Weise zukommt. Ihr entspricht der Grundsatz der Identität. Wir sahen, daß dieser Grundsatz, da er noch kein Prinzip zu Urteilen ist, sich schwer in der ihm zukommenden Reinheit aussprechen läßt. Erst wenn man über den einzelnen Gegenstand hinaus auf mehrere Gegenstände reflektiert, ergeben sich aussprechbare Sätze. Wir bedürfen dazu eines Grundsatzes, den zuerst wohl Leibniz in seinem Eigenwert erkannt und in der Form „varia a me cogitantur" ausgesprochen hat, und dem wir den Namen Suffizienz des Postulates beliebiger Gegenstandsbildung gegeben haben. Sind Gegenstände in beliebiger Menge setzbar, und gilt für jeden von ihnen die Identität, so muß jeder von jedem anderen verschieden sein, weil sonst nur derselbe identische Gegenstand da wäre. Da nun aber alle Gegenstände in der Form ihrer Setzung miteinander übereinstimmen, muß in allen Relationen, die lediglich von der Form der Setzung abhängen, jeder beliebige Gegenstand für jeden beliebigen andern einsetzbar sein. Einsetzbarkeit in einer Gruppe von Relationen ist Gleichheit mit Bezug auf diese Relationen. Diese Substituierbarkeit spricht man dadurch aus, daß man jeden beliebigen Gegenstand, relativ zu den nur von der Setzung abhängigen Relationen genommen, mit dem gleichen Zeichen 1 bezeichnet und dann die Grundgleichung $1 = 1$ aufstellt. Man darf diese Gleichung nicht als Identität verstehen. Vielmehr bedeuten die beiden 1 verschiedene Einheiten, und die Identität des Zeichens sagt nur, daß in jeder arithmetischen Relation jede beliebige Einheit für jede beliebige andere setzbar ist. Man kann arithmetische Relationen dann auch als solche bezeichnen, die nur von der

Setzung abhängig sind. Man drückt einen verwandten Gedanken zuweilen dadurch aus, daß man sagt, bei der Zahlbildung werde von aller Verschiedenheit der Gegenstände abstrahiert. Indessen ist dieser Ausdruck zunächst nicht genau, da ja doch die Verschiedenheit als gesonderte Setzung bestehen bleibt; wovon abstrahiert wird, ist nur die Inhaltlichkeit. Überhaupt aber führt der Ausdruck „abstrahieren" leicht irre. Man geht bei allen Abstraktionstheorien von konkreten, d. h. demonstrablen Gegenständen aus. Logisch sind diese viel schwerer verständlich und komplexer als die rein ponierten Gegenstände. Sie kommen auch nicht für die reine, sondern erst für die angewandte Mathematik in Betracht; aber sogar die apriorische Anwendbarkeit der Mathematik läßt sich nicht von den Abstraktionstheorien her erfassen, wie noch an späterer Stelle gezeigt werden wird.

Fruchtbar wird die Gleichheit beliebiger Gegenstände erst durch die Möglichkeit der Bildung von Aggregaten. Man kann, so etwa lautet das neue Postulat, beliebige Gegenstände zu einem neuen Gegenstande zusammenfassen. Wir drücken dies sprachlich durch wiederholte Anwendung des Wortes „und" aus. Für die Arithmetik kommt bei jedem Gegenstande nur seine Setzung, sein Charakter als Einheit, in Betracht. Die Zusammenfassung hat hier also, wenn wir für „und" das „+" einführen, die Form: $1 + 1 + 1 + \ldots$ Wir haben schon früher erkannt, daß die Konjunktion, d. h. die Verbindung durch „und", zwar kein eigentliches Urteil, wohl aber ein Grenzfall des Urteils ist. Gemäß dem Postulat beliebiger Gegenstandsbildung läßt sich zu jeder Konjunktion ein neuer Gegenstand durch Konjunktion hinzufügen. So erhält man durch sukzessive Zufügung neuer Einheiten neue Konjunktionen. Wir haben hier den ersten vorbildlichen Fall der Bildung abgeleiteter Gegen-

stände. Solche Gegenstände sind relationshaltig; ja, wenn man den Grenzfall in den Urteilsbegriff hineinzieht, urteilshaltig. In ihnen ist ihre Bildung mitgesetzt. Sie sind also nur gleich, wenn sie gleich gebildet sind. Bezeichnet man die einfachste Konjunktion $1 + 1$ als 2, die nächste $1 + 1 + 1$ als 3 usw., so erhellt, daß jede beliebige durch 2 zu bezeichnende Konjunktion jeder beliebigen anderen, durch 2 zu bezeichnenden Konjunktion gleich ist usw. Dadurch rechtfertigt sich die Einführung des einheitlichen Zeichens, dessen Wahl natürlich, logisch gesprochen, willkürlich ist. Man sieht übrigens gerade bei der Konjunktion, wie wichtig es ist, die Verschiedenheit der Einheiten zu betonen. Wäre jede Einheit mit jeder andern identisch, so könnte in der Tat aus ihrer Zusammenfügung nichts Neues werden, oder, besser gesagt, ihre Zusammenfügung wäre überhaupt undenkbar; es bliebe immer bei einem identischen Gegenstande. Ganz mit Recht brauchen die Logistiker, die unter a stets identisch denselben Gegenstand verstehen, die Formel $a + a = a$. Richtig interpretiert bedeutet diese Formel, daß derselbe Gegenstand eben nur einmal setzbar ist. Ich verweile bei diesen Selbstverständlichkeiten, weil sie am grellsten die Unmöglichkeit beleuchten, irgendwelche Erkenntnisse auf die Identität allein zu stützen.

Die Gleichheit der Zahlen kann man auch so aussprechen, daß man sagt: Zahlen, die auf dieselbe Art gebildet sind, sind arithmetisch gleich. Es ist zu beachten, daß logisch bei der Verbindung durch „und“ keine Reihenfolge vorausgesetzt wird, wiewohl wir, da wir im Sprechen wie in jedem andern Tun von der Zeit abhängig sind, stets irgend eine Reihenfolge brauchen. Auch wenn wir von „sukzessiver“ Bildung neuer Aggregate reden, meinen wir nur, daß die einen von den anderen, die 2. z. B.

von der 3. logisch vorausgesetzt werden. Eine zeitliche Priorität ist hier so wenig mitgesetzt, wie bei einem Verhältnis von Grund und Folge — obwohl der Übergang vom Grund zur Folge in dem menschlichen Geiste nur in der Zeit stattfinden kann. Die Einheiten innerhalb der Zahl haben keine Ordnung; wohl aber kann man die Gleichheit verschiedener Aggregate durch ihre ein-eindeutige Zuordnung erkennen. Für den weiteren Ausbau dieser Gedanken ist auf Russell zu verweisen. Indessen fällt für mich jeder Grund fort, die ein-eindeutige Zuordenbarkeit als Definition der Gleichheit aufzufassen. Russell tut das ja nur deshalb, weil er in der Klasse einen logisch der Zahl vorausgehenden Begriff sieht. Läßt man diese Voraussetzung fallen, so verliert die Theorie der ein-eindeutigen Zuordenbarkeit ihre Bedeutung für die Grundlage der Arithmetik, während sie allerdings für die Anwendung der Zahlen auf beliebige Mengen und besonders für die Beherrschung nicht endlicher Klassen durchaus ihren Wert behält. Ich möchte auch hier nicht dahin mißverstanden werden, als ob ich den auf diese Theorie verwendeten Scharfsinn für verloren hielte, weil ich in ihr keine Begründung der Arithmetik sehen kann.

Der Begriff „größer" ist dadurch zu definieren, daß man eine Zahl größer als eine andere nennt, wenn sie aus dieser andern durch Hinzufügen von Einheiten gewonnen werden kann. Bei solchen Sätzen entsteht dadurch eine Schwierigkeit, daß ja die gleiche Zahl verschiedene numerisch gleiche Konjunktionen von Einheiten bedeutet. Man kann nun fragen, ob man das „größer" auf die allgemeine Zahl oder auf die einzelnen bedeuteten Zusammenfügungen anwenden soll. Ursprünglich gehört es sicherlich diesen Zusammenfügungen an; sekundär kann man es auf die Zahl, als den Allgemeinbegriff numerisch gleicher Zusammen-

fügungen, übertragen, zumal wenn man die asymmetrische, transitive Relation „größer“ zur Anordnung der Zahlen benutzt. Daß diese Relation asymmetrisch und transitiv ist, ist ja leicht beweisbar. Sie setzt keine Ordnung voraus, bewirkt aber ihrerseits eine Ordnung der Zahlen. Diese Ordnung kann ebensowohl auf die Konjunktionen, wie auf die allgemeinen Zahlenbegriffe bezogen werden. Überall dagegen, wo es sich um Zusammenfügung oder, wie wir nun sagen dürfen, um Addition handelt, ist der Allgemeinbegriff der Zahl nur Zeichen für eine beliebige von ihr bedeutete Konjunktion. Aus dem Prinzip der Bildung der Zahlenreihe läßt sich dann das Gesetz ableiten, das man als Prinzip der mathematischen Induktion bezeichnet. Es sagt aus, daß ein Satz, der für 1 gilt und, wenn für n gültig, auch für $n+1$ gilt, allgemein gültig ist. Nur scheinbar schließt man hier, wie der Name Induktion nahe legen möchte, von einigen Fällen auf alle Fälle. In Wahrheit beruht das Recht der Verallgemeinerung auf dem Bildungsgesetze der Reihe. Wo dieses Bildungsgesetz fehlt, verliert das Induktionsprinzip seine Gültigkeit — ein Satz, dessen Folgen wir noch kennen lernen werden, wenn wir zu den unendlichen Zahlen übergehen. Es ist nämlich von vornherein deutlich, daß unsere Theorie, im Gegensatze zu der Russells, nur endliche Zahlen umfaßt. Man könnte in dieser mangelnden Allgemeinheit einen Nachteil sehen; doch verweise ich auf die früheren Bemerkungen über das Verhältnis von Allgemeinheit und logischer Priorität.

Vergleicht man die hier dargelegte Theorie der Zahl mit der Kants, so kann man sagen, daß sie in der Suffizienz des Postulates beliebiger Gegenstandsetzung insofern einen berechtigten Kern der von Kant behaupteten Anschaulichkeit sieht, als hier Evidenzanteile der Denkfremdheit vorliegen. Im Gegensatz zu Kant aber zeigen sich die Grundsätze

der Logik als mindestens ebenso „anschaulich", wie die der Mathematik. Wenn man ferner Grundsätze, die nicht aus den Sätzen der Identität und des Widerspruches ableitbar sind, als Grundsätze der Synthese bezeichnet und dann die auf Grund dieser Grundsätze wahren Urteile synthetische Urteile a priori nennt, so trifft diese Bezeichnung durchaus auf die Grundsätze, beziehungsweise Urteile der Arithmetik zu. Indessen besteht dann auch hier kein Unterschied zwischen Arithmetik und Logik. Denn auch was man formale Logik zu nennen pflegt, ist nicht aus den Sätzen der Identität und des Widerspruchs allein ableitbar.

Hinter dem Gegensatze der drei Theorien der Kardinalzahl verbirgt sich ein tieferer philosophischer Gegensatz, der noch klar herausgestellt werden muß. Helmholtz und Kronecker gehen von sensualistisch-psychologistischen Ansichten aus; es ist für sie selbstverständliche Voraussetzung, daß jede Erkenntnis sich schließlich auf Sinneswahrnehmung stützt. Da dies bei den rein arithmetischen Sätzen nicht der Fall ist, so handelt es sich hier um willkürliche Festsetzungen über Namen; die Anwendbarkeit dieser Festsetzungen auf die Wirklichkeit beruht auf Eigenschaften des sinnlich Wahrgenommenen, auf der relativen Stabilität gewisser „Dinge".

Die dargelegten Irrtümer dieser Ansicht haben Russell und Frege eingesehen. Sie unterscheiden logische Begründung und psychologische Analyse oder genetische Ableitung. Mit vollem Recht und mit einer viele Philosophen beschämenden Einsicht betonen sie, daß der logische Inhalt der Zahl ganz unabhängig ist von der Art, in der ein beliebiger Mensch die Zahlen vorstellt, daß die Sätze über Zahlen nicht von Namen und nicht von sinnlich wahrnehmbaren Dingen gelten, sondern von den mit den Zahlzeichen ge-

meinten Gegenständen. Aber sie trennen nun diese Gegenstände von allen realen Gegenständen dadurch ganz ab, daß sie in ihnen nur die Evidenzart sehen, die wir als denkerzeugt bezeichnen — Russell besonders betont stets, daß mit der Anwendung der Mathematik etwas ganz Neues zu ihr hinzutritt. Um die Reinheit der Mathematik zu retten, opfert man ihre apriorische Anwendbarkeit. Meine Theorie zeigt den notwendigen Zusammenhang beider.

Noch in einer anderen Art läßt sich der Gegensatz fassen. Die nominalistische Theorie macht die Zahl von der Willkür oder von der zufälligen Bedingtheit des individuellen Subjekts abhängig. Diese Subjektivität der Zahl bekämpfen Frege und Russell. Sie (und mit ihnen Husserl) sehen nun in der Zahl eine „Entität", nach der sich das Erkennen zu richten hat. Ganz recht haben sie, insofern sie eine das Erkennen des Einzelnen bindende Norm hier erfassen. Aber sie drücken sich so aus, daß der Verdacht eines „Realismus" im Sinne des Mittelalters naheliegt. Als ob hier platonische Ideen erschaut und abgebildet würden. Mit dem psychologischen individuellen Subjekt haben sie zu Unrecht auch das überindividuelle Subjekt des Erkennens herausgeworfen. Die Folge davon zeigt sich sofort in dem bloßen Nebeneinander der Axiome und Entitäten, deren innerer Zusammenhang nur teleologisch vom Subjekt des Erkennens und seinen Zielen her eingesehen werden kann. Diese Beschränkung ist freilich rein philosophisch und stört den Mathematiker nicht. Aber schon innerhalb der Mathematik zeigt sich der Mangel in der unnützen Anstrengung des Scharfsinns, die die sogenannten Existenzprobleme von ihnen fordern. Das tritt am deutlichsten bei der Erweiterung des Zahlbegriffes hervor, zu der daher nun übergegangen werden muß.

§ 10. Die Erweiterung des Zahlbegriffes.

Das Erzeugungsprinzip der Zahlenreihe bringt ins Unendliche neue natürliche Zahlen hervor. Ebenso führen die aus diesem Erzeugungsprinzip direkt abgeleiteten Operationen der Addition, Multiplikation und Potenzierung immer wieder zu Zahlen der natürlichen Zahlenreihe. Die Erweiterungen des Zahlbegriffes, die negativen Zahlen, Brüche, irrationalen und komplexen Zahlen, deren Einführung die neuere Mathematik einen großen Teil ihrer Überlegenheit über die antike verdankt, können nicht auf diese Weise erhalten werden. Das paradoxe Ansehen, das sie für jeden bei ihrer ersten Einführung haben, schwächt sich meist ziemlich rasch durch Gewohnheit und durch den Nachweis ihrer Nützlichkeit ab. Aber gerade für streng logisch denkende Mathematiker bleibt die Schwierigkeit bestehen; denn Gewohnheit hat in der Wissenschaft überhaupt kein legitimes Recht, und Verwendbarkeit fordert dazu auf, das Verwendete auch zu rechtfertigen, kann aber in einer strengen Darstellung die Rechtfertigung nie ersetzen.

Die Diskussionen, die durch diese Sachlage hervorgerufen sind, haben für uns sehr wesentliches Interesse. Einmal erlauben sie tieferen Einblick in den Zusammenhang einer rein konstruktiven Wissenschaft und erleichtern dadurch den Übergang zu einer Betrachtung der wissenschaftlichen Zusammenhänge überhaupt; zweitens aber ergeben sich aus ihnen die Grenzen einer Konstruktion, die mit dem Minimum der Denkfremdheit arbeitet. Durch diese zweite Seite führen sie zu neuen apriorischen Voraussetzungen des Erkennens, sobald man die Frage der Anwendbarkeit hinzunimmt. Aus diesen Gründen soll im folgenden eine Übersicht und Kritik der Hauptformen gegeben werden, in denen man versucht hat, die Erweiterung des Zahlbegriffes zu rechtfertigen.

Begreiflicherweise gehen diese Versuche zunächst von den Motiven aus, die zur Zahlerweiterung geführt und zugleich veranlaßt haben, daß die neuen Zahlen Allgemeingut geworden sind. In zwei Gruppen lassen sich diese Motive zerlegen; man verlangt erstens, daß alle arithmetischen Aufgaben stets lösbar sind, oder, was auf dasselbe hinausläuft, daß alle algebraischen Gleichungen stets Wurzeln haben, und man wünscht zweitens, Größen räumlicher, mechanischer oder anderer Art unter allen Umständen durch Zahlen bestimmen zu können. Die Zahl drückt dabei das Verhältnis zweier Größen aus. Da alle wesentlichen Zahlarten bei stetigen räumlichen Größen auftreten, kann man den typischen Fall dieser Größen, die Gerade (für komplexe Zahlen die Ebene), ohne Schaden an der Allgemeinheit zugrunde legen. In diesem Sinne darf man von einer geometrischen Theorie reden, obwohl die Geometrie nur einen Spezialfall liefert [7]; man kommt daher den beiden Gedankengängen gemäß zu einer algebraischen und zu einer geometrischen Theorie der Verallgemeinerung der Zahl.

Die algebraische Theorie geht davon aus, daß die inversen Operationen nicht unter allen Umständen Lösungen in natürlichen Zahlen ergeben. Bedeuten in der Gleichung $a + x = b$ (oder $b - a = x$) a und b natürliche Zahlen, so ist x nur dann eine natürliche Zahl, wenn b größer ist als a. Man führt nun im anderen Falle die negative Zahl als Wurzel dieser Gleichung ein, beweist, daß die für absolute Zahlen bewiesenen Sätze auch für die neue Zahlenart gelten und rechnet dann mit ihr wie mit den natürlichen Zahlen. Genau ebenso verfährt man bei den anderen inversen Operationen, Division und Radizierung. Das hier verwendete Prinzip, daß sich jede Operation ausführen lassen oder daß jede Gleichung eine Wurzel haben muß, nennt man nach Hankel Prinzip der Permanenz [8]). Fragt man nach dem

logischen Sinne dieser Erweiterung, so kann man sagen, man behandelt damit die abgeleiteten inversen Operationen als Konstruktionsprinzipien von derselben Allgemeinheit, wie die Bildung neuer Kardinalzahlen, d. h. als unabhängige Konstruktionsprinzipien. Solange sie als abhängige Bildungsweisen angesehen werden, haben sie nur Sinn, wenn sie zu natürlichen Zahlen führen. Unabhängige Konstruktionsprinzipien dagegen erzeugen aus eigener Macht neue Gegenstände. Das Problem der Berechtigung läßt sich also in der Form stellen: Hat man ein Recht, abhängige Bildungsweisen als unabhängige Konstruktionsprinzipien zu behandeln? Auszuschalten ist hier der Fall, in dem die erweiterten Zahlen nur im Verlauf der Rechnung auftreten, also nur Bequemlichkeitsbehelfe sind, während das Endresultat eine natürliche Zahl ergibt. Es handelt sich vielmehr um die Aufgaben, bei denen eine der neuen Zahlenarten im Resultat auftritt.

Wie bildet man in konstruktiven Wissenschaften neue Gegenstände? Man wendet definierte Relationen auf bereits gebildete Gegenstände als Referenten an und erhält den neuen Gegenstand als Relatum. In der natürlichen Zahlenreihe ist „um 1 größer" die fortführende Relation. Auf diese Weise bleibt man innerhalb derselben Klasse. Neue Klassen kann man nur gewinnen durch das Postulat, daß eine irgendwie abgeleitete Relation zu allen Referenten aus der alten Klasse Relata besitzt. Mit welchem Rechte aber setzen wir die Suffizienz dieses Postulates voraus?

Gewöhnlich stellt man die Frage in der Form des Existenzproblems: Gibt es negative, gebrochene, irrationale, komplexe Zahlen? Ich habe absichtlich zunächst den Sinn des Problems in anderer Weise klar zu machen gesucht, weil auf diese Weise die eigentümliche Paradoxie der mathematischen Existenzprobleme schwindet, und das Exi-

stenzproblem überhaupt schärfere Beleuchtung empfängt. Man kann ja mit dem „es gibt“ in mathematischen Existenzproblemen nicht dasselbe meinen wie in dem Satze, es gibt Zwergenvölker, d. h. es leben solche Völker irgendwo auf der Erde. Wohl sagt man zuweilen, ein mathematisches Existenzproblem sei gelöst, falls sich irgend ein Beispiel für die geforderte Klasse nachweisen lasse, und meint dadurch eine genaue Analogie zu den gewöhnlichen Existenzfragen zu gewinnen. Die Existenz von eierlegenden Säugetieren, von Metallen, die leichter sind als Wasser, läßt sich durch Aufzeigung des Schnabeltiers oder des Kaliums beweisen. Aber was heißt „Beispiel“ in rein konstruktiven Wissenschaften? Die Begriffe, um die es sich in ihnen handelt, sind durch reine Konstruktion gewonnen. Auch bei rein konstruktiven Begriffen kann man fragen, ob sie auf Realitäten anwendbar sind. Aber darum soll es sich ja nicht handeln. Vielmehr bleiben wir innerhalb der reinen Mathematik, d. h. in durch Konstruktion gewonnenen Zusammenhängen. Man könnte also hier dem Existenzprinzip zunächst den Sinn geben: Hat das Ergebnis der neuen Konstruktion eine Stelle in dem durch das ursprüngliche Konstruktionsprinzip erzeugten Zusammenhange? Diese Frage wäre dann aber für alle Erweiterungen der Zahl zu verneinen. Um ein solches negatives Resultat zu vermeiden, könnte man auf den Ausweg verfallen, daß alles Denkbare, d. h. Widerspruchsfreie die Art von Existenz hat, auf die es in konstruktiven Wissenschaften allein ankommt, oder daß hier Existenz und Denkbarkeit zusammenfällt. Aber der Widerspruch in einem Begriffe tritt sehr häufig erst bei Hinzunahme der Bedingung zutage, daß dieser Begriff einem bestimmten Zusammenhange angehört. Auch der Begriff einer Primzahl, die größer als 13 und kleiner als 17 ist, enthält in den definierenden Merkmalen keinen

Widerspruch. Der Widerspruch ergibt sich erst, wenn man die Zahlen zwischen 13 und 17 auf ihre Zerlegbarkeit in Faktoren hin prüft. Ebenso enthält $\sqrt{2}$ erst dann einen Widerspruch, wenn man untersucht, ob es eine natürliche Zahl geben kann, die ins Quadrat erhoben 2 ergibt. Beide Fälle scheinen also unter ganz gleichen Bedingungen zu stehen, d. h. wenn man den einen Begriff widerspruchsvoll nennt, muß man dies Prädikat auch dem andern zuerkennen.

Aber ist es notwendig unter Existenz hier das Vorkommen im Zusammenhang der natürlichen Zahlen zu verstehen? Welches Recht hat dieser Zusammenhang, andre Konstruktionsprinzipien auszuschließen? Ganz gut, nur vergißt man, daß die Konstruktionsprinzipien, auf die es hier ankommt, als abhängige definiert worden sind und nun behandelt werden sollen, als wären sie unabhängig.

So bleibt die algebraische Erweiterung der Zahl trotz aller ihrer praktischen und didaktischen Vorzüge logisch zuletzt unbefriedigend. Bei den Irrationalzahlen tritt noch eine neue Schwierigkeit hinzu. Mit Hilfe der Wurzeln aus algebraischen Gleichungen beliebig hohen Grades kommt man nicht zu allen Irrationalzahlen; ja so wichtige Zahlen wie e und π sind transzendent im Sinne der Mathematik, d. h. niemals durch eine endliche Zahl algebraischer Operationen aus natürlichen Zahlen ableitbar.

Diese besondere Schwierigkeit scheint ebenso wie das allgemeine Existenzproblem durch die geometrische Theorie der Zahlerweiterung sehr einfach gelöst zu sein. Indessen sie bedeutet jedenfalls ein Hinausgehen aus der reinen Arithmetik. Mag Grade und Ebene sonst sein, was sie will, der Zahl gegenüber sind sie zweifellos fremde Anwendungsfälle; sie stehen zu ihr, wie man sagen kann, im Verhältnis relativer Denkfremdheit. Denn sie setzen augenscheinlich

mehr voraus, als in den Bedingungen der Kardinalzahl und in dem Ordnungsprinzip der natürlichen Zahlenreihe liegt. Will man die Erweiterung der Zahl geometrisch rechtfertigen, so kann man nicht umgekehrt die Linie aus der Zahl „erzeugen" wollen — sonst begeht man unweigerlich einen Zirkel. Man nehme als einfachstes Beispiel die Interpretation der negativen Zahl durch die Streckenaddition auf der Geraden. Man bezeichnet eine beliebige Strecke als Einheit, gewinnt durch Aneinanderfügung solcher Einheiten Repräsentanten der natürlichen Zahlen und kann dann die Gleichung $a + x = b$ für den Fall, daß a größer als b ist, so interpretieren, daß man a von dem einen Endpunkte von b aus in entgegengesetzter Richtung abträgt. x wird dann eine der ursprünglichen Richtung entgegengerichtete Strecke. Man ordnet also der abgeleiteten Operation „Subtraktion" die Abtragung in der Richtung, die der erstgewählten entgegengesetzt ist, zu. Da aber beide Richtungen einer Graden völlig gleichwertig sind, gewinnt man so eine mit der Streckenaddition gleich ursprüngliche Operation, die also ebenso allgemein anwendbar ist. Aber das Recht zu dieser Verallgemeinerung entstammt nicht der arithmetischen Konstruktion, sondern einer relativ zu dieser Konstruktion ganz neuen Eigenschaft des nachzukonstruierenden Gebildes, nämlich der Richtungsverschiedenheit auf der Graden.

Hält man also die geometrische Erweiterung der Zahl für alleinberechtigt, so folgt: die negativen, gebrochenen, irrationalen, imaginären Zahlen sind in der rein arithmetischen Sphäre sinnlose Zeichen, die man nur der Bequemlichkeit wegen für die Lösungen unlösbarer Aufgaben einsetzt. Sinn gewinnen sie erst, wenn man die Zahlen zur Nachkonstruktion der geraden Linie, der Ebene oder eines ähnlich beschaffenen Gebildes verwendet. Ihr Er-

kenntniswert hängt also ganz von der Natur des nachzukonstruierenden Gebildes ab. Diese Einengung des Gebietes der reinen Arithmetik hat begreiflicherweise zu Versuchen geführt, die Erweiterung der Zahl arithmetisch zu rechtfertigen.

Kronecker hat versucht, alle erweiterten Zahlbegriffe unnötig zu machen, indem er zeigte, daß dieselben Aufgaben sich durch Kombinationen natürlicher Zahlen, über die bestimmte Annahmen gemacht würden, lösen lassen. Auf den ersten Blick mag es Wunder nehmen, daß ich diese Theorie hier erwähne, da ja Kronecker die Erweiterung der Zahl nicht etwa rechtfertigen, sondern im Gegenteil überflüssig machen wollte. In Wahrheit wäre aber, wenn Kroneckers Theorie wirklich leistete, was der große Mathematiker von ihr erwartete, mit diesem Ersatze der erweiterten Zahlen durch Kombinationen natürlicher das Nämliche geleistet, wie mit einer arithmetischen Rechtfertigung der Zahlerweiterung. Nun hat aber Couturat überzeugend nachgewiesen, daß in den Annahmen, die Kronecker inbetreff seiner Kombinationen von natürlichen Zahlen macht, die Zahlerweiterung unvermerkt eingeführt wird. Damit verliert diese Theorie, welches auch ihr mathematisches Interesse sein mag, jede prinzipielle Bedeutung für unsere logische Diskussion[9]).

In anderer Weise hat neuerdings Russell versucht, die erweiterten Zahlen mit den natürlichen auf dieselbe logische Grundlage zu stellen. Seine Theorie ist daher jetzt zu betrachten und muß, weil neu und weniger bekannt, zunächst etwas eingehender dargestellt werden[10]).

Wir haben gesehen, wie die Einheiten, die die Kardinalzahl bilden, keine Ordnung haben, wie aber die endlichen Kardinalzahlen selbst eine Reihe bilden, sobald man sie durch sukzessive Hinzufügung der Einheit entstanden denkt.

Reihen dieser Art, auf die das Prinzip der Induktion anwendbar ist, nennt Russell Progressionen. Bezeichnet man in einer Progression die Relation, in der ein Glied zum folgenden steht, mit R, so ist diese Relation ein-eindeutig und asymmetrisch. Es entspricht ihr also eine von R verschiedene inverse Relation, die man als $\breve{R}$ bezeichnet. Mit Hilfe dieser Relation kann man nun die Progression ganz allgemein, ohne Zuhilfenahme der Zahl definieren.

Von solchen Progressionen kann, wie Russell nachgewiesen hat, alles bewiesen werden, was für die Arithmethik wesentlich ist. Für diese kommt es auf die ordinalen Eigenschaften der Zahlen an. In der Progression haben wir nun entgegengerichtete Relationen R und $\breve{R}$. Aus diesen kann man die Zahlen mit Vorzeichen ableiten, wenn man den uns bekannten Begriff der Multiplikation (und damit der Potenzierung) von Relationen hinzufügt. Sind R und R_1 zwei Relationen und ist aRb und bR_1c so sagt man, daß die Relation von a und c das relationale Produkt aus R und R_1 sei. Das kommutative Gesetz gilt, wie wir wissen, für die relationale Multiplikation nicht. Ist nun in einer Progression

$$aRb \text{ und } bRc, \text{ so } aR \cdot Rc \text{ oder } aR^2c$$

anderseits ist

$$c\breve{R}b \text{ und } b\breve{R}a \text{ also } c\breve{R}^2a.$$

In den Potenzen von R und $\breve{R}$ haben wir nun einander entgegengerichtete Gegenstände. Diese Potenzen können wir als Zahlen mit Vorzeichen definieren. Null ist dann definiert als die Relation, die ein Glied einer Progression zu sich selbst hat. Da bereits innerhalb der gewöhnlichen Zahlenreihe sich Beispiele von Zahlen finden, die zueinander in Relationen stehen, die beliebigen Potenzen von R oder $\breve{R}$ entsprechen, so ist das Existenzproblem gelöst.

Zugleich sieht man aber auch, daß die natürlichen Zahlen nicht etwa die positiven Zahlen „sind". Vielmehr sind in Russells Theorie die natürlichen Zahlen definiert als Ähnlichkeiten von Klassen, die positiven als Potenzen von Relationen. Nur zuordenbar sind die natürlichen Zahlen den positiven.

Ganz ähnlich verfährt Russell bei den Verhältnissen, die er an die Stelle der gebrochenen Zahlen setzt. Zwischen zwei beliebigen Gliedern einer Progression besteht stets eine Relation, die eine Potenz von R oder $\breve{R}$ ist. Ist also $ab = c$ so besteht bei gegebenem b eine ein-eindeutige bestimmte Beziehung zwischen a und c, die durch b bestimmt ist. Diese nenne man B. Es sei ferner auch $a'b' = c$. — Dann ist aBc und $c\breve{B}'a'$ also $aB\breve{B}'a'$. Diese Beziehung $B\breve{B}'$ definieren wir als Verhältnis von a zu a'. Auch hier ist dann das Existenzproblem gelöst. Auch hier gilt, daß ganze Zahlen nie Verhältnisse sind (also z. B. 3 ist nicht 3 : 1), sondern nur gewissen Verhältnissen zugeordnet werden können. Die Verhältnisse sind die rationalen Zahlen.

Ordnet man die rationalen Zahlen nach der Größe, so erhält man eine „überall dichte" Reihe, d. h. eine Reihe, in der es zwischen 2 beliebigen Gegenständen immer noch einen und folglich noch unendlich viele Gegenstände gibt. Betrachten wir nun eine beliebige rationale Zahl r, so können wir relativ zu ihr 4 unendliche Klassen von Rationalen definieren, 1. solche $< r$, 2. solche die nicht $> r$, 3. solche $> r$, 4. solche die nicht $< r$. Der Einfachheit wegen betrachten wir nur 1 und 2. — Die Klasse (2) hat einen letzten Gegenstand (nämlich r), die Klasse (1) nicht, (1) ist identisch mit der Klasse rationaler Zahlen, die kleiner ist als ein variabler Gegenstand von (1). (2) hat diese Eigenschaft nicht. Klassen von Rationalen, die die Eigenschaften von (1) haben, nennen wir Segmente.

Ähnliche Segmente kann man für endliche und (was allein weiter führt) für unendliche Klassen von Rationalen definieren. Es sei u eine unendliche Klasse von Rationalen, die kein Maximum hat, aber so beschaffen ist, daß Rationale existieren, die größer sind als jedes u. Dann ist die Klasse aller Rationalen, die kleiner sind als ein variables u, ein Segment. Denn ein Segment von Rationalen ist definiert als eine Klasse von Rationalen, die nicht Null und nicht gleich ausgedehnt mit der Klasse der Rationalen selbst ist, und die identisch ist mit der Klasse der Rationalen, kleiner als ein variabler Inhalt ihrer selbst. Diese Segmente lassen sich so ordnen, daß jedes Segment, das ein eigentlicher Teil [10a]) eines andern ist, vor diesem steht. Sie haben dann, wie Russell nachweist, alle Eigenschaften der reellen Zahlen. Die rationalen Zahlen sind so wenig reelle Zahlen, wie die natürlichen Zahlen positive oder wie die ganzen Zahlen Verhältnisse sind. Aber sie lassen sich den Segmenten zuordnen, die durch einzelne rationale Zahlen (nicht nur durch unendliche Klassen) definibel sind.

Zur Definition der komplexen Zahlen bedarf Russell mehrdimensionaler Reihen. Da wir dem Begriffe der Dimensionen bei der Erörterung des Raumes wieder begegnen werden, und da dann gezeigt werden soll, daß eine Mehrheit von Dimensionen aus den Voraussetzungen, die der Zahlenreihe zugrunde liegen, nicht entwickelt werden kann, so dürfen wir hier von einer Besprechung absehen.

Wollen wir die Bedeutung von Russells Theorie der Zahlerweiterung uns klar machen, so müssen wir seine wiederholt betonte Erkenntnis zugrunde legen, daß die natürlichen Zahlen nicht mit den positiven, die Ganzen nicht mit den Brüchen mit dem Nenner eins, die Rationalen nicht mit gewissen Segmenten identisch sind. Es handelt sich also nicht eigentlich um eine Erweiterung des Zahl-

begriffes in dem Sinne, daß der ursprünglichen Zahlenreihe neue Zahlen eingeordnet werden. Vielmehr wird aus den Voraussetzungen, die jeder Progression zugrunde liegen, eine neue Klasse von Gegenständen definiert, die so beschaffen sind, daß sich die natürlichen Zahlen, respektive die vorher aus ihnen definierten Gegenstandsklassen einem Teile der neuen Gegenstände zuordnen lassen. Die Art dieser Zuordnung ist im Grunde eine bloße Konvention und aus leicht durchsichtigen Zweckmäßigkeitsgründen gewählt. Die erweiterten Reihen sind so beschaffen, daß innerhalb ihrer alle algebraischen Aufgaben lösbar sind. Man muß aber dabei bemerken, daß die Zahlen in diesen algebraischen Aufgaben dann stets als Segmente zu verstehen sind. Nur die geometrische Interpretation ergibt die Gleichwertigkeit aller der verschiedenen Reihen. So kann man auch von Russells Theorie nicht sagen, daß sie die geometrische Interpretation überflüssig machen, wohl aber, daß sie den Erweiterungen der Zahl auch einen arithmetischen Sinn geben will.

Fragt man, wie Russell dies gelingt, so muß man zwischen seiner Theorie der rationalen und der irrationalen Zahlen unterscheiden. Durch Einführung der asymmetrisch intransitiven Folgerelationen zwischen den Zahlen und der relationalen Multiplikation gewinnt er Gegenstände, für die die inversen Operationen ebenso allgemein und ursprünglich sind wie die direkten. Hier ist Anwendung gemacht von der ganz allgemeinen Möglichkeit, alles Denkbare, also auch Relationen, als Gegenstände zu setzen; vorausgesetzt ist dabei nur die Progression. Diese aber hat die gleichen Voraussetzungen wie die Kardinalzahl.

Ganz anders wird bei der Definition der Segmente verfahren. Hier werden Gegenstände durch unendliche Klassen definiert; ob und in welchem Sinne man dazu ein Recht

hat, erscheint fraglich. Die Phantasie schiebt sehr leicht den geometrischen Punkt, der eine Linie in zwei Teile zerschneidet, an Stelle der Klassen von Rationalzahlen. Wir müssen aber betonen, daß nach dem ganzen Zusammenhange stetige Größen hier nicht vorausgesetzt werden dürfen. Auch Russell setzt sie keineswegs voraus. Vielmehr stützt er sich auf den Beweis für das Recht unendlicher Zahlen, der in Cantors gleich zu besprechenden Theorie liegt. Wir müssen unser Urteil hier also aufschieben.

§ 11. Cantors unendliche Zahlen.

Bei unserer Kritik von Russells Definition der Zahl wird den Kennern seines Werkes aufgefallen sein, daß wir eines Vorzuges nur flüchtig gedachten, den Russell wiederholt betont. Seine Definition der Zahl als Klasse einander ähnlicher Klassen beschränkt sie nicht auf die endlichen Zahlen, sondern umfaßt zugleich die unendlichen. Dadurch gelingt es ihm, Georg Cantors Theorien gerecht zu werden. Diese Theorien haben für uns eine weitergehende Bedeutung, weil sie mit dem Unendlichkeitsproblem und dadurch mit der Frage nach Art und Grenzen des Erkennens eng zusammenhängen. Die herrschende Meinung der Mathematiker und der mit Cantors Theorien vertrauten Logiker geht nämlich dahin, daß durch Cantor die Widersprüche der abgeschlossenen Unendlichkeit oder des unendlichen Ganzen beseitigt seien. Im Gegensatze dazu haben manche Logiker die Neigung, Cantors Theorien zu verwerfen, weil sie das unendliche Ganze und damit einen widerspruchshaltigen Begriff voraussetzen.

Es soll im Folgenden nachgewiesen werden, daß beide Stellungnahmen unstatthaft sind. Gegen die bloße Ablehnung läßt sich die Fruchtbarkeit der Lehre von den unendlichen Mengen ins Feld führen. Es werden später

einige von Cantor bewiesene Sätze angeführt werden, deren Wert auch der Nichtmathematiker sofort einsehen kann. Die Grundlagen solcher Einsichten kann man nicht leugnen, ohne den Fehler zu wiederholen, den Berkeley gegenüber der Infinitesimalrechnung begangen hat. Anderseits aber ist der logische Widerspruch, der zwischen den Behauptungen besteht, daß etwas vollendet und zugleich unvollendbar ist, nicht dadurch zu beseitigen, daß man sagt: unter Voraussetzung abgeschlossener Unendlichkeiten gewinnt man wertvolle mathematische Einsichten, also können abgeschlossene Unendlichkeiten keinen Widerspruch enthalten. Vielmehr erfordert die hier charakterisierte Sachlage eine ganz andere Untersuchung. Man muß fragen, ob die großen Errungenschaften Cantors wirklich auf der Annahme von unendlichen Ganzen beruhen oder nur zu Unrecht damit verquickt sind. Die Analogie der Infinitesimalrechnung kann uns hier zwar nicht als Beweis, aber doch als Leuchte dienen. Einst glaubten viele und darunter auch hochverdiente Mathematiker, die Infinitesimalrechnung postuliere unendlich kleine Größen. Heute ist das allgemein aufgegeben; man kann mit Hilfe des Grenzbegriffes alles Nötige beweisen, ohne die widerspruchsvolle Annahme unendlich kleiner Größen zu machen. Die entsprechende Untersuchung der Lehre von den unendlichen Zahlen soll so geführt werden, daß zuerst der Begriff der unendlichen Kardinalzahl, dann der der unendlichen Ordinalzahl auf seinen wahren Gehalt geprüft wird. Um aber zu zeigen, um was es sich handelt, und welche Einsichten Cantor gewonnen hat, sollen jedesmal einige Hauptsätze seiner Theorien vorher entwickelt werden[11]).

Cantor geht vom Begriffe der Menge aus. Menge ist jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten (m) zu einem Ganzen. $M = \{m\}$.

Eine Menge ist wohldefiniert, wenn von jedem beliebigen Objekte angegeben werden kann, ob es zu der Menge gehört oder nicht. Dabei bedeutet das „kann“ nur das Vorhandensein eines logischen Kriteriums, das bei genügender Einsicht in die Natur des Objekts die Entscheidung erlaubt. Ob die genügende Einsicht in die Natur jedes Objekts sich zurzeit erreichen läßt, ist eine ganz sekundäre, hier nicht hergehörige Frage (die Menge der algebraischen Zahlen war wohldefiniert, auch ehe man unterscheiden konnte, ob π dazu gehört oder nicht).

Teil oder Teilmenge von M heißt jede andere Menge M_1 deren Elemente zugleich Elemente von M sind; M_1 heißt in M enthalten.

Mächtigkeit von M heißt der Elementarbegriff, der aus M dadurch hervorgeht, daß von der Beschaffenheit und Ordnung der Elemente abstrahiert wird; er wird durch $\overline{\overline{M}} = m$ bezeichnet. (Die Bezeichnung $\overline{\overline{M}}$ erklärt sich leicht. Der wagerechte Strich bezeichnet eine Abstraktionsstufe. Die erste Abstraktionsstufe erreicht man durch Abstraktion von der Beschaffenheit der Objekte, die zweite, indem man außerdem noch von der Ordnung der Objekte abstrahiert.)

Die Mengen M und N heißen äquivalent oder gleichmächtig ($M \sim N$), falls es möglich ist, sie gesetzmäßig in eine ein-eindeutige Zuordnung zu setzen. Mächtigkeiten oder Kardinalzahlen sind gleich ($m = n$), falls die entsprechenden Mengen äquivalent sind.

Diese Zuordenbarkeit ist für endliche Mengen stets durch eine endliche Anzahl von Schritten zu erweisen, für unendliche Mengen bedarf es dazu eines Beziehungsgesetzes. Mit Hilfe solcher Beziehungsgesetze läßt sich zeigen, daß jede unendliche Menge eigentliche Teile hat, die ihr äquivalent sind. Es läßt sich z. B. jeder Zahl ihre Quadratzahl ein-eindeutig zuordnen, die Gesamtheit der Quadratzahlen aber

ist ein Teil der Gesamtheit der Zahlen. Diese Eigenschaft kann geradezu als Kriterium der unendlichen Menge dienen.

Der einfachste Typus einer unendlichen Menge ist die Zahlenreihe. Ihre Mächtigkeit bezeichnet Cantor mit $\aleph_0$ — ich will die von Russell eingeführte bequemere Bezeichnung α_0 wählen. Es ist nun interessant zu wissen, welche Mengen mit der Zahlenreihe gleichmächtig sind. Es sind dies alle Mengen, deren Gliedern sich die Zahlen ein-eindeutig zuordnen lassen, d. h. die abzählbar sind. Man muß also entweder die Abzählbarkeit oder die Nichtabzählbarkeit einer Reihe beweisen. Die Abzählbarkeit ist bewiesen, sobald ein Gesetz angegeben ist, nach dem die ein-eindeutige Zuordnung jedes Gliedes der betreffenden Menge zu einem Gliede der Zahlenreihe sich vornehmen läßt. Man kann z. B. die Abzählbarkeit der Menge aller Rationalzahlen beweisen. Diese lassen sich nämlich in eine Tabelle mit doppeltem Eingang ordnen, so daß der Kolumnenkopf den Zähler, der Reihenkopf den Nenner bedeutet. Eine solche Tabelle aber läßt sich nach Diagonalen abzählen[12]).

	1	2	3	4	5	6	7	. . . . .
1	1/1	2/1	3/1					
2	1/2	2/2						
3	1/3							
4								
5								
6								
7								
.								
.								
.								

	1	2	3	4	5	6	7	. . . .
1	1	2	4	7				
2	3	5	8					
3	6	9						
4	10							
5								
6								
7								
.								
.								

Eine abzählbare Menge abzählbarer Mengen ist stets abzählbar. Dadurch läßt sich dann auch die Abzählbarkeit aller algebraischen Zahlen beweisen. Dagegen ist die Punktmenge der kleinsten linearen Strecke oder, was dasselbe bedeutet, die Zahlenmenge aller reellen Zahlen zwischen

zwei beliebigen Grenzen nicht mehr abzählbar. Es läßt sich nämlich beweisen, daß sich in jedem Intervall eine und folglich beliebig viele reelle Zahlen finden lassen, die zu einer irgendwie vorausgesetzten abzählbaren Reihe reeller Zahlen nicht gehören. Wir haben es hier also mit Mengen von höherer Mächtigkeit als α_0, oder, da man α_0 als erste Mächtigkeit bezeichnet, von höherer als erster Mächtigkeit zu tun. Zwischen der Mächtigkeit des Kontinuums und der der Zahlenreihe liegen — wie sich beweisen läßt — keine anderen Mächtigkeiten. Daher nennt man die Mächtigkeit des Kontinuums die zweite Mächtigkeit. Es läßt sich nun weiter beweisen, daß alle Punkte der unendlichen geraden Linie, alle Punkte der Ebene, ja alle Punkte des Raumes, endlich alle Punkte einer beliebigen stetigen n-dimensionalen Mannigfaltigkeit von 2ter Mächtigkeit sind. Das Aufsteigen zu höheren Mächtigkeiten können wir hier fortlassen.

Die Sätze über die Mächtigkeit verschiedener Mengen sind unzweifelhaft wichtig. Doch müssen wir uns ihren wirklichen Inhalt unabhängig von Cantors Ausdrucksweise klar machen. Mengen können durch ein Gesetz ihrer Bildung, durch eine Umgrenzung oder durch beides definiert sein. Dann läßt sich entscheiden, ob die Glieder zweier Mengen sich einander ein-eindeutig zuordnen lassen oder nicht. Ein-eindeutige Zuordnung bedeutet, daß jedes beliebige Glied der einen Menge eine bestimmte Relation zu einem und nur einem bestimmten Gliede der andern Menge hat. Dabei ist die Auffindung neuer Glieder der ersten Menge und die Zuordnung der entsprechenden Glieder der anderen Menge durch die Bildungs-, beziehungsweise Zuordnungsgesetze der Mengen ermöglicht. Um die allgemeine Zuordenbarkeit zu beweisen oder zu widerlegen, braucht man also wohl die Bildungsgesetze, nie aber die

ganzen Mengen. Dadurch schwindet auch die Paradoxie des Satzes, daß bei unendlichen Mengen das Ganze einem eigentlichen Teile äquivalent ist. Denn dieser Satz bedeutet nur: Ein Bildungsgesetz, das einen Teil der Glieder einer unendlichen Menge definiert, definiert zugleich eine Menge, deren Glieder denen der ersten ein-eindeutig zuordenbar sind. Da sich vermöge des Bildungsgesetzes sowohl die erste wie die zweite Menge beliebig vergrößern läßt, liegt darin keine Schwierigkeit. Wohl muß man, um die Quadrate der ersten zehn Zahlen zu erhalten, schon bis hundert vorschreiten usw.; wohl ist innerhalb jeder endlichen Menge von aufeinanderfolgenden Zahlen die Menge der Quadratzahlen nur ein geringer Teil der ganzen Menge. Aber die Zahlenreihe selbst ist eben nicht endlich, nicht als Ganzes gegeben, wiewohl jedes beliebige Glied und daher auch die Quadratzahl jeder noch so großen Zahl ververmöge des Bildungsgesetzes angebbar ist. Man lasse sich nicht dadurch täuschen, daß man die Zahlenreihe und ihr äquivalente Mengen abzählbar nennt. Denn dieses Wort bedeutet nur, daß sich jedem Gliede der Menge eine Zahl der natürlichen Zahlenreihe eineindeutig zuordnen läßt, nicht etwa, daß die Abzählung zu Ende geführt werden kann.

Alle diese Sätze werden Cantor und seine Anhänger leicht zugeben, aber sie werden einwenden: Die unendlichen Mengen sind doch da, sie sind gegeben; eine endliche Strecke enthält alle ihre Punkte. Da niemand leugnen kann, daß es endliche Strecken gibt, so sind unter Voraussetzung der Stetigkeit des Raumes unendliche Mengen zweiter Mächtigkeit gegeben. Dieser Einwand führt in der Tat zu dem Kern des Problems, zeigt aber auch, daß dieser Kern jenseits der Arithmetik liegt. Für Cantor verschleiert sich das, weil er bei seinen Definitionen der Menge und

der Kardinalzahl reale Objekte voraussetzt und von deren Beschaffenheit und Ordnung abstrahiert. Das ist aber, wie schon gezeigt wurde, niemals der Sinn rein mathematischer Begriffe, als welche vielmehr durch Position bestimmter Indefinibeln und Relationen entstehen. So lange wir innerhalb der reinen Mathematik in diesem Sinne bleiben, sind nicht erzeugte Gegenstände nicht vorhanden. Auch Inbegriffe werden hier nur durch das Bildungsgesetz definiert, das neue Gegenstände ins Unendliche zu erzeugen erlaubt, womit natürlich die Erschöpfung des ganzen Inbegriffes ausgeschlossen ist. Mengen, die durch geometrische oder reale Abgrenzung gegeben sind, gehören also jedenfalls erst der angewandten Mengenlehre an, sie werden uns im folgenden Kapitel beschäftigen. Indessen scheinen die Segmente innerhalb der Zahlenreihe eine Analogie zu jenen geometrischen Mengen zu bilden. Um uns eine Übersicht darüber zu verschaffen, müssen wir noch die Hauptzüge der Lehre von den geordneten, unendlichen Mengen betrachten.

Cantor definiert: Eine Menge soll geordnet oder genauer einfach geordnet heißen, falls ein Gesetz besteht, das für irgend zwei Elemente m und m' angibt, welches dem anderen vorangeht. Man schreibt dann $m \prec m'$ resp. $m' \prec m$. Sind M und N äquivalente Mengen, und ist M geordnet, so läßt sich N dementsprechend ordnen, nämlich so, daß, wenn $m \prec m'$ und n dem m, n' dem m' ein-eindeutig zugeordnet sind, auch $n \prec n'$. M und N heißen dann ähnliche Mengen. Sie haben das nämliche Ordnungsgesetz, oder den nämlichen Ordnungstypus.

Cantor definiert den Ordnungstypus als den Allgemeinbegriff, der sich ergibt, wenn man von der Beschaffenheit der Gegenstände einer Menge abstrahiert, ihre Ordnung aber beibehält. Gegen diese Definition sind dieselben Einwände

zu erheben, wie gegen die oben angeführte der Kardinalzahl (Mächtigkeit). Man bedarf dieser Definition aber auch gar nicht. Ordnung läßt sich stets durch transitive asymmetrische Relationen darstellen, für die „vorangehen“ bzw. „folgen“ der Typus ist. Dabei ist die Zeit in diesen Begriffen nicht mitgesetzt, der entgegenstehende Schein kommt nur daher, daß wir für asymmetrische Relationen sehr gern einen von der Zeit hergenommenen Ausdruck brauchen, und daß zeitliche Verläufe zur psychologischen Repräsentation dienen.

Eine endliche Menge hat stets nur einen Ordnungstypus, d. h. wie man sie auch ordnet, sie bleibt sich selbst ähnlich. Den einfachsten Ordnungstypus einer unendlichen Menge von erster Mächtigkeit bezeichnet Cantor mit ω; es ist das Ordnungsgesetz, das der Reihe der nach der Größe geordneten ganzen natürlichen Zahlen oder jeder Reihe $m_1\ m_2\ m_3 \ldots$ $m_\nu \ldots$ zukommt. Aus zwei geordneten Mengen M und N mit den Ordnungstypen μ und ν bildet man eine geordnete Vereinigungsmenge Q (Ordnungstypus κ) so, daß M und N ihre Ordnung wahren und jedes Glied von M jedem Glied von N vorangeht. Dann definiert man durch $\kappa = \mu + \nu$ die Addition von Ordnungstypen. Es ist danach klar, daß $1 + \omega = \omega$. Nehmen wir z. B. die Zahlenreihe und setzen ihr ein Glied z. B. „O“ vor, so braucht man nur die O der 1, die 1 der 2 usw., also jedes Glied seinem folgenden zuzuordnen, um zu zeigen, daß die neue Reihe der alten ähnlich ist. Dasselbe gilt, wenn n endlich, für jedes $n + \omega$. Also $n + \omega = \omega$. Dagegen gibt $\omega + 1$ einen neuen Ordnungstypus, denn man soll dabei alle Glieder von ω dem durch „1“ bezeichneten vorangehen lassen.

Die Multiplikation zweier Ordnungstypen definiert man folgendermaßen: Man bilde aus den geordneten Mengen M und N eine Vereinigungsmenge so, daß man jedes Ele-

ment von N durch eine geordnete Menge M_n ersetzt, die M ähnlich ist, und zwar sei die Ordnung so, daß $M_n \prec M_n'$, falls $n \prec n'$. Dann sei σ der Ordnungstypus der neuen Menge, und man bezeichne $\sigma = \mu\nu$. Daraus folgt, daß 2ω entsteht, indem man jedes Element einer Reihe vom Typus ω durch 2 Elemente ersetzt. $2 \cdot \omega = (m_1\, n_1,\ m_2\, n_2,\ m_3\, n_3, \ldots .)$. Wenn man in dieser Reihe die m z. B. den ungeraden, die n den geraden Zahlen eineindeutig zuordnet, ergibt sich ihre Ähnlichkeit mit der Zahlenreihe — also $2\omega = \omega$. Dagegen ist $\omega \cdot 2 = (m_1\, m_2\, m_3 \ldots\ldots ;\ n_1\, n_2\, n_3 \ldots\ldots)$ also ein neuer Ordnungstypus.

Bei unendlichen Ordnungstypen gilt also das kommutative Gesetz weder für die Addition noch für die Multiplikation.

Cantor bezeichnet dann die unendlichen Ordnungstypen als transfinite Ordnungszahlen. Betrachtet man diese Bezeichnung als willkürliche Namensbeilegung, so ist natürlich logisch nichts dagegen einzuwenden.

Liegt nun aber nicht in den Ordnungstypen $\omega + n$, $\omega \cdot n$ usw. die Annahme abgeschlossener Unendlichkeiten? Man soll „alle" Glieder einer unendlichen Progression einem Gliede vorangehen lassen — dazu muß man doch diese unendliche Gesamtheit als Ganzes haben. Anderseits scheint ein Arbeiten mit solchen Ordnungstypen ganz unvermeidlich zu sein. Die Reihe $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots . \frac{n-1}{n} \ldots .$ nähert sich mit wachsendem n immer mehr der „1", ohne sie je zu erreichen. In der nach der Größe geordneten Reihe der Rationalzahlen kommt 1 nach der ganzen Reihe der Brüche $\frac{n-1}{n}$. Diese Reihe aber ist unendlich und vom Typus ω. Die nach der Größe geordnete Gesamtheit aller Rationalzahlen bis 1 (inklusive) enthält also als eigentlichen Teil jene Reihe vom Typus ω und die auf jene Reihe folgende 1, also den Typus $\omega + 1$. Das ist ganz richtig. Nur würde man in der Tat die „1" nie „haben"

oder „erreichen", wenn man sie durch die Reihe $\frac{n-1}{n}$ erreichen müßte. Man hat sie aber vorher anders definiert, und man beweist nun von der Reihe der $\frac{n-1}{n}$, daß ihre Glieder mit wachsendem n sich der 1 beliebig nähern, ohne die 1 zu erreichen. Dieser Beweis entspringt dem Bildungsgesetze der Reihe. Eben diesem Bildungsgesetze verdankt man den Beweis, daß die Werte $\frac{n-1}{n}$ der Größe nach geordnet eine Reihe vom Typus ω bilden. Die 1 dagegen und alle folgenden Zahlen beruhen auf einem anderen Bildungsgesetze. Daß man alle rationalen Zahlen der Größe nach anordnen kann, erklärt sich aus der Möglichkeit, beliebige Brüche auf gleichen Nenner zu bringen. Natürlich sind dabei, so lange man von jeder geometrischen Interpretation absieht, die ganzen Zahlen auch als Verhältnisse zu verstehen. $1 = \frac{n}{n}$ kommt dann hinter jedem $\frac{n-1}{n}$. Das bedeutet aber nicht, daß man jemals alle rationalen Zahlen als Reihe oder Ordnung gegeben hätte, sondern nur, daß man einer beliebigen rationalen Zahl im Vergleich zu beliebigen anderen jederzeit ihre Ordnung anweisen kann. Sagt man also, daß alle Glieder einer Reihe vom Typus ω einer außerhalb der Reihe stehenden Zahl vorangehen, so bedeutet das nicht, alle Glieder der Reihe ω müssen gegeben sein, damit man zu jener anderen Zahl komme, sondern nur, welches Glied der Reihe ω man auch wähle, es wird stets in der Größenordnung der Rationalzahlen jener anderen Zahl vorausgehen. Die andere Zahl ist dabei ohne Hilfe unserer Reihe vom Typus ω definiert, sonst hätte die ganze Aufstellung keinen Sinn. Der Ausdruck „alle", die Bezeichnung von ω als „Zahl" sind dabei nur bequeme Kürzungen, die unschädlich bleiben, wenn man ihre wahre Bedeutung nicht vergißt.

Was hier für den einfachsten Fall gezeigt ist, läßt sich auf kompliziertere ($\omega \cdot 2$ usw.) leicht übertragen. Danach

darf als bewiesen angesehen werden, daß der wirkliche Inhalt von Cantors Lehren weder bei den Kardinal-, noch bei den Ordinalzahlen abgeschlossene Unendlichkeiten fordert. Daß dasselbe auch für die Zahlen von höherer als erster Mächtigkeit gilt, soll bei der Analyse der Stetigkeit noch genauer erörtert werden. Gerade für diesen Begriff hat Cantor Ungemeines geleistet. Aber der Logiker wird diese Fortschritte nur dann wirklich zu benutzen wissen, wenn er es wagt, unter Absehen von Cantors Ausdrucksweise den Sinn seiner Bestimmungen zu erfassen. Es wird zweckmäßig sein, diese Dinge erst nach den Grundlagen der Geometrie zu behandeln.

Fragen wir, welche Bedeutung die Ausdehnung des Zahlbegriffes auf unendliche Mengen hat, und ob Russells Definition der Zahl wirklich einen Vorteil bietet, weil sie von vorne herein die unendlichen Zahlen mit umfaßt, so dürfen wir uns an der Analogie der übrigen Zahlerweiterungen orientieren. Wir hätten nur dann kein Recht zu dieser Analogie, wenn die unendlichen Zahlen wirklich den gleichen Sinn hätten, wie die endlichen. Indessen ist ausführlich gezeigt worden, daß davon keine Rede sein kann. Auch hier handelt es sich vielmehr um die Bildung neuer Gegenstände, die man mit den Zahlen in gewisser Weise zusammenfassen kann. Da eine endliche Zahl zugleich Ordnungs- und Zuordnungstypus ist, so fällt hier Ordinal- und Kardinalzahl zusammen. Sind die endlichen Zahlen durch Zusammenfassung von Einheiten definiert, so lassen sie sich den endlichen Ordnungs- und Zuordnungstypen in derselben Weise zuordnen, wie den Brüchen mit dem Nenner 1. Wenn einer dieser Fälle bevorzugt ist, so sind es die Brüche; denn auf diese bleiben alle Gesetze der Addition und Multiplikation anwendbar, während das bei den unendlichen Zahlen nicht der Fall ist. Wir haben also

ebensowenig Grund, die Definition der Zahl von vornherein so aufzustellen, daß sie die unendlichen Zahlen umfaßt, wie wir Grund haben, bei dieser Definition die Brüche einzubeziehen. Ja noch mehr, jedes andere Vorgehen würde der logischen Ordnung widerstreiten. Wir müssen uns nur daran erinnern, daß im Gebiete konstruktiver Gegenstandsbildung das Allgemeinere keineswegs das logisch Primäre zu sein braucht. Die neuen Bedingungen, durch die man zu den anderen Fällen des allgemeineren Begriffes gelangt, brauchen dabei keineswegs neue Indefinible oder Axiome zu sein. Es genügt unter Umständen, daß man ein neues Prinzip der Gegenstandsbildung hinzufügt, das sich aus den alten Bedingungen rechtfertigen läßt. Auf unseren Fall angewandt: Wir haben die Zahlen zunächst als Zusammenfassung von Einheiten definiert und gezeigt, daß zwischen den Einheiten gleichzahliger Gruppen ein-eindeutige Zuordnung möglich ist. Nun entschließen wir uns, den Inbegriff von unendlichen Mengen, die durch ein einheitliches Gesetz definiert sind, als Gegenstand anzuerkennen. Sofern die Glieder dieser Inbegriffe einander ein-eindeutig zuordenbar sind, sagen wir, sie haben die gleiche Kardinalzahl. Diese Begriffserweiterung kann in genau demselben Sinne wertvoll sein, wie jede andere Zahlerweiterung. Aber so wenig man es fertig bringt, Brüche in natürliche Zahlen zu verwandeln, ebensowenig gelingt dies bei den sogenannten unendlichen Zahlen.

Kapitel V.

Der Raum und die Axiome der Geometrie.

Ist die Arithmetik das Vorbild aller nachkonstruierenden Wissenschaften, so hat die Geometrie von jeher durch die unbedingte Anwendbarkeit ihrer Sätze die Aufmerksamkeit

der Philosophen erregt. Um mit Stücken der Wirklichkeit rechnen zu können, muß man sie erst in irgend einer Weise gezählt haben, wobei es oft nicht ohne eine gewisse Willkür abgeht. Auch kann man dann mit Hilfe der Rechenkunst nicht mehr von ihnen sagen, als in den bloßen Zahlen liegt. In der Geometrie dagegen besitzt man ein Mittel, eine Seite aller körperlichen Wirklichkeit völlig zu beherrschen; ja indem so überall der Größenbegriff anwendbar wird, scheint selbst der Arithmetik erst aus der Geometrie ein Gebiet unzweifelhafter Geltung zu erwachsen. Mit dieser Bedeutung hängt es zusammen, daß in der Philosophie die Geometrie oft mehr als die so viel einfachere und prinzipiellere Arithmetik als Prototyp einer mathematischen Wissenschaft angesehen wurde. So unberechtigt das gerade gegenüber den Entdeckungen der neueren Mathematik erscheint, so bleibt doch soviel richtig, daß die allgemeinen Probleme der Anwendbarkeit der Mathematik hier die entscheidenden Argumente zu ihrer Lösung suchen müssen. Während nun aber bis zum Beginn des 19ten Jahrhunderts die mathematische Grundlage der hierher gehörigen Probleme einfach und seit den Tagen Euklids im wesentlichen unverändert vorlag, hat sie sich seitdem völlig umgewandelt. Natürlich ist dadurch in die Diskussion der alten Streitfragen ein neues Element eingedrungen, dessen Bedeutung sich nicht sofort richtig übersehen ließ, zumal die großen Forscher, denen wir die entscheidenden Fortschritte verdanken, ihren Arbeiten vielfach einen philosophischen Einschlag von großer anregender Kraft aber nicht genügender begrifflicher Klarheit gaben. Da diese Sachlage trotz dankenswerter Anfänge einer Klärung im wesentlichen noch besteht, so werden wir bei unserer rein erkenntnistheoretischen Behandlung von der Stellung der Fragen, nicht von den Beiträgen der neueren

Geometrie zu ihrer Lösung auszugehen haben, wobei überall von vornherein Klarheit zu schaffen ist, welche Art von Problemen überhaupt durch die neueren Forschungen Mittel zu ihrer Lösung zu erwarten hat. Erst so dürfen wir hoffen, von diesen Geschenken der Mathematiker den rechten Gebrauch zu machen und ihnen in der Klärung der philosophischen Probleme und Begriffe, an denen auch sie ein Interesse haben, einen Gegendienst leisten zu können. Gemäß diesem Plan wird vom Mathematischen überall nur soviel in die Darstellung einbezogen, als nötig ist. Eine Übersicht der hergehörigen Forschungen zu liefern, ist ganz und gar nicht beabsichtigt. Wo es so aussieht, als sei etwas Derartiges erstrebt, handelt es sich in Wahrheit nur darum, den mathematisch weniger orientierten Lesern das zum Verständnis Nötige darzubieten[13]).

§ 12. Die Problemstellung.

Eine Fragestellung ist ein bestimmt gerichteter Erkenntniswille, kein Urteil. Daher kann sie nicht nach Wahrheit oder Falschheit beurteilt werden. Die ihr gegenüber entstehende Aufgabe ist vielmehr zunächst, zu untersuchen, ob sie in lösbarer Form gestellt ist. Erste Bedingung dafür ist die scharfe Fassung aller in ihr vorkommenden Gegenstände, so daß diese eindeutig bestimmbar werden. Bleibt diese erste Forderung unerfüllt, so läßt sich nicht einmal über Lösbarkeit oder Unlösbarkeit der Frage etwas ausmachen. Unlösbar kann eine bestimmt gefaßte Frage nun in einem zwiefachen Sinne sein: entweder weil das in ihr Erfragte in sich oder mit anderen notwendigen oder empirischen Erkenntnissen in Widerspruch steht, oder weil gewisse zur Entscheidung erforderliche Vorkenntnisse, sei es bisher fehlen, sei es überhaupt unerreichbar sind. Wir können das erste objektive, das zweite sub-

jektive Unlösbarkeit nennen, und bei der subjektiven dann vorläufige oder bedingte von absoluter oder unbedingter Unlösbarkeit unterscheiden. Der Fall der vorläufigen Unlösbarkeit führt zu der Einsicht, daß es eine logische Folge der Probleme gibt. Logisch primär nennen wir eine Frage im Verhältnis zu einer anderen, wenn ihre Lösung Vorbedingung für die Lösbarkeit der zweiten ist. Wenn bei der Präzisierung der Begriffe eine Frage sich in mehrere zerlegt, so können diese voneinander unabhängig oder so abhängig sein, daß Verhältnisse logischer Priorität zwischen ihnen bestehen. In diesem Falle entsteht die Aufgabe, die richtige Reihenfolge unter ihnen festzustellen. Diese Reihenfolge wird nicht dadurch tangiert, daß es zuweilen zweckmäßig sein kann, für eine primäre Frage eine Antwort hypothetisch anzunehmen, und unter dieser Voraussetzung die Lösung einer sekundären zu versuchen, ehe die erste entschieden ist. In der wirklichen Entwicklung der Wissenschaft vollzieht sich das oft so, daß eine bestimmte Antwort auf die primäre Frage aus irgendwelchen im Subjekt liegenden Ursachen für selbstverständlich gehalten wird, so daß das primäre Problem als solches gar nicht zum Bewußtsein kommt. Abgesehen von Lösbarkeit und Reihenfolge kann man endlich noch die Bedeutung oder Wesentlichkeit eines Problems untersuchen, muß aber dazu einen Gesichtspunkt voraussetzen, unter dem die Wesentlichkeit bestimmt werden soll.

Wie unbestimmt die Frage nach dem Wesen des Raumes gestellt ist, ergibt sich schon aus der Mannigfaltigkeit ganz divergierender Antworten, die man darauf erteilt denken kann. Als die tiefsten unter diesen möglichen Antworten möchten dem Unvorbereiteten metaphysische erscheinen, etwa: der Raum ist das Sensorium Gottes, oder: er ist die Form, in der das an sich rein begriffliche Verhältnis der

unräumlichen Monaden erscheint. Sucht man die Frage, auf die solche Antworten passen, näher zu bestimmen, so erhält man etwa die Formulierung: welches ist Stellung und Bedeutung des Raumes in der als sinnvolles metaphysisches System verstandenen Welt? Daraus ergibt sich sofort, daß diese Frage die Lösung anderer Probleme voraussetzt. Denn es muß nicht nur die Existenz, sondern sogar die Erkennbarkeit einer metaphysisch sinnvollen Welt angenommen werden, damit die Frage lösbar wird. Auch sind augenscheinlich nähere Bestimmungen sowohl über den Raum als über den Weltzusammenhang dazu nötig. Indessen möchte sich eine Vorfrage herausheben lassen, die, obwohl zur Metaphysik hinüberführend, doch wenigstens bestimmter metaphysischer Annahmen entbehren kann, nämlich ob der Raum überhaupt metaphysische Realität besitzt. So sehr die Priorität dieser Frage gegen die vorige anzuerkennen ist, so setzt doch auch sie einige sehr problematische Annahmen voraus. Um sinnvoll zu sein, muß ihr eine Unterscheidung aller Gegenstände nach ihrer Stellung zur metaphysischen Realität vorausgehen. Damit aber die Frage auch lösbar sei, muß irgend ein Kriterium existieren, mittels dessen wir metaphysische Realität und Irrealität unterscheiden können. Auch erkennt man leicht, daß hier nicht nach irgendwelchen Bestandteilen des Raumes und ihren inneren Beziehungen, sondern nach der Stellung des Raumes zu einem ihm fremden Gegensatz gefragt wird. So wird ersichtlich, daß nicht nur allgemeine metaphysische Fragen, sondern auch andere den Raum betreffende Probleme der Frage nach der metaphysischen Realität des Raumes logisch primär sind. Denn ehe ausgemacht werden kann, wie sich der Raum zu einem so problematischen Gegensatz verhält, muß man über seine Eigenschaften und Beziehungen zu leichter faßbaren Gegenständen etwas wissen. Welche aber

unter diesen Eigenschaften und Beziehungen in Betracht kommen, kann nur mit Hilfe eines Kriteriums für metaphysische Realität entschieden werden.

Nicht um diese Vorfrage und daher auch nicht um die erst nach ihrer Erledigung zu entscheidende metaphysische Realitätsfrage handelt es sich hier; denn für sie können mathematische Betrachtungen direkt sicher nichts ergeben. Was diese leisten, ist vielmehr zunächst eine logische Analyse des Raumes, wie er der Geometrie zugrunde liegt, d. h. die ausdrückliche Fällung der Urteile, die gelten müssen, damit eine Geometrie möglich sei. Diese Grundurteile sollen vollständig und ohne überflüssige Heranziehung beweisbarer Sätze formuliert werden. Das zu erreichen, ist augenscheinlich Aufgabe der Mathematiker, eine Aufgabe, die man lange durch Euklid für gelöst hielt, während man dann ganz neue Schwierigkeiten darin gefunden hat. Indessen haben die erwähnten mathematischen Untersuchungen noch weit mehr geleistet. Um nämlich die gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome zu beweisen, mußte dargetan werden, welche Sätze von den einzelnen Axiomen abhängig bzw. unabhängig sind; dadurch aber wurde zugleich Tragweite und Fruchtbarkeit der einzelnen axiomatisch festgelegten Eigenschaften des Raumes bestimmt. Fragt man also, in welcher Richtung der über die bloße Analyse hinausgehende Nutzen der mathematischen Forschungen für uns liegen kann, so wird man antworten müssen: in der Erkenntnis der Bedeutung der einzelnen Axiome. Diese Bedeutung aber bestimmt augenscheinlich ihre Stellung in einem System des Erkennens. Weiterhin hängt hiermit nun aufs engste die Frage nach dem Recht und Rechtsgrund ihrer Geltung zusammen. Denn Geltung für die Wirklichkeit beanspruchen sie, wenn die Geometrie eine anwendbare Wissenschaft sein soll.

Wir haben soeben, um uns über die Bedeutung der folgenden Untersuchungen vorläufig zu orientieren, einen neuen Weg eingeschlagen, indem wir nicht, wie anfangs, von den möglichen Fragestellungen und ihrem gegenseitigen logischen Verhältnis, sondern von den Eigentümlichkeiten eines Materials ausgingen, das uns von anderen Wissenschaften dargereicht wird und für eine zunächst noch ungenügend analysierte Problemgruppe nutzbar gemacht werden soll. Schon diese ganz allgemeine Betrachtung hat uns gefördert, indem sie einen besonderen Gesichtspunkt der Analyse, nämlich die Bedeutung der verschiedenen räumlichen Eigenschaften, kennen gelehrt hat. Aber der weitere Zusammenhang dieser Bedeutung mit Recht und Rechtsgrund der Geltung blieb noch ganz unbestimmt. Hier muß nochmals eine Untersuchung der möglichen Fragestellungen und ihres logischen Zusammenhanges eintreten. Um diesen zu gewinnen, können wir von den verschiedenen Arten der Analyse des Raumes ausgehen. Neben der uns bereits bekannten, unter dem Gesichtspunkt der Erkenntnisbedeutung stehenden, gibt es noch eine ganz andersartige, die von der räumlichen Seite unserer individuellen Erlebnisse ausgeht. Man kann fragen, was in verschiedenen Erlebnisgruppen die räumliche Seite ist, und welche räumlichen Eigenschaften mit verschiedenen Arten von Erlebnissen sich verbinden. Die Arten der Erlebnisse können dabei, da sie ja führend sein sollen, nicht aus den Eigenschaften des Raumes abgeleitet werden, sondern müssen anders woher gegeben sein. Es gehört also diese Art der Analyse in eine Wissenschaft hinein, die zugleich eine Einteilung der Erlebnisse darbietet, d. h. in die Psychologie. Diese Wissenschaft nun setzt, wie wir bereits wissen und später noch genauer einsehen werden, individuelle Subjekte voraus, die individuell bestimmten Körpern irgendwie in einer näher an dieser

Stelle nicht zu bestimmenden Weise zugeordnet sind. Individuelle Körper aber sind im Raume, setzen also den Raum voraus. Der Raum als solcher ist augenscheinlich nicht mehr dem individuellen Subjekt zugeordnet, da ja dieses seinerseits zur Bestimmung seiner Individualität räumlicher Bestimmungen gar nicht entbehren kann. Man wende hier nicht ein, daß in metaphysischen Systemen, etwa bei Leibniz, die räumliche Verschiedenheit der Körper nur Erscheinung der ursprünglicheren qualitativen Verschiedenheit der zugehörigen Seelen ist. Denn ganz unabhängig noch von jedem Urteil über den absoluten Wert einer solchen metaphysischen Umdeutung läßt sich konstatieren, daß für unser Erkennen jedenfalls die räumlich allein bestimmbaren Unterschiede der Erkenntnisgrund jener angenommenen rein qualitativen Verschiedenheiten wären, daß also für unser Erkennen die Abhängigkeit schon der ersten Grundbestimmungen der Psychologie vom Raume unvermeidlich bliebe. Sogar ist die Analyse der Raumvorstellungen noch in einer andern und engeren Weise vom objektiv gedachten Raume abhängig: Die Arteinteilung der Erlebnisse, die sie, wie gesagt, voraussetzt, ist nicht ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Sinnesgebiete, die Unterscheidung der Sinnesgebiete aber ist ihrerseits nur von den körperlichen, d. h. räumlichen Sinnesorganen her möglich. Wir stellen diesen Satz nur darum hier nicht in den Vordergrund, weil er angefochten werden könnte (zumal in seinem zweiten Teile), und weil eine Widerlegung dieser Einwände uns hier zu tief in die Untersuchung der erkenntnistheoretischen Voraussetzungen der Psychologie verwickeln müßte. Eine Wissenschaft, die den Raum logisch voraussetzt, kann aber nicht den Rechtsgrund für die Geltung seiner Axiome liefern. Noch weniger als diese analytisch-psychologische vermag das eine genetisch-psycho-

logische Fragestellung, d. h. eine Untersuchung der Wege, auf denen das Individuum zu einer ausgebildeten Raumvorstellung gelangt. Denn diese braucht die ausgebildete Raumvorstellung sogar als Maßstab zur Beurteilung der erreichten Entwicklungshöhe. Wollte sie sich aber auf die Beschreibung der aufeinander folgenden Stadien der Entwicklung beschränken, so hätte sie gar keinen Anhalt dafür, wo nun eigentlich die gültige Raumanschauung erreicht ist. Auch bleibt jede genetische Untersuchung in irgend welchem Maße von einer psychologischen Analyse logisch abhängig, ist also dieser gegenüber sekundär, daher um so weniger dort als Grundlage brauchbar, wo schon jene nicht ausreicht. Natürlich soll mit diesem letzten Argument nicht geleugnet werden, daß die genetische Forschung der psychologischen Analyse gewisse Hilfsdienste leisten kann.

Die psychologischen Fragen haben also als in ein ganz anderes Niveau gehörig auszuscheiden. Dagegen kann jedenfalls die Rechtsfrage erst entschieden werden, wenn die Bedeutung der einzelnen Grundeigenschaften des Raumes bekannt ist. Denn „Recht“ ist eine Wertbestimmung und zwar hier eine solche innerhalb des teleologischen Zusammenhanges der Erkenntnis. Die Stellung eines Axiomes in diesem Zusammenhang bestimmt sich aus der Gesamtheit der nur mit seiner Hilfe möglichen Folgerungen. Wir sehen also vorläufig so viel, daß die analytisch-logische Frage der Bedeutungsfrage und diese der Rechtsfrage logisch vorangeht. Alle diese Fragen aber sind der nach der metaphysischen Realität gegenüber primär; denn die metaphysische Wertung kann, wenn überhaupt, jedenfalls nur mit Hilfe der erkenntnistheoretischen gewonnen werden. Uns gehen hier die metaphysischen Fragen deshalb nichts an, weil, um sie lösbar erscheinen zu lassen, Sätze wahr sein müßen, für die uns die mathematischen Untersuchungen,

von denen wir ausgehen, nichts liefern, und deren Falschheit wir später einsehen werden. In der Darstellung werden sich nun die Probleme am besten so behandeln lassen, daß die Frage nach der Bedeutung der Axiome noch zerlegt wird. Es enthält nämlich der Begriff „Bedeutung“ zweierlei: erstlich die Ausdehnung der Folgerungen jedes Axioms oder jeder Axiomengruppe in der rein konstruktiv gedachten Wissenschaft, zweitens die Wichtigkeit dieses Folgerungskreises in seiner realen Geltung. Während nun die erste Seite der Bedeutung innig mit der Analyse der Grundlagen der Geometrie zusammengehört, führt die zweite Art der Bedeutung unmittelbar zu den eigentlich erkenntnistheoretischen Rechtsfragen hinüber. Stellt man so jede der beiden Seiten in ihren Zusammenhang, um unnütze Wiederholungen zu vermeiden, so ergeben sich für die weitere Behandlung unseres Gegenstandes zwei Abteilungen, von denen die erste es mit der Auffindung und rein konstruktiven Tragweite der Axiome, die zweite mit ihrer realen Bedeutung und dem Rechtsgrunde ihrer Geltung zu tun hat. Erst im Zusammenhange dieser zweiten Betrachtung wird sich die Frage präzisieren und lösen lassen, was etwa der Raum noch mehr bedeutet als den Inbegriff der geometrischen Axiome. Wir können den ersten dieser Abschnitte „die geometrischen Axiome“, den zweiten „die erkenntnistheoretische Bedeutung der Axiome und des Raumes“ überschreiben.

§ 13. Die geometrischen Axiome.

Nebeneinander stehen bei Euklid eine Reihe von Definitionen, Axiomen und Postulaten als Voraussetzungen der Geometrie. Neben den allgemeinsten Grundsätzen jeder Größenlehre finden sich hier sehr speziell scheinende Behauptungen. Dem Rationalismus der neueren Mathe-

matik, die in der Analysis ein Mittel zur Arithmetisierung der Geometrie erworben hatte, mußten diese der Vernunft undurchsichtigen Sätze ein Stein des Anstoßes sein. Am meisten irrational erschien stets Euklids fünftes Postulat, an das daher die weitere Entwicklung anknüpfte. Es lautet in etwas vereinfachter Fassung: „Zwei gerade Linien, die von einer dritten so geschnitten werden, daß die beiden innern an einer Seite liegenden Winkel zusammen kleiner als zwei rechte sind, treffen genugsam verlängert an eben der Seite zusammen". An die Stelle dieses Satzes kann man auch einen andern setzen, der bei Euklid mit seiner Hilfe bewiesen wird, etwa: durch einen Punkt kann man zu einer Geraden eine und nur eine Parallele ziehen, oder: die Winkelsumme des Dreiecks beträgt zwei rechte[14]). Wenn einer unter diesen Sätzen angenommen ist, sind die anderen unter Voraussetzung der übrigen Axiome beweisbar. Welcher unter ihnen als Axiom angenommen wird, ist also logisch gleichgültig und lediglich eine Frage der Zweckmäßigkeit. Man nennt Sätze, die sich in diesem Verhältnis zueinander befinden, äquivalent. Wenn im folgenden gesagt wird, ein Grundsatz sei notwendig, so ist als Ergänzung stillschweigend vorausgesetzt, daß an seine Stelle auch ein äquivalenter Grundsatz treten könnte. Man kann gemäß der Bedeutung seiner Äquivalenzen das fünfte Postulat als Parallelenaxiom bezeichnen; denn in einer prinzipiellen Betrachtung ist es zweckmäßig, unter den verschiedenen äquivalenten Formen die zu wählen, bei der die prinzipielle Bedeutung am klarsten hervortritt. Alle Versuche, das Parallelenaxiom zu beweisen, schlugen fehl, daher entstand ein Vorurteil für seine Unbeweisbarkeit und der Wunsch, diese Unbeweisbarkeit nun auch zu beweisen. Ein Satz ist aber unter Voraussetzung einer gewissen Anzahl anderer Sätze sicher dann unbeweisbar, wenn sich nachweisen läßt, daß unter

Annahme eines ihm widersprechenden Satzes und Beibehaltung aller übrigen Grundsätze sich ein widerspruchsfreies System aufbauen läßt. Ein solches System, das unter Ersetzung des Parallelen-Axioms durch ein ihm widersprechendes entsteht, nennt man eine nichteuklidische Geometrie. Man hat dann entsprechende Untersuchungen auch auf andere Axiome ausgedehnt, wobei sich zu der Frage, ob alle von Euklid gemachten Voraussetzungen notwendig seien, die andere gesellte, ob Euklid alle notwendigen Voraussetzungen auch wirklich ausgesprochen habe. Man würde aber die Bedeutung vieler hierhergehöriger Untersuchungen nicht richtig würdigen, wollte man sie lediglich in bezug auf diese historisch gegebene Fragestellung betrachten. Zudem kann es nicht unsere Absicht sein, einen geschichtlichen Überblick zu geben, vielmehr kommt es darauf an, von vornherein nur das für unsere Zwecke Wichtige hervorzuheben. Das aber wird am ehesten gelingen, wenn wir eine Übersicht über die mannigfachen Interessen zu gewinnen suchen, die sich in diesen Forschungen begegnen. Denn indem wir einige dieser Interessen als uns für unsere speziellen Zwecke unwesentlich ausschalten, gewinnen wir ein Auswahlprinzip, während wir uns zugleich vor einer allzu einseitigen Betrachtung hüten.

Es ist zunächst hervorzuheben, daß die sogenannten nicht-euklidischen Geometrien, ganz abgesehen von ihrem geometrischen Interesse, rein für sich betrachtet werden können. Es entstehen so eine Anzahl möglicher konstruktiver Systeme, deren Durchführung ein eigenes mathematisches Interesse bietet. Indessen ist ihre Bedeutung, auch wenn man sie als willkürliche Konstruktionen nimmt, damit nicht erschöpft. Denn die verschiedenen Systeme lassen sich in Beziehung zueinander setzen, und dann er-

scheinen nicht nur die an Voraussetzungen reicheren als Spezialfälle gegenüber den an Voraussetzungen ärmeren, sondern zugleich ergibt sich, welche Gruppen von Sätzen man unter Hinzunahme einer neuen Voraussetzung gewinnt. Man erhält auf diese Weise eine Schichtung der Voraussetzungen wie der Folgerungen und lernt genauer bestimmen, welche Folgerungen von welchen Voraussetzungen abhängen. Die Fähigkeit, mehrdimensionale Systeme allgemein zu beherrschen, ist ferner möglicherweise auch für die Anwendung der Mathematik auf besondere Gegebenheiten wertvoll. Diese allgemein konstruktive Interessengruppe bedient sich naturgemäß gern der allgemeinsten konstruktiven Mittel, baut also die Systeme arithmetisch oder ordnungstheoretisch auf. Während nun für unsere Zwecke sowohl das formal-konstruktive wie das Verwendbarkeitsinteresse nicht in Betracht kommt, ist das mit dem zweiten Gesichtspunkt, der Schichtung der Voraussetzungen und Folgerungen, anders. Diese Schichtung gewinnt nämlich sogleich auch eine speziell geometrische Bedeutung, indem sie zu einem neuen viel schärfer systematischen Aufbau der Geometrie führt. Hier ist die Stelle, an der sich die am meisten unanschaulichen Spekulationen mit den Zweigen der neueren Geometrie berühren, die zunächst einer anschaulicheren Gestalt der Wissenschaft zu dienen schienen. Die projektive Geometrie begann damit, unter Vermeidung aller arithmetischen Hilfsmittel die Sätze abzuleiten, die sich rein aus den Lagebeziehungen der Punkte, Geraden und Ebenen ergeben. Dadurch wurde nun nicht nur eine Menge neuer Sätze gewonnen und eine Menge bekannter weit prinzipieller und leichter bewiesen, sondern, was allein für uns wesentlich ist, eine Schichtung rein geometrischer Art der vorhin erwähnten allgemein konstruktiven an die Seite gestellt. Diese beiden so verschiedenen

Forschungsrichtungen zusammenzubringen, gelang um so eher, als man schon vorher Mittel gefunden hatte, auch die projektiven Sätze unabhängig von der Anschauung zu formulieren. Gerade mit Hilfe eines solchen Aufbaues wurde es auch möglich, sich einer größeren Vollständigkeit der Axiome zu vergewissern. Ganz natürlich ist eine Einsicht in die logische Unabhängigkeit und Tragweite der Axiome und Axiomengruppen am besten zu gewinnen, wenn man die Schichtung der Sätze sowohl wie die arithmetische und relationstheoretische Analyse berücksichtigt. Wichtig ist uns vor allem die Frage, ob sich in den Axiomen einer noch ohne Beziehung auf die wirkliche Raumanschauung gedachten Konstruktion Voraussetzungen finden, die über das in der Arithmetik nötige Minimum der Denkfremdheit hinausgehen.

Wir wollen also im folgenden schrittweise von voraussetzungsärmeren zu spezielleren Systemen übergehen und bei jeder neuen Voraussetzung fragen, was sie an Denkfremdem hinzubringt, und was sie für den systematischen Aufbau leistet.

Alle geometrischen Untersuchungen haben es mit mehrdimensionalen Gebilden zu tun. Wir dürfen daher das mehrdimensionale System als allgemeinsten Oberbegriff betrachten und knüpfen damit zugleich an die Ausführungen des vorigen Kapitels an. Denn eine zweite Dimension tritt in der gewöhnlichen Behandlung der Algebra bei den komplexen Zahlen auf, deren Besprechung wir daher früher vertagt hatten. Man schrieb diesen Zahlen naturgemäß eine positive Bedeutung erst zu, als man lernte, sie zur arithmetischen Beherrschung der Ebene zu verwenden. Dabei bedient man sich der metrischen Beziehung zwischen dem reellen und dem imaginären Bestandteil der komplexen Zahl, daß $i^2 = -1$. Will man indessen mehrdimensionale

Systeme in der allerallgemeinsten Form erhalten, so muß man von dieser Eigenschaft natürlich absehen. „i“ ist dann nicht mehr als Quadratwurzel aus —1, sondern als beliebige unterscheidende Entität anzusehen, und es bleibt unter diesem Gesichtspunkt ganz willkürlich, daß man beim sogenannten reellen Anteil die entsprechende Benennung der Entität fortläßt. Geht man in derselben Weise zu beliebig vielen Dimensionen weiter, so erhält man die allgemeine Definition einer komplexen Zahl n^{ter} Ordnung, wie sie Stolz aufgestellt hat[15]):

Es seien n verschiedene Entitäten $e_1\ e_2 \ldots e_n$ gegeben, die wir Elemente oder Einheiten nennen, jede sei fähig der Assoziation mit einer beliebigen reellen (in Spezialfällen mit einer beliebigen rationalen oder ganzen) Zahl a_1, $a_2 \ldots$ Auf diese Weise entstehen Entitäten $a_r\ e_r$, die voneinander verschieden sind, wenn entweder die a_r oder die e_r verschieden, also nur gleich, wenn beide gleich sind. Durch eine beliebige Kombination der $a_1\ e_1$, $a_2\ e_2, \ldots a_n\ e_n$ bilde man eine neue Entität. Dann ist die neue Kombination, die man schreiben mag: $a_1\ e_1 + a_2\ e_2 + \ldots a_n\ e_n = a$ eine komplexe Zahl n^{ter} Ordnung. Diese Definition setzt irgendwelche Verschiedenheiten der Entitäten e_r voraus, ohne sie abzuleiten, kann also nicht als rein arithmetische Definition angesehen werden, da eine derartige qualitative Unterscheidbarkeit der Einheiten nicht unter den Voraussetzungen der Arithmetik vorkommt. Russell, der dies einsieht, sucht durch eine relationale Definition dem Mangel abzuhelfen. Da der Übergang auf mehr als zwei Dimensionen leicht ausführbar ist und nichts Neues bietet, können wir uns auf zweidimensionale Reihen beschränken. Für diese gibt Russell zwei Definitionen, von denen die erste von der Relation, die die eindimensionalen Reihen verknüpft, die zweite von den letzten Gegenständen, denen

geometrisch die Punkte entsprechen, ausgeht. Nach unseren früheren Anführungen aus der Relationslehre sind sie leicht verständlich:

1. Es sei P irgend eine asymmetrische transitive Relation, die eine Reihe u_1 erzeugt. Jeder Gegenstand der Reihe u_1 sei selbst eine asymmetrische transitive Relation, die eine Reihe erzeugt. Das ganze Feld von P bilde eine einfache Reihe asymmetrischer Relationen und jede von diesen habe eine einfache Reihe von Gegenständen zu ihrem Feld. Dann ist die Klasse u_2 von Gegenständen, die das Feld aller Relationen in der durch P erzeugten Reihe bildet, eine zweidimensionale Reihe.

2. Es sei u_2 eine Klasse von Gegenständen, von denen jeder beliebige (mit einer möglichen Ausnahme) zu dem Felde einer und nur einer unter einer Klasse u_1 von reihenbildenden Relationen gehört. Ferner sei u_1 selbst eine Reihe. Dann ist u_2 eine zweidimensionale Reihe.

Diese Definitionen sind sicherlich sehr lehrreich als Analysen mehrdimensionaler Gebilde mit Hilfe relationaler Begriffe, sie zeigen auch die Darstellbarkeit der mehrdimensionalen Gebilde durch solche Begriffe; aber was Russell mit ihnen will, den Nachweis, daß solche Gebilde sich aus den Voraussetzungen der reinen Arithmetik aufbauen lassen, das leisten sie nicht. Freilich eine asymmetrisch-transitive Relation ist schon durch die Anordnung der Kardinalzahlen nach ihrer Größe gegeben, kann also als arithmetisch bezeichnet werden, ebenso wie es möglich ist, die Arithmetik aus einer solchen Relation abzuleiten. Indessen in beiden Fällen setzt man als unterscheidende Merkmale der Relationen voneinander nur ihre formalen Eigenschaften voraus. In Russells Definitionen dagegen werden Relationen mit gleichen formalen Eigenschaften angenommen, die durch ihre Felder verschieden sind.

Augenscheinlich hängt aber die Möglichkeit einer solchen Unterscheidung von irgend einer Verschiedenheit der Gegenstände ab, die ihrerseits eine inhaltliche Bestimmung der Gegenstände einschließt. Aus den arithmetisch allein abgeleiteten Verschiedenheiten der Größe der Zahlen oder aus ihrer Stelle in der so gewonnenen eindimensionalen Reihe ist diese Verschiedenheit nicht zu gewinnen. Andere Verschiedenheiten der Gegenstände schließen aber eine Differenz in den letzten Gegenständen oder Einheiten ein, die in der reinen Arithmetik eben gerade nicht vorausgesetzt wird, sondern zu dem dort gebrauchten Minimum der Denkfremdheit als etwas Neues hinzukommt. Ob man, wie in der zweiten Definition, die Verschiedenheit der Gegenstände direkt oder, wie in der ersten, die nur unter Annahme einer solchen Verschiedenheit mögliche Verschiedenheit der Relationen voraussetzt, bleibt gleichgültig. Denn eine Relation mit bestimmten formalen Eigenschaften auf ein Feld von Gegenständen beschränken, bedeutet doch, irgend eine inhaltliche Bestimmung, sei es in die Relation, sei es in die Gegenstände aufnehmen. Wenn also Russell glaubt, mehrdimensionale Systeme arithmetisch erzeugt zu haben, so irrt er. Vielmehr zeigt seine soweit als möglich mit arithmetischen Voraussetzungen arbeitende relationstheoretische Analyse, daß eine solche Erzeugung ausgeschlossen ist. Denn unter „Erzeugung" können wir in konstruktiven Wissenschaften nur die Bildung neuer Gegenstände aus den Voraussetzungen der Konstruktion und den mit ihrer Hilfe bereits gebildeten Gegenständen verstehen. Eine Erzeugung in diesem Sinne ist die Bildung beliebig großer Zahlen durch das Gesetz der Zahlenreihe oder auch Russells Definition der negativen Zahlen durch die Potenzen der Relation des Vorangehens. Davon aber ist hier keine Rede.

Wir müssen also sagen: die Mehrheit von Dimensionen setzt irgendwelche Verschiedenheiten unter Gegenständen oder unter Relationen voraus, die sich nicht arithmetisch, d. h. aus den Voraussetzungen der Arithmetik allein ableiten lassen, wiewohl sie sich mit Hilfe der transitiven asymmetrischen Relationen ausdrücken (analysieren) lassen, wenn man nur hinzufügt, daß formal gleiche Relationen sich noch — durch ihr Feld oder sonstwie — unterscheiden können. Dieser Unterschied aber ist nicht abgeleitet. Die algebraische Erweiterung der Zahl darf als solche Ableitung (wie Russell und Couturat mit Recht hervorheben) nicht angesehen werden. Denn sie setzt voraus, daß streng arithmetisch sinnlose Symbole doch irgendwie einen Sinn geben. Dieser Sinn aber ist hier nicht, wie bei den negativen, gebrochenen (und wenigstens der Absicht Russells nach auch bei den irrationalen) Zahlen aus den Eigenschaften der Zahlenreihe heraus konstruiert worden. Folglich ist die Mehrheit von Dimensionen jedenfalls eine neue Voraussetzung, die allen „Geometrien" in gleicher Weise zugrunde liegt.

Um nun ein System zu gewinnen, innerhalb dessen ein Teil unserer geometrischen Sätze gilt, muß natürlich noch eine Anzahl weiterer Voraussetzungen gemacht werden. Zunächst ist die Zahl der Dimensionen festzulegen. Sie ist gleichbedeutend mit der Anzahl von Bestimmungen, die notwendig und hinreichend ist, ein besonderes Element eindeutig zu kennzeichnen. Daraus ergibt sich, daß es nur positive ganze Zahlen von Dimensionen geben kann. Auch für einen Anhänger des Begriffes der unendlichen Zahl ferner ist es notwendig, sich hier auf endliche Zahlen zu beschränken, da nur eine endliche Anzahl von Bestimmungen sich wirklich ausführen läßt und damit ein beherrschbares System ergibt. Welche endliche Zahl gewählt wird, ist

unter rein konstruktiven Gesichtspunkten willkürlich. Geht man von der Anschauung unseres Raumes aus, so gilt dem naiven Bewußtsein die Möglichkeit, jeden Ort des Raumes durch drei Bestimmungen vollständig festzulegen, für ganz selbstverständlich, weil in der Tat einer vierten unabhängigen Bestimmung ein räumlicher Sinn nicht mehr gegeben werden kann. Sobald man sich aber rational von dem besonderen Vorzuge der Dreizahl irgend eine Rechenschaft ablegen will, erscheint sie ganz willkürlich. Die Möglichkeit n-dimensionaler Systeme, wobei n eine beliebige natürliche Zahl ist, ist aus sich selbst klar, da ein Vorzug einer Zahl vor der anderen sich in keiner Weise begründen ließe. Indessen kann man diese negative Betrachtung leicht noch durch eine positive ergänzen, die zugleich insofern lehrreich ist, als sie die Art solcher Beweise der inneren Möglichkeit eines Systems an einem besonders einfachen Beispiele zeigt. Daß zweidimensionale Reihen denkbar sind, beweist die Geometrie der Ebene, die sich ja durchaus unabhängig von der dritten Dimension ausbilden läßt. Eine Geometrie — wir brauchen das Wort in dem jetzt üblichen erweiterten Sinne — von vier Dimensionen verhielte sich zu unserer Geometrie, wie die Geometrie des Raumes zu der der Ebene. Nur ein populärer Ausdruck für diese Analogie ist es, wenn man zweidimensionale Wesen (Schatten) fingiert, die von der dritten Dimension ebensowenig eine Vorstellung hätten, wie wir eine solche von der vierten haben. Der Dienst, den eine solche Fiktion leisten kann, besteht lediglich darin, daß sie den Unterschied zwischen anschaulicher Unvorstellbarkeit und begrifflicher Unmöglichkeit erläutert. Den Übergang von drei- zu vier-dimensionalen Systemen in Analogie zu dem von zwei- zu drei-dimensionalen zu fassen, ist eine Art von Anwendung des mathematischen Induktionsprinzips.

Übrigens ist es dem Mathematiker ein Leichtes, die rein mit Hilfe von Ordnungs- und Zahlbegriffen ausgedrückten geometrischen Sätze auf ein System von beliebiger Zahl von Dimensionen auszudehnen und damit den direkten Beweis für die Durchführbarkeit solcher Systeme anzutreten.

Fragt man nun, was in einem mehrdimensionalen System von bestimmter Dimensionszahl weiter festgesetzt werden muß, so ist es für eine relationstheoretische oder arithmetische Konstruktion nötig, von den letzten Elementen, den in Beziehung zueinander stehenden Gegenständen, auszugehen. Da diese den Punkten des Raumes entsprechen, redet man nicht ganz korrekt auch in solchem Zusammenhange von Punkten, wiewohl von diesen Gegenständen gar nichts ausgemacht, also auch keine mit dem angenommenen System von Relationen verträgliche Interpretation ausgeschlossen ist. Genauer sollte man von letzten Gegenständen oder Ur- oder Ausgangs-Gegenständen des Systems reden. Diese „Punkte" sind Indefinible des Systems, und es müssen von ihnen eine bestimmte Anzahl, die in gewissen Beziehungen zueinander stehen, oder bei denen gewisse Beziehungen ausgeschlossen sind, vorausgesetzt werden. Die Existenz weiterer Punkte innerhalb des Systems läßt sich dann mit Hilfe der übrigen Axiome beweisen oder, besser gesagt, weitere Punkte lassen sich mit Hilfe der axiomatisch angenommenen Relationen konstruieren. Auf diese Relationen kommt also alles weitere an.

Die Wahl der näheren Bestimmungen über diese Relationen könnte nun leicht ganz willkürlich erscheinen. In der Tat ist unter rein konstruktiven Gesichtspunkten hier sicher eine große Fülle von Möglichkeiten vorhanden. Bedingung ist dabei nur, daß die aufgestellten relationalen Voraussetzungen, die die Stelle der Axiome vertreten,

unter einander keinen Widerspruch enthalten. Da wir aber auf die Konstruktion unseres geometrischen Systems hinzielen, müssen wir für die Wahl eine gewisse geometrische Anregung haben. Eine solche lag nun in der Ausbildung der projektiven Geometrie. Ihren Grundgedanken kann sich auch der, der sie nicht kennt, leicht mit Hilfe der Perspektive klar machen. Wenn man eine Figur auf einer zur Bildebene geneigten Ebene perspektivisch abbildet, so bleiben gewisse Verhältnisse erhalten, während andere sich verändern. Die Strecken- und Winkelgrößen z. B. ändern sich im allgemeinen, während gerade Linien als solche erhalten bleiben. Wenn ferner drei Gerade in der abgebildeten Ebene sich in einem Punkte treffen, so tun dies auch ihre Bilder. Allerdings ist dieser Satz nur dann allgemein gültig und allgemein umkehrbar, wenn man parallele Linien als solche behandelt, die einander in einem Punkte schneiden. Nun kann man die Axiome für sich aufzustellen suchen, die das und nur das an Folgerungen garantieren, was in der projektiven Geometrie vorkommt. Alle Umformungen projektiver Art lassen sich mit Hilfe von Strahlenbüscheln, also von geraden Linien ausführen, so daß die projektive Geometrie innig zusammenhängt mit der Aufgabe, alle Konstruktionen zu isolieren, die allein mit Hilfe des Lineals ohne Zirkel und Maßstab ausführbar sind. Die letzte Bestimmung klingt sehr empirisch, ist es aber nicht. Denn die freie Benutzbarkeit des Lineals bedeutet, daß allgemein die Möglichkeit vorausgesetzt wird, zwei beliebige Punkte durch eine Gerade zu verbinden. Faßt man diese Aufgabe wirklich allgemein, so muß man nicht nur die in der Perspektive in Betracht kommenden Projektionen auf derselben Seite des Strahlenbüschels, sondern auch die jenseits des Scheitels gelegenen, ja auch solche, bei denen ein Teil der Strahlen auf der einen, ein

Teil auf der andern Seite des Scheitels geschnitten wird, in Betracht ziehen. Dabei aber kehrt sich die Anordnung der Punkte um. Zwischen direkter und umgekehrter Anordnung macht also die projektive Geometrie keinen wesentlichen Unterschied. Nun ist es eine Eigentümlichkeit einer offenen, d. h. beiderseitig beliebig fortsetzbaren Linie, daß zwischen zwei Richtungen der Anordnung ein Unterschied besteht, während bei einer geschlossenen Kurve, z. B. bei einem Kreise von jedem Punkte zu jedem anderen in beiden Richtungen vorgeschritten werden kann. Daher ist bei der geschlossenen Kurve auch das Wort „zwischen“ nicht eindeutig. Wenn man auf einem Kreise nur drei Punkte annimmt und die Richtung frei läßt, so kann jeder Punkt als zwischen den beiden anderen liegend angesehen werden. So wird verständlich, daß es eine Ausbildung der projektiven Geometrie gibt, in der zwischen geschlossenen und offenen Linien kein Unterschied besteht. Will man diese Konstruktion auf unseren Raum anwenden, so muß man die Geraden als geschlossen betrachten, und da man alle Parallelen als sich in einem Punkt schneidend ansieht, so faßt man ihren Schnittpunkt als unendlich fernen Punkt auf, in dem die Gerade geschlossen ist. Natürlich kann eine solche Konstruktion nicht die wirkliche Geschlossenheit der Geraden beweisen oder auch nur annehmbar machen. Sie hat, wenn sie als bloße Konstruktion auftritt, mit unserem Raume gar nichts zu tun; bezieht sie sich aber auf unseren Raum, so wäre es korrekter, statt vom unendlich fernen Punkte zu reden, die Gesamtheit aller zueinander parallelen Linien unter den Begriff des Strahlenbüschels unterzuordnen. Man würde dann die Sätze mit derselben Allgemeinheit wiewohl weniger bequem aussprechen können. Betrachtet man dagegen die unendlich fernen Punkte als wirkliche Punkte, so muß man sagen, daß diese Punkte

unserem Raume fehlen, d. h. also daß unser Raum mit dem der projektiven Geometrie nicht zusammentrifft.

Von der projektiven Geometrie hat Russell die deskriptive dadurch unterschieden, daß in ihr die Gerade als gerichtet vorausgesetzt ist. In die Sprache der Relation kann man den Unterschied der Voraussetzungen so übersetzen, daß man sagt: zwei Punkte haben in der projektiven Geometrie zueinander eine symmetrisch transitive, in der deskriptiven eine asymmetrisch transitive Relation. Keine dieser beiden Voraussetzungsgruppen genügt, um aus ihr allein ein Längenmaß für die Gerade und daher eine metrische Geometrie zu gewinnen. Diese bedarf noch anderer Voraussetzungen. Kenner der projektiven Geometrie können sich das leicht klar machen, wenn sie sich erinnern, daß man in dieser zu den metrischen Konstruktionen (Abtragen einer Strecke an einem Punkte, Halbierung einer Strecke usw.) eines festen Kreises bedarf.

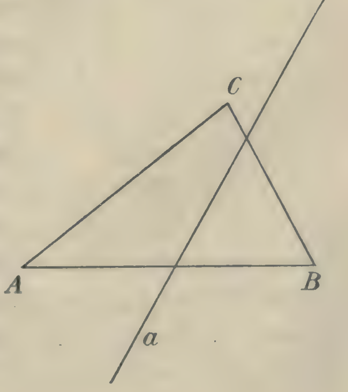
Das Vorgehen Russells bietet, so interessant es ist, Schwierigkeiten für unsere Zwecke, weil seine projektive Geometrie auf unsern Raum unanwendbar ist. Man müßte daher seinen Gedankengang so umbilden, daß aus den Voraussetzungen der projektiven Geometrie nur das aufgenommen würde, was auch für unsern Raum gilt. Dieses System müßte dann an Folgerungen viel ärmer werden. Der Weg, den Hilbert[16]) eingeschlagen hat, entspricht dieser Forderung. Er unterscheidet die Axiome in fünf Gruppen und zeigt deren Unabhängigkeit voneinander dadurch, daß er widerspruchsfreie Systeme herstellt, in denen gewisse Axiome oder Axiomengruppen nicht gelten. Daß diese Systeme widerspruchsfrei sind, beweist er durch ihre Darstellung mit Mitteln der Arithmetik. Aus der vollständigen Durchführbarkeit einer solchen Darstellung

folgt, daß wenn das so dargestellte System Widersprüche enthielte, auch die Arithmetik solche einschließen müßte.

Als Indefinible setzt Hilbert die Gattungsbegriffe Punkt, Gerade, Ebene voraus, und seine Axiome bestimmen die Relationen der Glieder dieser drei Klassen zueinander. Die erste Gruppe von Axiomen, die er als Axiome der Verknüpfung bezeichnet, entspricht den Voraussetzungen der projektiven Geometrie im Sinne Russells d. h. ohne den „deskriptiven" Begriff der Richtung, so weit sie für unsern Raum gelten. Für die Geometrie der Ebene muß man voraussetzen, daß zwei voneinander verschiedene Punkte stets eine Gerade bestimmen, und daß zwei beliebige voneinander verschiedene Punkte einer Geraden diese Gerade bestimmen. Der zweite Satz ist nicht mit dem ersten gegeben, wovon man sich leicht durch einen Vergleich der Ebene mit der Kugelfläche überzeugen kann. Auf dieser ist die der Geraden entsprechende Linie der größte Kreis, und es kann durch zwei beliebige Punkte stets ein größter Kreis gelegt werden; wenn diese Punkte aber entgegengesetzte Pole der Kugel sind, so lassen sich durch sie beliebig viele größte Kreise ziehen, sie bestimmen also dann nicht eindeutig einen größten Kreis. Ferner müssen auf einer Geraden wenigstens zwei Punkte, in einer Ebene wenigstens drei voneinander verschiedene Punkte vorausgesetzt werden. Will man zur dreidimensionalen Geometrie übergehen, so sind weitere Axiome über das Verhältnis der Ebenen zueinander nötig. Drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen, müssen dann eine Ebene vollständig bestimmen, ferner muß eine Gerade ganz in einer Ebene liegen, mit der sie zwei Punkte gemein hat. Endlich müssen wenigstens vier nicht in einer Ebene gelegene Punkte vorausgesetzt werden.

Während diese erste Axiomengruppe nur über die Zugehörigkeit der dimensionslosen und eindimensionalen

Gegenstände zu den ein- und zweidimensionalen und über gemeinsame Elemente der ein- und zweidimensionalen Gebilde Voraussetzungen macht, also auch nur Sätze über diese Verhältnisse aus ihr folgen können, bestimmt die zweite Gruppe, die Axiome der Anordnung, das Verhältnis der Punkte einer beliebigen Geraden zueinander und beliebiger Punkte einer Ebene zu einer Geraden. Es handelt sich um die Einführung der Voraussetzungen, die in den Begriffen „zwischen" und „auf einer Seite gelegen" gewöhnlich ohne Prüfung gemacht werden. „Zwischen" ist eine Relation unter drei Gegenständen, hier also unter drei Punkten. Diese Relation muß insofern umkehrbar sein, als, wenn B zwischen A und C liegt, es auch ebenso zwischen C und A liegt. Ferner muß diese Relation für drei beliebige Punkte einer Geraden eindeutig bestimmt sein, so daß unter ihnen stets einer und nur einer ist, der zwischen den beiden andern liegt. Wir wissen bereits, daß das für geschlossene Kurven nicht gilt. Endlich muß zwischen zwei Punkten stets wenigstens ein anderer liegen und, wenn zwei beliebige Punkte gegeben sind, muß ein dritter da sein, so daß der eine der zwei ersten zwischen ihm und dem anderen liegt. Zu diesen drei linearen Axiomen kommt noch ein ebenes Axiom der Anordnung, das von M. Pasch in der Form aufgestellt ist, daß es das Innere eines Dreiecks im Verhältnis zur Ebene bestimmt. Es lautet: es seien A B C drei nicht in gerader Linie gelegene Punkte und a eine Gerade in der Ebene A B C, die keinen der Punkte A B C trifft: wenn dann die Gerade a durch einen Punkt



der Strecke A B geht, so geht sie gewiß auch entweder durch einen Punkt der Strecke B C oder durch einen Punkt der Strecke A C. Aus diesem Axiom läßt sich die Trennung der Ebene in zwei Gebiete durch jede Gerade ableiten, so daß die Strecke, die zwei Punkte verschiedenen Gebietes verbindet, die Gerade schneidet, während die Strecke zwischen zwei Punkten desselben Gebietes die Gerade nicht schneidet. Philosophisch wäre es wohl befriedigender, diesen Satz als Axiom zu formulieren, indessen müßte dazu erst nachgewiesen werden, daß beide Sätze äquivalent sind, d. h. daß sich dann der Satz über das Dreiecksinnere beweisen ließe.

Bisher ist über Größenverhältnisse noch nichts ausgesagt. Um solche zu gewinnen, müssen als dritte Gruppe Axiome über Kongruenz von Strecken und Winkeln vorausgesetzt werden. Kongruenz ist dabei als symmetrisch transitive Relation zu fassen. Es ist weiter jede Strecke und jeder Winkel sich selbst kongruent, und aus Addition (d. h. räumlich gesprochen, Nebeneinanderlegung ohne gemeinsame Stücke) von kongruenten Strecken oder Winkeln entstehen wieder kongruente Strecken oder Winkel. Die Kongruenzaxiome der Strecken sind lineare, die der Winkel ebene Axiome. Natürlich muß für die letzteren der Begriff des Winkels definiert sein, was ich hier auslasse. Außerdem braucht man noch ein ebenes Axiom für den ersten Kongruenzsatz der Dreiecke; aber es genügt unter Voraussetzung der Kongruenz zweier Seiten und des eingeschlossenen Winkels die Kongruenz der zwei anderen Winkel axiomatisch anzunehmen; die Kongruenz der dritten Seite ist dann beweisbar. Auf Grund dieser Axiome läßt sich der Satz von den Nebenwinkeln und von den Scheitelwinkeln beweisen, ferner, wenn man den rechten Winkel als den definiert, der einem

seiner Nebenwinkel kongruent ist, die Kongruenz aller rechten Winkel. Letzteren Satz hätte demnach Euklid zu unrecht unter die Axiome gestellt, wenn man nicht annehmen will, daß er bei ihm anderen unter den Hilbertschen Kongruenzaxiomen äquivalent ist. Auch die drei ersten Kongruenzsätze der Dreiecke beweist Hilbert aus diesen drei Axiomen. Sie vertreten ferner den Begriff der Bewegung und Streckenübertragung, wobei aber die Bewegung bisher nicht als stetig vorausgesetzt ist.

Als vierte Axiomengruppe tritt nun das Parallelenaxiom oder euklidische Axiom auf, das Hilbert so formuliert: es sei a eine beliebige Gerade und A ein Punkt außerhalb a: dann gibt es in der durch a und A bestimmten Ebene x nur eine Gerade b, die durch A läuft und a nicht schneidet; dieselbe heiße die Parallele zu a durch A. An der Fassung dieses Axioms ist bemerkenswert, daß nicht die Existenz, sondern lediglich die Einzigkeit der Parallelen gefordert wird. Die Existenz einer nicht schneidenden Geraden läßt sich nämlich aus den vorigen Axiomen ableiten. — Wir stehen hier an dem Punkte, von dem die ganze Entwicklung der neuen Geometrie ausgegangen ist. Auf die vergeblichen Bemühungen, das Parallelenaxiom zu beweisen, waren Konstruktionen solcher Systeme gefolgt, die dieses Axiom nicht voraussetzen. Will man dabei an den übrigen Axiomen, vor allem daran, daß zwei Gerade nur einen Punkt gemein haben, festhalten, so ist, wie gesagt, das Vorhandensein einander nicht schneidender Gerader notwendig, dagegen kann es durch einen Punkt ein ganzes Büschel von Geraden geben, die eine nicht durch diesen Punkt gehende Gerade nicht schneiden. Die Grenzgeraden dieses Büschels nennt man dann die Parallelen. Nach Anregungen von Gauß haben Bolyai und Lobatschefsky ein solches System ausgebildet, das heißt be-

wiesen, daß sich eine Fülle innerlich widerspruchsfreier Sätze ans diesen Voraussetzungen ableiten lassen. Da aber niemals alle denkbaren Folgerungen gezogen werden können, wäre noch der Einwand möglich, daß verborgene Widersprüche sich bei weiteren Entwicklungen zeigen können. Nun hat aber Beltrami gezeigt, daß eine zweidimensionale Geometrie dieser Art eine bestimmte, in unserem euklidischen Raume mögliche Fläche ergibt. Wenn man also unseren Raum für widerspruchsfrei hält, so kann man damit die innere Möglichkeit dieser Geometrie als bewiesen ansehen. Denn warum beim Übergang zu höheren Dimensionen Widersprüche auftreten sollten, ist nicht abzusehen. Auch vermittels einer arithmetischen Darstellung läßt sich die Widerspruchsfreiheit dieses Systems beweisen. Wenn man außer dem euklidischen Axiom noch das Axiom der geraden Linie aufgibt und dahin ändert, daß die Gerade eine geschlossene Linie wird, zwei Gerade sich also in zwei Punkten schneiden, sind auch Systeme konstruierbar, in denen es gar keine Parallelen gibt, während die Kongruenzaxiome bestehen bleiben, die Axiome der Verknüpfung und Anordnung aber sich umgestalten. Solche Systeme haben Riemann und Helmholtz konstruiert. Zweidimensional entspräche dem die Kugelfläche, wobei die gerade Linie durch den größten Kreis vertreten würde. Eine Kugelfläche ist durch ihren Radius charakterisiert, d. h. es existiert hier eine für das System wesentliche Konstante. Dasselbe läßt sich leicht auch dadurch ableiten, daß man die geschlossene Natur der Geraden betrachtet. Denn diese setzt eine bestimmte Länge voraus, nach deren Durchlaufung ein Punkt wieder an seine ursprüngliche Stelle gelangt. Aber auch in der Geometrie von Bolyai existiert eine Konstante. Man kann das leicht daraus erkennen, daß der Winkel der beiden Parallelen, oder, was dasselbe sagt, der Umfang des

nicht schneidenden Büschels verschieden groß sein kann. Abhängen wird diese Größe vom Abstande des Schnittpunktes der Parallelen von der ursprünglichen Geraden. Mit diesem Abstand ändert sich der Winkel, aber diese Änderung schließt eine Konstante ein, aus der sich der Winkel für einen gegebenen Abstand berechnen läßt. In beiden nicht-euklidischen Geometrien gelten die Ähnlichkeitssätze nicht, es ist also in ihnen nicht möglich, ein Dreieck ohne Änderung seiner Winkel und der Proportionen seiner Seiten zu vergrößern. Wenn man außer den übrigen Axiomen noch die Stetigkeit voraussetzt, so gilt für die Geometrie von Bolyai, daß die Summe der Winkel im Dreieck stets kleiner als zwei rechte ist. In der Geometrie von Riemann ist diese Winkelsumme stets größer als zwei rechte.

Hilbert hat bewiesen, daß sich widerspruchsfreie Systeme ohne Annahme des Stetigkeitsaxioms aufbauen lassen (nicht-archimedische Geometrie). Indessen möchte ich das Wesen dieser fünften Axiomengruppe dem nächsten Kapitel vorbehalten.

Auf Grund der bisherigen Untersuchungen ist es möglich, von einem bestimmten Lehrsatz zu sagen, von welchen Axiomen er abhängt, d. h. ihn axiomatisch zu analysieren. Abgesehen von allem sachlichen Interesse dieser Untersuchungen, haben sie für den Logiker den Wert einer lehrreichen Analogie; denn eine genaue systematische Durchführung der Logik müßte auch eine Art axiomatischer Analyse der wichtigsten Grundsätze unserer gewöhnlichen wie der wissenschaftlichen Erkenntnis liefern. Indessen nicht diesen Weg wollen wir hier verfolgen, sondern die Bedeutung der Analyse und des Nachweises widerspruchsfreier nicht euklidischer Geometrien für die Frage nach der Natur des Raumes untersuchen.

§ 14. Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Axiome und des Raumes.

Wir haben, soweit dies ohne streng mathematischen Aufbau möglich war, die Schichtung und die rein konstruktive Tragweite der geometrischen Axiome erkannt. Gleichzeitig haben wir gesehen, daß bereits die Aufstellung mehrdimensionaler Systeme mehr als das Minimum der Denkfremdheit voraussetzt. Nunmehr wollen wir die reale Bedeutung und den Rechtsgrund der Geltung der Axiome untersuchen, mit der Absicht, auf diese Weise die erkenntnistheoretische Natur des Raumes bestimmen zu können.

Indessen ist dazu noch eine Voruntersuchung nötig; es muß nämlich dargetan werden, welche Bedeutung Grundsätze von der Art der geometrischen Axiome überhaupt haben können. An dem Mangel einer solchen vollständigen Disjunktion leiden die bisherigen Untersuchungen großenteils. Man ging zunächst gewöhnlich davon aus, daß Urteile, die nicht logisch notwendig seien, aus der Erfahrung stammen müßten. Dabei verstand man unter logischer Notwendigkeit bald Ableitbarkeit aus den Voraussetzungen der reinen Logik, bald eine mehr psychologische Unmöglichkeit, das Gegenteil zu denken, ohne daß man diese beiden Fälle scharf unterschied. Daß die Axiome der Geometrie nicht mit denen der Logik, der Arithmetik und der allgemeinen Größenlehre erschöpft sind, hatte Euklid mit vollendeter Klarheit ausgesprochen. Neu war nach dieser Richtung hin nur der strenge Beweis für die Unbeweisbarkeit des Parallelenaxiomes usw.; dies aber bedeutet doch eigentlich: Euklids Behauptung wurde durch die Mittel der neueren Wissenschaft bestätigt. Indem man aber logische Notwendigkeit gleichsetzte mit einem psychologischen Zwang, so und nicht anders vorzustellen, glaubte man diese Not-

wendigkeit erst durch Konstruktion widerspruchsfreier Systeme auf Grund anderer Voraussetzungen widerlegen zu müssen, wobei nun zum zweiten Male diese „Vorstellbarkeit“ mit der Widerspruchsfreiheit verwechselt wurde. Der logisch und psychologisch gleich ungeklärte Begriff der Vorstellbarkeit brachte dann eine Fülle von Verwirrung in die Diskussion. Einen schärferen Begriff der Notwendigkeit bietet die streng kritizistisch verstandene Kantische Lehre; doch gilt es dabei, Kants wesentliche Einsichten von seiner Darstellung unabhängig zu machen.

Daß die Frage: sind die geometrischen Axiome logisch notwendig oder sind sie Empeireme, nicht richtig gestellt war, wurde auf mathematischer Seite infolge ganz anderer Erwägungen bemerkt. Man wurde nämlich an der Möglichkeit irre, die Axiome empirisch zu beweisen. Es lag dann, den herrschenden nominalistischen Auffassungen entsprechend, nahe, sie als bequeme aber willkürliche Festsetzungen anzusehen. Poincaré [17]) hat diese Ansicht verteidigt. Uns bietet sie jedenfalls das Interesse, daß sie auf eine oft übersehene Möglichkeit aufmerksam macht und so von neuem die Notwendigkeit zeigt, sich eine Übersicht über alle möglichen Fälle zu verschaffen.

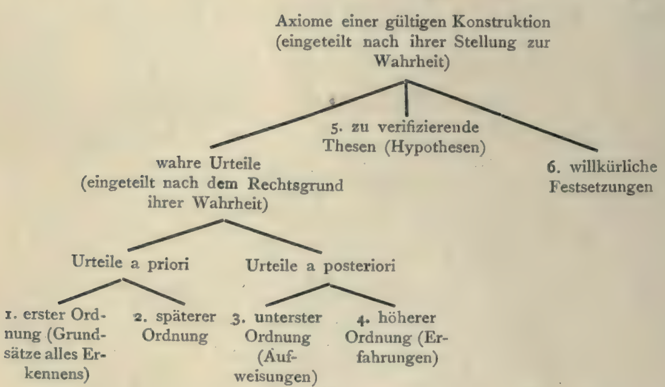
Zu diesem Zwecke wollen wir uns daran erinnern, daß die Geometrie entweder als rein konstruktive Wissenschaft ohne jede Beziehung auf die Wirklichkeit gefaßt werden kann, oder aber als die für die Wirklichkeit gültige Wissenschaft von unserem Raume. Im ersten Falle sind die Axiome, soweit sie nicht Voraussetzungen jeder konstruktiven Wissenschaft überhaupt darstellen, rein willkürliche Annahmen ohne eigenen Wahrheitswert. Notwendige Grundlage jeder Konstruktion ist zum Beispiel, daß Gegenstände beliebig gesetzt und festgehalten werden können. Wir wissen bereits, daß auch in diesen Axiomen ein denk-

fremder Evidenzanteil steckt; indessen hat dieses Minimum der Denkfremdheit logisch insofern eine Sonderstellung, als es Vorbedingung jeder Konstruktion überhaupt ist. Seine Annahme ist also teleologisch notwendig, wenn überhaupt konstruktive Wissenschaften bestehen sollen. Man könnte versuchen, diese Betrachtungsweise weiter durchzuführen, und etwa die nötigen Axiome für beliebige, mehrdimensionale Systeme ebenfalls als in eingeschränkterem Sinne teleologisch notwendig aufzufassen. Uns interessiert hier diese rein konstruktive Betrachtungsweise nicht um ihrer selbst willen, sondern nur weil sie uns den Begriff der teleologischen Notwendigkeit erläutert. Es liegt uns ja nicht an der Geometrie als an einem beliebigen Spezialfall konstruktiver Wissenschaft, sondern als an der gültigen Wissenschaft unseres Raumes. Auch so bleibt sie eine konstruktive Wissenschaft, aber die Ergebnisse ihrer Konstruktionen sollen nun nicht nur in sich widerspruchfrei zusammenhängen, sondern sich zugleich auf unsere Wirklichkeit anwenden lassen. Wir haben also zu fragen, welcher Natur die Voraussetzungen einer anwendbaren konstruktiven Wissenschaft sein können.

Dieser Einteilung können wir zunächst das Verhältnis unserer Voraussetzungen zum Wahrheitswerte zugrunde legen. Sie können entweder als wahr erwiesene Urteile sein oder Thesen, die durch die Gültigkeit aller Ergebnisse der Konstruktion als wahr erwiesen werden sollen (Hypothesen), oder endlich willkürliche Festsetzungen. Daß die letzteren irgendwie eine Rolle spielen können, sei durch die willkürlich gewählten Maßeinheiten belegt, die in unseren physikalischen Konstruktionen angenommen sind. Einer weiteren Einteilung bedarf unter den drei Gliedern dieser Trichotomie nur noch das erste. Hier nun, bei den wahren Urteilen, wird die Einteilung nach dem Grunde

der Geltung zu geschehen haben. Nun wissen wir bereits, daß in jedem wahren Urteil Evidenzanteile der Denkform und der Denkfremdheit enthalten sind. Kein Urteil ist also empirisch in dem Sinne, daß seine Evidenz nur Denkfremdheit einschließt, keines auch rational in der Weise, daß es sich ohne Anleihe an ein etwas, das nicht dem Denken entstammt, aufstellen ließe. Wir müssen also den hier vorhandenen Gegensatz nicht mit dem früher auseinander gesetzten der beiden Evidenzanteile verwechseln. Vielmehr handelt es sich darum, in welcher Beziehung der denkfremde Anteil zu den notwendigen Aufgaben des Erkennens steht. Ist er aus ihnen ableitbar, so nennen wir das Urteil apriori, und zwar reden wir von einer Apriorität erster Ordnung, wenn ohne Voraussetzung des betreffenden Urteils überhaupt keine Erkenntnis möglich ist. Es ist leicht nachzuweisen, daß die Apriorität erster Ordnung mit den Voraussetzungen aller Konstruktion überhaupt sachlich zusammenfällt; denn wenn diese Voraussetzungen als gültig angenommen werden, so läßt sich jedenfalls die allgemeinste konstruktive Wissenschaft anwenden, also irgend etwas erkennen. Andererseits liegt es im Begriffe der allgemeinsten Konstruktion, daß weniger an Denkfremdheit nirgends zureichen kann. Erkenntnisse anderer Art, die aus dem irgendwie spezifizierten Erkenntniszweck als notwendig deduzierbar sind, bezeichnen wir als apriorische Voraussetzungen späterer Ordnung.[17a]) Alle Urteile, die nicht in diesem Sinne apriori sind, nennen wir aposteriori, womit natürlich nicht gesagt sein soll, daß sie keine apriorischen Bestandteile enthalten, sondern nur, daß sie nicht in der Besonderheit ihres Inhaltes apriorisch sind. Ihre Wahrheit muß immer durch Heranziehung besonderer demonstrativ begrenzter Gegenstände erwiesen werden. Das aber ist der eigentliche Sinn des Ausdrucks „empirische

Begründung". Auch hier läßt sich ein Grenzfall aussondern, der gewissermaßen das Gegenstück zu den apriorischen Urteilen erster Ordnung bildet. Es sind Urteile, die direkt etwas Denkfremdes herausheben und dabei ein Minimum an Bearbeitung einschließen. Sie können als einfache Anerkennungen eines Gegebenen in unbestimmter Beziehung zum erkennenden Ich bezeichnet werden. Es ist nun freilich schwierig, diesen Grenzfall darzustellen, da jedes in Worte gefaßte Urteil immer schon viel mehr enthält. Wir haben hier weder das Interesse noch die Möglichkeit, eine ebenso scharfe Ablösung vorzunehmen, wie bei den Grundsätzen alles Erkennens überhaupt. Immerhin nähern sich Urteile wie: „es tönt ein Ton" dem Grenzfall. Wir können diese aposteriorischen Urteile letzter Ordnung als Aufweisungen und die an Denkform reicheren aposteriorischen Urteile höherer Ordnung als Erfahrungen im engeren Sinne des Wortes bezeichnen. Wir erhalten dann folgende Einteilung:



Unter diesen sechs Gliedern sind nun das erste und das dritte in unserem Falle leicht auszuschließen. Die Mathematik hat genügend bewiesen, daß die spezifisch geometrischen Axiome mit den Voraussetzungen aller Kon-

struktion überhaupt weder zusammenfallen noch aus ihnen ableitbar sind. Sie sind also nicht apriorische Urteile erster Ordnung. Daß sie ferner nicht einfache Aufweisungen sind, ist deutlich, sobald man sie ausspricht. Daß eine Gerade, was sie auch sonst sein mag, jedenfalls nicht, wie eine bestimmte Farbe, einfach aufweisbar ist, wird niemand bezweifeln. Ist es doch streng genommen unmöglich, eine Gerade im geometrischen Sinne überhaupt aufzuweisen.

Es ist ferner hervorzuheben, daß zwischen dem vierten und fünften Gliede unserer Einteilung, zwischen Erfahrungen und Hypothesen, nur ein relativer Unterschied besteht. Eine jede Erfahrung hat, wenn man sie verallgemeinert, noch ein hypothetisches Element in sich, und jede Hypothese strebt danach, sich als Erfahrung zu bewähren. Mit Bezug auf ein von einem Grundsatze her zu konstruierendes System kann man den Grundsatz dann als Erfahrung bezeichnen, wenn er außerhalb des Systems aus der Verarbeitung des Aufgewiesenen gewonnen ist. Dagegen ist er eine Hypothese, wenn erst die Gültigkeit der Folgerungen des Systems ihn bewähren soll. Im wirklichen Vorgehen der Wissenschaften wird beides fast immer zusammentreffen. Man pflegt die Voraussetzungen einer größeren Konstruktion nicht ohne irgend welche empirischen Anhaltspunkte aufzustellen, läßt sie sich aber dann doch gerade durch ihre Folgerungen bewähren.

Unter den bei jedem Axiom zu erwägenden Möglichkeiten bedarf nun aber eine noch der näheren Erörterung. Wir haben ganz allgemein den Begriff apriorischer Urteile späterer Ordnung aufgestellt als der Bedingungen einer speziellen Erkenntnisart, die sich als postuliert erweist. Aber fruchtbar kann dieser Begriff nur werden, wenn man im einzelnen Falle die Postulate wirklich begründet, um die es sich handelt. Wir kommen demnach hier zu einer

neuen, rein erkenntnistheoretischen Betrachtung des Raumes als einer Erfüllung von Postulaten, einer Betrachtung, die, von der entgegengesetzten Seite ausgehend, sich dann mit der mathematischen Analyse begegnen muß, um mit ihr zusammen das Problem zu lösen. Es ist, um historisch zu sprechen, der Gedankengang von Kants transzendentaler Deduktion der Kategorien, angewendet auf den Raum.

Die Frage, was ist der Raum, gewinnt nun also die Bedeutung: welche Dienste leistet der Raum unserer Erkenntnis der Wirklichkeit, oder welche Forderungen muß der Raum erfüllen, damit Wirklichkeitserkenntnis möglich ist? Wirklichkeit ist aber ein bisher nicht definierter Begriff, dessen genaue Bestimmung sich als sehr schwierig erweisen wird. An dieser Stelle kann es sich nur um Heraushebung der Züge handeln, die für den Raum wichtig sind. Nun wissen wir bereits, daß eine Unterscheidung verschiedener Gegenstände voneinander nur mit Hilfe der Aufzeigung möglich ist. Selbst das Minimum der Denkfremdheit enthält demnach die Aufzeigung zwar nicht als logische aber doch als tatsächliche Voraussetzung. Eine bestimmte Inhaltlichkeit ist aber als Gegenstand nur mit Hilfe einer bestimmten Aufzeigung festzusetzen. Was nun eine bestimmte Demonstration erfordert, ist zuerst ganz allgemein, dann unter Hinzunahme besonderer Bedingungen zu untersuchen.

Soll die Demonstration die Möglichkeit bieten, verschiedene Gegenstände in bestimmter Weise voneinander zu unterscheiden, so muß es eine Anordnung der demonstrabeln Gegenstände geben, die, von aller Inhaltlichkeit ganz unabhängig, die einzelne Demonstration genau zu fassen erlaubt. Da hier ein Gegensatz zu aller Inhaltlichkeit vorliegt, kann man von Formen der Anordnung reden, muß sich aber klar halten, daß die Form als solche dann

nicht mehr ein demonstrativ zu bestimmender Gegenstand, sondern nur ein Merkmal eines solchen Gegenstandes ist. Da dieses Merkmal keine selbständige Inhaltlichkeit hat, muß es sich durch Relationen des Gegenstandes zu andern Gegenständen oder durch Relationen der Teile des Gegenstandes zueinander bestimmen lassen. Da diese Relationen unabhängig von jeder besonderen Eigenart der Gegenstände sein sollen, müssen sie sich in genau der gleichen Weise erfassen lassen, wenn man an Stelle der inhaltlich bestimmten Gegenstände solche setzt, von denen nichts als die betreffenden formalen Merkmale und die allgemeine Gegenständlichkeit vorausgesetzt sind. Daraus folgt, daß unsere Ordnungsform durch eine Konstruktion beherrschbar wird.

Die Rolle dieser Form wird noch deutlicher, wenn wir eine Mehrheit individueller Subjekte als Voraussetzung hinzunehmen. Wir machen freilich auf diese Weise unsere folgende Deduktion voraussetzungsvoller und, sofern irgend welche Seiten des Postulates von dieser neuen Voraussetzung abhängen, bleibt die Apriorität seiner Suffizienz relativ. Wir setzen also jetzt eine Mehrheit erkennender Subjekte voraus, die alle danach streben, überindividuell zu werden, d. h. von der nur individuellen Eigenart ihres Erlebens zu einer Welt aufzusteigen, die nur noch vom überindividuellen rein erkennenden Ich abhängig ist. Dieser Welt sollen sich alle zunächst nur dem Individuum gegebenen Gegenstände einordnen lassen. Daraus folgt, daß die Ordnungsform der demonstrativen Gegenstandsbestimmung von allem Individuellen im Ich gänzlich unabhängig sein muß. Es wird auf diese Weise eine Forderung mindestens noch deutlicher, von der ich offen lassen möchte, ob sie sich auch von einem einzigen Ich aus begründen ließe: ich meine die Gleichwertigkeit

aller Orte der Ordnung. Die mehreren Subjekte können gegenseitig füreinander ja ebenfalls nur durch Zuordnung zu demonstrativ abgegrenzten Gegenständen erfaßbar sein. Soll ihre Welt gemeinsam sein, so muß jede Bestimmung von einem solchen Zuordnungsorte aus sich in eine Bestimmung von einem beliebigen andern Zuordnungsorte her umformen lassen. Kein Ort hat dabei einen Vorzug vor einem anderen. Es wird jetzt die Schwierigkeit sichtbar, die übrig bleibt, so lange man nur ein einziges Subjekt voraussetzt. Soll dieses einzige Subjekt nämlich auch noch individuell bestimmt sein, so muß es, da seine Individualität dann nicht andern Subjekten gegenüber ausgezeichnet werden kann, durch Zuordnung zu bestimmten Gegenständen sich individualisieren. Macht man diese Voraussetzungen, so wäre in der Tat denkbar, daß auch die Ordnungsform zwar von der Inhaltlichkeit aller übrigen Gegenstände unabhängig, doch aber von ihrer Stellung zu den dem Ich zugeordneten Gegenständen abhängig wäre. Dann ließe sich also eine Anordnungsform denken, die mit den gewöhnlichen individuellen Unterscheidungen von oben und unten, nah und fern, einige Ähnlichkeit hätte. Geht man dagegen direkt von einem als einzig gedachten individuellen Ich zum überindividuellen Subjekt über, so bleibt fraglich, ob hier die Unabhängigkeit des Ortes und seiner Erfüllung voneinander erhalten bleiben muß, oder ob nicht dem überindividuellen Subjekte eine Welt zugehört, in der, wie in Leibnizens System, beides zusammenfällt. Sehr viel deutlicher werden die notwendigen Bestimmungen einer Form der Demonstration sofort, wenn man von einer Mehrheit individueller Subjekte ausgeht, die mit Hilfe einer gemeinsamen Welt sich im Erkennen von ihrer Individualität befreien wollen. Man sieht aus diesem Beispiele, daß es nicht immer zweckmäßig ist, von den obersten Begriffen

in ihrer abstraktesten Fassung auszugehen, sondern daß man diese mit Beziehung auf die Art ihrer Erreichung aufnehmen muß. Wir haben also nun eine Form der überindividuellen Demonstration gefordert, deren Relationen von jedem individuellen Ausgangspunkte unabhängig sein sollen, oder in der jeder Ort jedem andern Orte gleichwertig sein soll.

Das Postulat der überindividuellen Demonstration ist bisher so allgemein gefaßt, daß Raum und Zeit in gleicher Weise zu seiner Suffizienz gehören. Wir können hier die möglichen Versuche, diese Doppelheit der Ordnungsformen zu erklären, nicht diskutieren, sondern wir schreiten in der nähern Bestimmung unserer Voraussetzungen dadurch fort, daß wir nun die individuellen Subjekte als in der Zeit erlebende voraussetzen. Man könnte hier einwenden, daß doch schon vorher im Begriff des erlebenden Subjektes die Zeit eingeschlossen sei. Gewiß ist es für uns schwer, wenn nicht unmöglich, ein Erlebnis als nicht zeitlich vorzustellen. Aber das betrifft doch nur die psychologische Repräsentation. Wenn man die vorangehenden Überlegungen nochmals durchsieht, wird man leicht finden, daß die besonderen Eigenschaften der Zeit, ihre Eindimensionalität und ihr einsinniger, nicht umkehrbarer Ablauf, nirgends vorausgesetzt sind. Nunmehr aber setzen wir unsere erlebenden Subjekte als in ihren Erlebnissen an die Zeit gebunden voraus. Wir meinen damit, daß jedes einzelne Erlebnis entsteht und vergeht. Es sei nur nebenbei gesagt, daß die Zeit selbst als dem Postulate überindividueller Demonstration genügend aufgefaßt werden muß; denn sonst wäre eine Gemeinsamkeit der vergehenden Ereignisse, als welche sich jetzt die Erlebnisse näher bezeichnen lassen, nicht möglich. Es ist aber dann auch leicht nachzuweisen, daß es eine von der Zeit unabhängige zweite Form der überindividuellen Demonstration geben muß. Die Individuen

erscheinen einander ja als Gegenstände, die Inbegriffe gleichzeitiger Ereignisreihen sind. Diese Gegenstände müssen ebenfalls eine Form des Außereinander erhalten, die der überindividuellen Demonstration genügt. Da die Zeit ihnen allen gemeinsam ist, ein zeitlicher Ort sie also nicht unterscheidet, so muß diese Form von der Zeit unabhängig sein. Es läßt sich diese Argumentation noch verallgemeinern. Soll das zeitlich Wechselnde erkannt werden, so müssen in ihm Gegenstände unabhängig von der Zeit bestimmt werden können. Diese Gegenstände müssen, da sie nicht als konstruierte sondern als erlebte Gegenstände auftreten, sich in einer überindividuellen Form der Anordnung und Demonstration befinden, die von der Zeit unabhängig ist.

Es kann fraglich erscheinen, ob der Begriff der geometrischen Bewegung die Zeit einschließt. Geometrische Bewegung bedeutet nichts anderes, als daß ein geometrisches Gebilde an verschiedenen kontinuierlich zusammenhängenden Orten gedacht werden kann. Soll nun ein identisch bleibender Gegenstand verschiedene Orte einnehmen, so muß es auch für diese verschiedenen Lagen, wenn man sie als Gegenstände denkt, eine Ordnungsform geben. Also setzt Bewegung jedenfalls auch im geometrischen Sinne eine vom Raum unabhängige Ordnungsform voraus. Fraglich kann erscheinen, ob diese Ordnungsform notwendig die übrigen Eigenschaften der Zeit haben muß. Indessen ist diese Frage ohne große Bedeutung für die uns beschäftigenden Probleme. Wir können ruhig die Bewegung als die Zeit einschließend voraussetzen, da, wenn wir damit zuviel voraussetzen, lediglich eine frühere Stufe der Apriorität für die nur mit Hilfe der Bewegung darstellbaren Eigenschaften des Raumes folgen würde. Die Möglichkeit einer rein geometrischen Bewegung, d. h. einer

Ortsänderung von Gebilden, an denen nur räumliche Momente gesetzt sind, hängt ab von der inneren Gleichartigkeit des Raumes. Denn ein räumliches Gebilde muß dabei unverändert jeden beliebigen Ort des Raumes einnehmen können. Diese freie Beweglichkeit ermöglicht auch alle Messung im Raume.

Die vorläufig nur allgemein gefaßten Anforderungen, die an den Raum zu stellen sind, werden sich nun viel genauer bestimmen lassen, wenn wir sie im Verhältnis zu den verschiedenen Gruppen geometrischer Axiome untersuchen. Eine solche Betrachtungsweise muß sich aber für jede Gruppe mit einer Nachprüfung der übrigen möglichen Auffassungen der Axiome, nämlich als Erfahrungssätze, Hypothesen oder Festsetzungen, verbinden. Ehe wir dabei an die speziell geometrischen Voraussetzungen kommen, müssen wir die allgemeinen Begriffe einer mehrdimensionalen Mannigfaltigkeit und eines letzten räumlichen Elementes untersuchen. Beginnen wir mit dem Letzteren. Solange man ohne Rücksicht auf unseren Raum Ordnungssysteme konstruiert, ist in diesen Systemen vom Elemente nichts anderes ausgesagt, als daß es sich in bestimmt gesetzten Relationen zu andern Elementen befindet. Danach ist auch jede Anwendung des Systems auf ein beliebiges System von Gegenständen denkbar, sofern diese Gegenstände den betreffenden Forderungen genügen. Es gibt daher geometische Anwendungen von Ordnungssystemen, in denen Strahlenbüschel die Stelle des Elementes einnehmen. So ausgesprochen, erscheint das gar nicht verwunderlich, erhält vielmehr einen paradoxen Anschein erst, wenn man sagt, daß Strahlenbüschel als Punkte angesehen werden können. Dieser Ausdruck ist in der Tat nur dann zulässig, wenn man den Punkt als beliebiges Element definiert. Faßt man dagegen dieses Wort, wie man es zweckmäßigerweise

tun sollte, als letztes Element der Ordnungsform Raum, so können Strahlenbüschel natürlich niemals Punkte sein. Element des Raumes kann nur sein, was keine inneren räumlichen Beziehungen einschließt. Alle Teile eines räumlichen Ganzen können aber nur durch räumliche Beziehungen zueinander unterschieden werden. Also muß das räumliche Element ohne Teile sein. Die besonderen Fragen, die sich daraus ergeben, wie nämlich unteilbare Teile sich zu den anderen räumlichen Gebilden verhalten, sollen später bei Gelegenheit der Stetigkeit untersucht werden.

Ist nun die Mehrdimensionalität des Raumes a priori gefordert, könnte nicht eine eindimensionale Ordnung genügen? Verschiebung im rein geometrischen Sinne ist auch in einer Dimension denkbar, freie Bewegung wirklicher raumerfüllender Körper aber setzt mehrere Dimensionen voraus, da in einer Dimension kein Ausweichen möglich wäre. Soll also der Raum als Raum einer Physik beweglicher Körper gedacht werden, so muß er mehr als eine Dimension haben. Die Zahl der Dimensionen muß endlich und bestimmt sein, da ja der Raum ein beherrschbares Ordnungssysten sein soll. Da es sich bei der Zahl der Dimensionen um eine Anzahl handelt, sind andere als natürliche Zahlen ausgeschlossen. Einer gewissen Erläuterung bedarf vielleicht noch der Begriff der Dimension in bezug auf die räumliche Wirklichkeit. Man identifiziert nämlich zuweilen Dimension mit Richtung, sagt dann, unser Raum habe eigentlich unendlich viele Dimensionen, unter denen wir aus Zweckmäßigkeitsgründen drei Hauptrichtungen herausheben. Indessen bedeutet die Dimension eines Ordnungssystems die Anzahl voneinander unabhängiger Bestimmungen, durch die ein beliebiges Element des Systems im Verhältnis zu einem beliebigen andern notwendig und hinreichend bestimmt wird. Solche von-

einander unabhängige Bestimmungen sind nun in unserem Raume stets drei und nur drei notwendig. Als Teile einer höherdimensionalen Ordnung lassen sich stets niederdimensionale Ordnungen festsetzen. Daher gibt es in unserem Raume zwei- und eindimensionale Ordnungssysteme.

Welche Bedeutung hat nun aber die Dreidimensionalität des Raumes? Es scheint unmöglich, einen inneren teleologischen Vorzug der Zahl 3 vor irgend einer andern endlichen ganzen Zahl, die größer als 1 ist, nachzuweisen. Also ist die Dreizahl der Dimensionen jedenfalls nicht in dem Sinne apriorisch, daß bei einer anderen Zahl von Dimensionen notwendige Postulate unerfüllt blieben. Als Festsetzung willkürlicher Art läßt sich aber die Dreizahl erst recht nicht auffassen; denn keine andere Zahl ergibt eine Konstruktion, die für unsere Wirklichkeit gültig ist. Also, wird man sagen, handelt es sich hier um einen Erfahrungssatz oder um eine Hypothese. Wir wissen schon, daß diese beiden Fälle nicht prinzipiell voneinander verschieden sind. Dagegen aber spricht nun, daß jede einzelne Realität sich überindividuell demonstrieren und damit einem Erfahrungsystem einordnen nur dadurch läßt, daß sie einer bestimmten Ordnungsform angehört. Zur Bestimmtheit der Ordnungsform gehört aber die Festlegung der Zahl ihrer Dimensionen. Also setzt jede einzelne Erfahrung bereits eine bestimmte Dimensionszahl voraus, und es erscheint unmöglich, umgekehrt aus den Erfahrungen auf die Zahl der Dimensionen zu schließen. Wir kommen auf diese Weise zu einem besonderen Begriffe der Apriorität, der sich als eine Erweiterung des bisherigen darstellt. Apriori ist die Suffizienz der Postulate, ohne deren Erfüllung keine Erfahrung möglich ist. Nun gibt es, wie sich uns bei der Dimensionenzahl gezeigt hat, gewisse Momente der

Suffizienz, die bestimmt sein müssen, damit Erfahrung möglich sei, d. h. deren Bestimmung nicht aus Erfahrung abgeleitet werden kann, ohne daß doch eine ganz bestimmte Art der Erfüllung aus dem Postulate sich teleologisch ableiten ließe. Wir nennen diese Teile überschießende Teile des Suffizienten. Will man alles, was sich nicht logisch oder teleologisch ableiten läßt, als Tatsache bezeichnen, so sind es Tatsachen; dagegen darf man sie durchaus nicht als Erfahrungstatsachen ansehen, sondern muß dem Begriff der Tatsache eine weitere Ausdehnung geben als dem der Erfahrung. Die Notwendigkeit solcher überschießender Teile des Suffizienten läßt sich vielleicht aus dem Grundsatze des Utraquismus ableiten. Doch scheint es nicht einfach, dieser Ableitung eine strenge Form zu geben. Übrigens sei diese Auffassung der Dreidimensionalität mit aller Reserve gegeben. Ich habe nämlich die Zufälligkeit der Dreizahl nur durch das Argument des fehlenden Grundes bewiesen und kann daher keineswegs ausschließen, daß nicht von einer andern teleologischen Erwägung her ein solcher Grund doch noch gefunden werden könnte.

Wir gehen nun wiederum die Axiomengruppen Hilberts durch und sehen auch jetzt noch von der Stetigkeit ab, weil diese uns später beschäftigen wird. Nur vordeutend sei darauf hingewiesen, daß die Stetigkeit mit der Passivität der Anschauungsformen jeder beliebigen Setzung gegenüber innig zusammenhängt. Wie dieser Zusammenhang genauer zu fassen ist, kann erst nach der Analyse des Begriffes der Stetigkeit dargelegt werden.

Die Axiome der Verknüpfung betreffen das Verhältnis der Elemente zu den ein- und zweidimensionalen Gebilden und dieser zueinander. Ein Teil dieser Axiome fordert die Existenz einer bestimmten Minimalzahl von Punkten. Er ist uns weniger wichtig, da bei der Passivität der An-

schauungsformen und dem allgemeinen Postulate beliebiger Gegenstandsetzung wir innerhalb der durch die Dimensionszahl gegebenen Schranken beliebige Punkte setzen können. Für den Mathematiker, der gleichzeitig an die beliebige Konstruktion von Ordnungssystemen zu denken hat, ist es freilich wichtig, genau zu bestimmen, welche Elemente er voraussetzen muß, um andere von ihnen aus zu konstruieren. Die übrigen Axiome der Verknüpfung zeichnen sich dadurch aus, daß sie möglichst einfach und ausnahmslos sind. Zwei beliebig voneinander verschiedene Punkte bestimmen das ursprüngliche System erster Dimension, die Gerade. Ein Punkt allein kann dazu nicht ausreichen, wenn zwischen den Punkten verschiedener Geraden eine Verbindung durch Gerade möglich sein soll; denn wenn ein Punkt allein genügte, eine Gerade zu bestimmen, so könnte er auch nur auf einer Geraden liegen. Dann wäre seine Beziehung zu einem Punkte dieser Geraden anders als die zu einem beliebigen anderen Punkte, und die Homogenität des Raumes wäre damit aufgehoben. Wenn man die Farben in bekannter Weise in ein dreidimensionales System ordnet, so sind dabei in der Tat die Verbindungslinien verschiedener Punkte nicht gleichwertig, da nur auf einem Wege jeweils eine Anderung der Sättigung ohne eine solche der Helligkeit oder des Farbentons möglich ist. Reflektiert man hierauf, so ist das System nicht homogen, und es bestimmt jeder Punkt für sich in ihm eine ausgezeichnete Richtung. Zwei Punkte, bilden also die geringste Zahl, die bei homogenem Raume imstande ist, ein ursprüngliches eindimensionales System zu bestimmen. Daß man diesen einfachsten Fall nun wirklich setzt, könnte als eine bequeme Festsetzung erscheinen. Indessen bedeutet hier die größtmögliche Einfachheit mehr als eine bloße Bequemlichkeitsache. Wir müssen uns nur erinnern, was „Gerade" in diesem Zusammenhange sagen will. Sobald drei

Punkte dazu nötig sein sollen, eine „Gerade“ zu bestimmen, bliebe das Verhältnis nur zweier Punkte zueinander ohne Festlegung. Denn „Gerade“ bedeutet hier das einfachste eindimensionale Gebilde. Es sei übrigens eine allgemeine Bemerkung erlaubt. Man könnte meinen, daß Argumentationen, wie wir sie hier anstellen, einen Beweis der Axiome geben sollen und damit dem wesentlichen Kennzeichen des Axioms, unbeweisbar zu sein, widersprechen. Indessen handelt es sich bei derartigen teleologischen Ableitungen nicht um das, was der Mathematiker einen Beweis nennt. Für den rein konstruktiven Aufbau der Systeme bleiben die Axiome unbeweisbar. Nur aus der Stellung, die der Raum im Erkennen notwendig einnimmt, wird erwiesen, daß unter den verschiedenen Ordnungssystemen eines dem Raume entsprechen muß. Daß ferner zwei beliebige Punkte einer Geraden diese Gerade bestimmen, folgt aus der Gleichwertigkeit jeder Setzung. Zwar hat ein Kreis auch keine absolut ausgezeichneten Punkte; wenn aber ein beliebiger Punkt in ihm angenommen wird, so steht er zu dem diametral entgegengesetzten Punkte in einer ausgezeichneten Beziehung. Auf der Kugel zeigt sich dies daran, daß zwei solche Punkte den Kreis nicht eindeutig bestimmen. Ganz entsprechende Erwägungen lassen sich auf die dreidimensionalen Axiome dieser Gruppe anwenden.

Die Axiome der Anordnung führen auf der Geraden das Verhältnis von drei Punkten als eindeutig bestimmt ein. Auch hier kann man von einer einfachsten Festsetzung reden. Zwei Punkte haben ja zueinander in bezug auf ihre Lage stets und nur die Beziehung, daß sie eine Gerade bestimmen. Um eine Anordnung auf der Geraden festzulegen, muß also ein dritter Punkt hinzugenommen werden. Ist dieser gewählt, so ist eindeutig bestimmt, welcher von den drei Punkten zwischen den beiden andern

liegt. Dadurch ist die Anordnung aller Punkte der Geraden bestimmbar. Auch dieses Axiom schließt die Offenheit der Geraden ein. Man kann an ihm vielleicht am besten zeigen, daß es undenkbar ist, ein solches Axiom als Empeirem zu fassen. Wäre nämlich unsere Gerade in der Tat ein Kreis von sehr großem Durchmesser, so daß in unsere gewöhnliche Erfahrung nur relativ kleine Segmente dieses Kreises fielen, so wäre für die uns vorkommenden Punkte die Richtung immer bestimmt, da der weitere Weg um das größere Kreissegment praktisch nicht in Betracht käme. Was also von der Erfahrung ausgeschlossen wäre, könnte immer nur eine bestimmte Größe des Kreises sein. Dagegen widerspräche jede Geschlossenheit der Geraden der Forderung, daß durch zwei Punkte eindeutig eine Gerade bestimmt ist. Man kann die Axiome, die der Relation „zwischen“ entsprechen, auch dadurch kennzeichnen, daß man sagt, trotz der homogenen Lage des Punktes zur Geraden muß jeder Punkt als von allen andern verschieden ausgezeichnet werden. Da „zwischen“ eine ursprüngliche Relation ist, also nicht durch notwendige Folgerungen aus ursprünglicheren Relationen in seinem Geltungsbereich eingeschränkt sein kann, so folgt aus der Passivität des Raumes jeder Setzung gegenüber, daß zu zwei Punkten stets ein dritter gefunden werden kann, so daß die Relation für die drei Punkte gilt. Da nun diese Relation die Außenpunkte vom Innenpunkt unterscheidet, muß jeder der zwei ursprünglichen Punkte sowohl Außen- als auch Innenpunkt sein können, d. h. es muß stets zwischen zwei Punkten einen dritten geben, und es muß zu zwei Punkten ein dritter stets so bestimmt werden können, daß ein beliebiger von den zwei ersten Punkten zwischen dem anderen von ihnen und dem neuen Punkte liegt. Auch hier lassen sich ähnliche Überlegungen auf das Verhältnis

von Gerader und Ebene anwenden. Der Parallelismus der linearen und ebenen Axiome ist hier wie in anderen Fällen nur dadurch gestört, daß gewisse Bestimmungen aus den linearen Axiomen sich für die Ebene beweisen lassen, wenn man nur einen Teil der axiomatischen Festlegungen für sie trifft. Aus demselben Grunde ist für den Raum überhaupt kein neues Axiom mehr nötig, da alle Ordnungsverhältnisse sich hier aus den Axiomen der Verknüpfung und aus den linearen und ebenen Axiomen ableiten lassen.

Die Kongruenzaxiome ermöglichen die Meßbarkeit räumlicher Größen und, was dasselbe besagt, die freie Beweglichkeit im Raume. Gerade diese ihre Beziehung zur freien Beweglichkeit hat Helmholtz [18]) Anlaß gegeben, den empirischen Ursprung dieser Axiome zu behaupten. Wenn es keine starren Körper gäbe, so meint er, wäre Streckenübertragung und damit Messung unmöglich. Der Zirkel, den er dabei beging, ist schon öfter aufgedeckt worden: Starrheit eines Körpers ist im Zusammenhange dieser fundamentalen Betrachtungen nur als Beibehaltung seiner metrischen Eigenschaften bei der Bewegung zu definieren, also kann die Beibehaltung dieser Eigenschaften nicht erst aus der Starrheit logisch abgeleitet werden. Der große Physiker ließ sich auch hier wie öfters durch die Verwechslung von logischer und genetischer Erklärung irre führen. Es gibt ja im strengen Sinne des Wortes überhaupt keinen starren Körper, da alle z. B. durch Temperaturänderungen ihre Größen ändern. Aber diese Änderungen setzen wir eben niemals aufs Konto des Raumes, sondern stets auf das der Raumerfüllung. Der Übergang von den linearen zu den ebenen Kongruenzaxiomen sieht aus ähnlichen Gründen wie bei den Anordnungsaxiomen etwas kompliziert aus. Es handelt sich darum, die freie Beweglichkeit nicht nur der Strecke sondern auch beliebiger endlicher

ebener Figuren festzulegen. Dem Mathematiker kommt es aber darauf an, nicht beliebige hinreichende Bedingungen sondern lediglich die absolut notwendigen Bedingungen dafür aufzustellen. Nun sind durch die Kongruenzaxiome der Strecken und durch die Axiome der vorangehenden Gruppen schon eine Anzahl von Eigenschaften der Ebene bestimmt, daher handelt es sich nur noch um Aufstellung ergänzender Axiome. Ob nicht Systeme äquivalenter Axiome gefunden werden können, bei denen diese Ergänzungen, einen mehr harmonischen Charakter annehmen würden, muß offen bleiben und ist Sache der Mathematiker.

Am meisten Streit herrscht über die Bedeutung des Parallelenaxioms. Wenn man eine *Riemannsche* oder *Bolyaische* Geometrie voraussetzt, so ist freie Beweglichkeit und Messung so gut wie in unserem Raume möglich. Dagegen gelten die Ähnlichkeitssätze nicht mehr, sondern die Winkelgrößen und Seitenverhältnisse hängen von der absoluten Größe der Figuren ab. Darin spricht sich aus, daß diese Raumformen eine absolute Größe voraussetzen, die Raumkonstante oder das sog. *Gaußsche* Krümmungsmaß. Es sind also in diesen Räumen wohl alle Lagen, nicht aber alle Längen einander gleichwertig. *Delboeuf* bezeichnet die Gleichwertigkeit aller Lagen als *Isogenität*, die aller Längen als *Homogenität*[19]). Isogen sind danach alle Raumformen, in denen die Kongruenzaxiome gelten, homogen ist nur der euklidische Raum. Es läßt sich daher die Frage auch so stellen: welche Bedeutung hat die Homogenität des Raumes? Bevor diese Frage erörtert wird, sei daran erinnert, daß die beiden nichteuklidischen Formen nicht gleichwertig sind. Im *Riemannschen* Raume gibt es wie auf der Kugel eine absolute Länge, nach deren Durchmessung auf der Geraden ein Punkt wieder an seine alte Stelle gelangt. Der Raum ist also hier endlich, und wir

haben zwar keine exzeptionellen Punkte, wohl aber exzeptionelle Punktpaare. Was gegen diese Annahme a priori zu sagen ist, wurde bereits erörtert. Ein solcher Einwand ist gegen die Bolyaische Form nicht zu erheben, da die Axiome der geraden Linie hier wie im euklidischen Raume gelten. Dagegen bleibt die Abhängigkeit des Parallelenwinkels von der Entfernung und damit eine absolute Raumkonstante bestehen. Die Entfernung bekommt also auch hier eine absolute Bedeutung, die Form ist von der Größe nicht mehr unabhängig, die Quantität ist nicht mehr relativ. Dies widerstreitet doch wohl dem Begriffe eines Ordnungssystems, das jede beliebige Setzung seiner konstituierenden niederdimensionalen Ordnungen erlaubt. Indessen hat Russell gegen eine solche Argumentation einen sehr scheinbaren Einwand vorgebracht. In unserer und, wie es scheint, in jeder Geometrie gibt es ein absolutes Winkelmaß. Ist aber mit der apriorischen Bedeutung des Raumes irgend eine absolute Größe verträglich, so ist nicht einzusehen, warum eine andere absolute Größe dies nicht sein sollte. Doch scheint mir auch dieses Argument nicht unwiderleglich. Der Winkel ist nämlich, wie man ihn auch definieren mag, nicht in demselben Sinne ursprünglich wie die Gerade. Hilbert z. B. definiert den Winkel als das System zweier von einem Punkte ausgehender Halbstrahlen. Damit ist, wenn man die Axiome der Geraden und der Teilung der Ebene durch die Gerade hinzunimmt, schon ein exzeptioneller Winkel gesetzt, nämlich der, bei dem die beiden Halbstrahlen eine Gerade bilden. Dieser besondere Fall, an dem das ganze absolute Winkelmaß hängt, ist also notwendig. Es widerspricht der Passivität des Raumes keineswegs, daß irgend welche abgeleitete Größen durch den Begriff des Ordnungsystemes festgelegt sind. Sonst könnte man auch, daß gerade drei Punkte eine Ebene bestimmen,

als Aufstellung einer absoluten Zahl bezeichnen und mit der Raumkonstante des Bolyaischen Raumes vergleichen. Etwas ganz anderes aber ist doch die Forderung einer vom konstruktiven Standpunkte her willkürlichen Größe in den den Raum definierenden Grundaxiomen. Es ist daher die euklidische Raumform die einzige, in der neben den übrigen a priori geforderten Eigenschaften auch die ebenfalls a priori nötige Relativität der ursprünglichen unabgeleiteten Raumgrößen und die damit zusammenhängende Passivität des Raumes gegen Größenbestimmungen erfüllt ist. Man wird hier sagen, daß die Winkelgröße doch auch selbständig definiert werden muß. Das ist gewiß richtig, aber diese Definition wird immer irgendwie den gestreckten Winkel oder den Vollwinkel von vier rechten enthalten, und ist also von der Geraden als einer exzeptionellen Lage dreier Punkte zueinander abhängig. Daß über Winkelgleichheit noch irgenwelche andere Bestimmungen hinzugenommen werden müssen, beweist dagegen gar nichts. Es ist also nicht nur die Isogenität, sondern auch die Homogenität des Raumes a priori notwendig.

Mit diesen Erwägungen sind nun eigentlich die andern Behauptungen über die Natur des Parallelenaxioms abgewiesen. Bei der Bedeutung ihrer Vertreter aber lohnt es sich noch, kurz auf sie einzugehen. Da bei Annahme des Parallelenaxioms bestimmte Folgerungen für die Messung sich ergeben, so liegt es nahe, dieses Axiom für eine Hypothese anzusehen, die durch Bewährung ihrer Folgerungen die Bedeutung eines in ziemlich großen Annäherungen erwiesenen Erfahrungssatzes angenommen hat. Als Folgerungen des Axioms, die durch Messungen bestätigt werden können, denkt man etwa an den Satz von der Winkelsumme des Dreiecks oder auch an das Verhältnis des Kreisumfanges zum Durchmesser. Da sich

Kreisumfänge durch ein Fadenmaß angenähert messen lassen, ist auch in diesem Falle eine Grenze angebbar, über die hinaus das Verhältnis von Umfang und Durchmesser nicht von der aus den euklidischen Axiomen geforderten Zahl π abweicht. Daraus wäre zu folgern, daß der Parallelenwinkel in einer gewissen Entfernung von der Geraden, oder daß die Raumkonstante des Raumes eine gewisse Größe nicht überschreiten kann. Es wäre also empirisch zu beweisen, daß unser Raum nicht über eine gewisse Größe hinaus vom euklidischen abweicht. In diesem Sinne ist das Parallelenaxiom empirisch beweisbar. Damit ist aber nicht seine empirische Natur bewiesen; denn, wenn es a priori gilt, so müssen sich unsere empirischen, d. h. immer nur angenäherten Messungen genau ebenso verhalten. Von einem Empeirem würde man fordern, daß es nicht nur empirisch erweislich, sondern auch durch bestimmten Ausfall von Erfahrungen widerlegbar wäre. Auch diesen Weg hat man betreten. Man hat gemeint, die Entscheidung zwischen einem euklidischen und einem durch die Größe der Raumkonstante sich ihm nähernden nichteuklidischen Raume durch Messungen astronomischer Dreiecke entscheiden zu können. Dem gegenüber hat Poincaré mit Recht ausgeführt[17]: Was wir hier messen, sind Lichtstrahlenbündel, und wenn wir irgendwelche Abweichungen solcher Dreiecke von der Winkelsumme von zwei Rechten erhalten würden, hätten wir immer noch die Wahl, diese Abweichung auf eine Ablenkung der Lichtstrahlen von der Geraden, oder sie auf ein Krümmungsmaß des Raumes zurückzuführen. Es ist nicht zweifelhaft, daß jeder Astronom die erste Erklärungsart vorziehen würde, da sie eine geringere Änderung seiner Voraussetzungen nötig macht. Damit aber glaubt Poincaré bewiesen zu haben, daß die Annahme des euklidischen Raumes eine Festsetzung, eine Sache willkür-

licher Definition ist. Was er wirklich bewiesen hat, ist aber wohl nur, daß etwaige Abweichungen in jenen astronomischen Messungen nicht genügen würden, uns an dem euklidischen Raume irre zu machen. Es ist richtig, wir messen stets nur physikalische Größen, und es wirken daher in jeder räumlichen Messung Einflüsse der messenden und gemessenen Körper mit. Aber diese Wirkungen sind als wechselnd vorauszusetzen, während der Einfluß des Raumes — wenn man sich denn einmal den Raum nach Analogie physikalischer Komponenten vorstellen will — überall der gleiche bleibt. Daß nun bei beliebig vielen Messungen ganz verschiedener Art die Winkelsumme des Dreiecks innerhalb der Fehlergrenzen zwei Rechten gleichkommt, daß das Verhältnis des Kreisumfangs zum Durchmesser sich ebenfalls aus beliebig verschiedenen Messungen annähernd der aus den euklidischen Axiomen folgenden Größe als gleich erweist, würde sich doch wohl durchaus als eine empirische Bestätigung dieser Voraussetzungen bezeichnen lassen. Mindestens ist die Größe der Abweichung vom euklidischen Raume durch diese Messungen auf ein enges Gebiet eingeschränkt. Wenn man irgend eine physikalische Theorie für mehr als eine willkürliche Festsetzung hält, so muß man dies auch bei der euklidischen Natur des Raumes tun. Sonach scheint von Poincarés Erwägungen nur so viel übrig zu bleiben, daß jene astronomischen Messungen keine Entscheidung geben würden. Es ist naheliegend, was in diesem Falle gilt, zu verallgemeinern und zu sagen, daß überhaupt eine empirische Widerlegung des euklidischen Raumes undenkbar sei. Erlaubt man sich diese Verallgemeinerung, so würde man sagen müssen: das Parallelenaxiom ist durch unsere Messungen so weit bestätigt, wie das bei den Fehlerquellen möglich ist. Messungen, die es widerlegen, fehlen nicht nur, sondern würden niemals beweis-

kräftig sein. Ein Satz aber, der durch die Erfahrung bestätigt, dagegen durch keine Erfahrung widerlegbar wäre, müßte a priori gelten. Indessen lege ich auf diese Betrachtung durchaus keinen Wert, weil der schwache Punkt ganz deutlich ist, nämlich der Schluß auf die allgemeine Unwiderleglichkeit aus einem speziellen Falle. Auch bedürfen wir dieser Gründe nicht, da ja die Isogenität des Raumes und damit das Parallelenaxiom direkt als a priori notwendig bewiesen werden kann.

Wir haben also gezeigt, daß sämtliche Eigenschaften des Raumes außer der Dreidimensionalität und der Stetigkeit teleologisch gefordert sind. Für die Stetigkeit wird das noch nachgeholt werden. Die Dreidimensionalität hatte sich uns als überschießender Teil des Suffizienten eines apriorischen Postulates herausgestellt. Auch sie kann nicht wohl als empirisch und natürlich gar nicht als bloße Festsetzung bezeichnet werden. Denn räumliche Erfahrung ist jedenfalls nur unter Voraussetzung eines Raumes von bestimmter Dimensionszahl möglich.

Kant hat nun den Raum nicht nur als apriorisch, sondern auch als Anschauung apriori bezeichnet. Über die Frage der Anschaulichkeit ist im allgemeinen weniger gestritten worden, als über die der Apriorität; denn da alle äußeren Anschauungen räumlich sind, so lag die Umkehrung, daß der Raum anschaulich sei, sehr nahe. Indessen haben sich in neuerer Zeit beachtenswerte Stimmen gegen diese Auffassung erhoben. Die Diskussion der Frage ist erschwert durch die Vieldeutigkeit des Wortes Anschauung. Wir sind noch nicht in der Lage, den ganzen Komplex von Problemen, der in diesem Ausdrucke steckt, auseinander zu wirren, wollen aber schon hier das kurz zusammenfassen, was unsere bisherige Beobachtungen dafür ergeben haben.

Zwei Auffassungen des Raumes sind widerlegt. Er ist sicher nicht aus den Voraussetzungen alles Erkennens überhaupt ableitbar, und er ist nicht einer begrifflichen Darstellung seiner Axiome unzugänglich. Mit andern Worten, man kann die Geometrie als ein Ordnungssystem mit Hilfe ordinaler Begriffe aufbauen, setzt aber dabei einerseits mehr Denkfremdheit voraus als das Minimum und macht anderseits eine Reihe von Voraussetzungen, die sich unter rein konstruktiven Gesichtspunkten als willkürlich darstellen. Ihre Notwendigkeit kann erst eingesehen werden, wenn man den Raum als Ordnungsform der Erfahrung ansieht. Es wird augenscheinlich von der Definition des Wortes Anschauung abhängen, ob man von einer anschaulichen Fundierung der Geometrie reden will.

Kapitel VI.

Die Stetigkeit und die Antinomien des Unendlichen.

Die beiden vorigen Kapitel ließen Probleme unbehandelt, deren Bedeutung sie doch zeigten, und die augenscheinlich zusammenhängen. Die sogenannten unendlichen Zahlen hatten sich uns als Typen der Zuordenbarkeit und der Ordnung erwiesen. Sie waren als solche widerspruchsfrei, während abgeschlossene Unendlichkeiten einen Widerspruch enthalten. Aber vom rein konstruktiven Gesichtspunkt aus sind alle diese Typen, außer dem der einfachen Progression, als welche aus den Voraussetzungen aller Konstruktion notwendig folgt, ganz willkürlich. Diese Willkürlichkeit teilen sie mit den übrigen Erweiterungen des Zahlbegriffes. Augenscheinlich wird das anders, sobald man die Zahl auf die Anschauungsformen anwendet. In diesem Augenblicke aber kann es auch fraglich erscheinen,

ob nicht der widersprechende Begriff einer abgeschlossenen Unendlichkeit doch notwendig wird. Denn die Anschauungsformen werden als stetige Größen angesehen. Wir haben nun im vorigen Kapitel die Diskussion der Stetigkeit noch verschoben, um sie im Zusammenhang mit den übrigen Unendlichkeitsproblemen zu behandeln. Der Begriff der Stetigkeit aber hat in der neueren Mathematik eine sehr eingehende Bearbeitung gefunden, und wir müssen uns deren Resultate ansehen, wenn wir diese Fragen wirklich lösen wollen. Unser Verhalten wird dabei dasselbe sein, wie früher in ähnlichen Fällen, d. h. wir werden uns im Mathematischen durchaus an den Ergebnissen der Mathematik orientieren und deren Resultate uns zu eigen machen, während wir die logische Auffassung und philosophische Tragweite dieser Ergebnisse vollkommen selbständig untersuchen müssen. Man kann nun diese mathematischen Untersuchungen selbst in zwei Gruppen teilen. Die einen bemühen sich, stetige Gebilde direkt konstruktiv zu erzeugen, die andern, sie nur mit Hilfe konstruktiver Begriffe zu definieren. Wir gehen von der ersten Gruppe aus, obwohl sie zeitlich erst nach der zweiten aufgetreten ist, und zeigen, daß eine solche Konstruktion nicht als eine reine Erzeugung, sondern nur unter Aufnahme neuer Bestimmungen möglich ist. Dann aber erscheint die zweite bescheidenere Aufgabe, die der nachkonstruierenden Analyse, doch als die wichtigere. Wissen wir so, was Stetigkeit ist, so können wir nunmehr die Frage behandeln, ob sie a priori notwendig ist, und ob sie als Eigenschaft wirklicher Gegenstände Widersprüche enthält. Es gibt eine Meinung, die die Stetigkeit nicht für notwendig hält, sie entweder ganz verwirft oder als empirisch begründet annimmt. Unsere Aufgabe wird es sein, die Stetigkeit der Anschauungsformen als a priori notwendig zu erweisen. Damit aber

wird die Frage brennend, ob die Stetigkeit, als angewendet auf wirkliche Gegenstände, nicht Widersprüche einschließt. Solche Widersprüche wären ein Spezialfall der Widersprüche, die überall aufzutreten scheinen, wo Veranlassung zur Anwendung des Unendlichkeitsbegriffes gegeben ist. Sitz und Bedeutung dieser Schwierigkeit haben wir im letzten Abschnitte darzulegen.

§ 15. Konstruktion und Definition stetiger Gebilde.

In der Absicht, alle Teile der reinen Mathematik aus den gleichen Voraussetzungen aufzubauen, hat Russell[20]) auch stetige Gebilde zu konstruieren gesucht. Seine Voraussetzungen sind, wie er überzeugt ist, zugleich die Voraussetzungen aller Logik überhaupt. Es ist ja seine Absicht, die Mathematik als rein logische Wissenschaft zu erweisen. Wir haben nun bereits bei der Kritik seiner Theorie der Zahl gesehen, daß er hier mehr voraussetzt, als die reine Arithmetik braucht. Wir werden bei seiner Theorie des Stetigen zeigen müssen, daß sie sich nicht ohne neue Voraussetzungen aus der Arithmetik entwickeln läßt.

Cantor, an den Russell anknüpft, definiert als Fundamentalreihe eine unendliche Reihe vom Typus der Zahlenreihe. Eine solche ist wohlgeordnet oder hat aufeinander folgende Glieder, sie hat außerdem Anfang oder Ende, aber nur eines von beiden, geht also in einer Richtung ins Unendliche. Solche Reihen lassen sich als Teile eines größeren Ganzen denken, das man mit einer Erweiterung des Namens auch Reihe nennen kann. Ein solches Ganzes gewinnt man z. B. durch Ausgehen von den nach ihrer Größe geordneten Rationalzahlen, die größer als 0 und kleiner als 1 sind. Diese Reihe ist abzählbar, d. h. die Rationalzahlen lassen sich so anordnen, daß jeder von ihnen eine Zahl

der Zahlenreihe zugeordnet ist. Die Reihe hat ferner weder einen ersten noch einen letzten Gegenstand, da der Definition nach 0 und 1 nicht zu ihr gehören. Drittens gibt es zwischen zwei beliebigen Zahlen der Reihe immer noch eine und folglich noch beliebig viele andere Zahlen. Man sagt, um diese dritte Eigenschaft kurz auszudrücken, die Reihe ist überall dicht. Alle Reihen, die diese drei Eigenschaften haben, lassen sich als ein Typus bezeichnen, den Cantor den Typus η nennt. Zu diesem gehört auch die Reihe aller Rationalzahlen. Innerhalb einer solchen Reihe vom Typus η lassen sich nun Fundamentalreihen bilden, die ein bestimmtes Glied der höheren Reihe zur Grenze haben. Es genügt, an die Reihe der $\frac{n-1}{n}$ zu erinnern, die sich mit wachsendem n der 1 nähert, ohne sie je zu erreichen. Es handelt sich nun für Russell darum, den Begriff der Grenze rein ordinal zu definieren. Da nämlich die Ordnungsbegriffe bei ihm nur aus den allgemeinsten logischen Voraussetzungen abgeleitet sind, bedeutet eine rein ordinale Definition eines Begriffes, daß auch dieser keine anderen Voraussetzungen gebraucht. Nun hängt an dem Begriffe der Grenze augenscheinlich der der Stetigkeit. Eine rein ordinale Definition der Grenze gibt also Hoffnung, auch die Stetigkeit aus den Voraussetzungen der reinen Arithmetik, die mit denen der reinen Ordnungslehre übereinkommen, zu entwickeln. Fundamentalreihen innerhalb einer höheren Reihe vom Typus η können aufsteigend oder absteigend sein. Aufsteigende heißen Progressionen, absteigende Regressionen. Bei Progressionen kommt die Grenze hinter der ganzen Progression, aber jedes Glied vor der Grenze kommt vor irgend einem Gliede der Progression. Ganz entprechend ist die untere Grenze von Regressionen zu definieren. Es läßt sich beweisen, daß keine Fundamentalreihe mehr als

eine Grenze haben kann. Ein Glied der Hauptreihe, das Grenze einer Fundamentalreihe ist, heiße Hauptpunkt. Eine Reihe, deren sämtliche Glieder Hauptpunkte sind, heiße „in sich dicht". Dies ist der Fall bei den Reihen vom Typus η; denn jede Rationalzahl läßt sich als Grenze einer Reihe rationaler Brüche darstellen. Aber es lassen sich aus Rationalzahlen Fundamentalreihen bilden, deren Grenze nicht rational ist. Eine Reihe vom Typus η enhält also nicht alle Hauptpunkte, die sich aus ihren Gliedern ableiten lassen. Man vermag nun aber mit unsern Mitteln eine Reihe zu definieren, die alle diese Hauptpunkte enthält. Wir nennen sie abgeschlossen. Auf solche Weise kann man zu stetigen Reihen gelangen. Wir verfolgen jedoch hier Russells Gedankengang nicht weiter, da unsre Kritik schon bei den ersten Schritten einzusetzen hat. Wir wollen nämlich zeigen, daß in dem Begriffe einer Fundamentalreihe, die Teil einer höheren Reihe ist und in ihr eine Grenze hat, mehr vorausgesetzt wird, als Russell annimmt. Daraus folgt dann, selbst wenn man alle weiteren Schritte zugibt, daß die Stetigkeit von Russell nicht rein ordinal definiert ist.

Wir können bei unserer Kritik vom Begriffe der Grenze ausgehen. Eine unendliche Reihe soll eine Grenze haben, wenn es einen Wert gibt, der hinter der ganzen Reihe liegt, während jeder vor diesem Werte gelegene vor irgendwelchem Gliede der Reihe liegt. Diese Definition unterscheidet sich von den gewöhnlichen Bestimmungen des Grenzbegriffes dadurch, daß sie keine Größenbegriffe enthält. Dies ist in Russells Sinne sicherlich ein Vorzug. Aber sie enthält den Begriff einer unendlichen Reihe, die ganz in einem begrenzten Teile einer höheren Reihe liegt. Es muß dabei die Grenze und die Stellung der Grenze zur Fundamentalreihe unabhängig von der Fundamentalreihe definiert sein. Dies ist z. B. der Fall, wenn man die Größen-

anordnung der Rationalzahlen voraussetzt. Nun läßt sich eine Größenanordnung der Rationalzahlen deshalb ohne Heranziehung nichtarithmetischer Begriffe geben, weil es stets möglich ist, beliebige Brüche auf den gleichen Nenner zu bringen. Wir müssen uns aber daran erinnern, daß bei rein arithmetischer Auffassung der Zahlerweiterung ganze Zahlen mit Brüchen und Brüche verschiedenen Nenners miteinander nicht identisch, sondern lediglich einander zugeordnet sind. Diese Zuordnungen lassen sich in jedem einzelnen Falle vollziehen. Um aber eine Größenanordnung aller Rationalzahlen zu haben, müßte man alle Zuordnungen insgesamt vollzogen denken. Das ist unmöglich; denn zu so hohen Nennern ich auch vorgehen mag, es lassen sich immer Brüche finden, die nicht auf diesen Nenner zu bringen sind. Daß die vollendete Anordnung aller Rationalzahlen bereits eine abgeschlossene Unendlichkeit voraussetzt, wird leicht verhüllt, weil man stets geneigt ist, die einzelnen Größen als Brüche aufzufassen und ihnen etwa Strecken auf einer Geraden zu substituieren. Solche Gedanken muß man aber sorgfältig fern halten, wenn man rein ordinal fortschreiten will. Demnach ist zu sagen: rein ordinal kann man wohl jede beliebige endliche Menge rationaler Zahlen, die z. B. dadurch bestimmt ist, daß ihr Nenner kleiner als eine bestimmte Zahl ist, durch Zuordnung anordnen, nicht aber alle Rationalzahlen überhaupt. In einer Menge der ersten Art gibt es aber keine Fundamentalreihen, die eine Grenze innerhalb ihrer haben, Man wende nicht ein, daß doch Cantors erste unendliche Ordinalzahl ω als Grenze der ganzen Zahlenreihe angesehen werden kann. Das wäre ein Spiel mit Worten. Eine Grenze, mag man sie nun ordinal oder durch Größenbegriffe definieren, setzt etwas voraus, was jenseits ihrer liegt. Sie muß also erreicht und überschritten werden können. Nun ist mit Hilfe des Zählens

eine unendliche Zahl nie erreichbar. Wir haben gesehen, daß die wirkliche Bedeutung von Cantors unendlichen Ordinalzahlen darin besteht, daß sie Ordnungstypen sind. Es liegt uns durchaus fern, den Mathematikern für ihre besondern Zwecke eine Terminologie vorschreiben oder verbieten zu wollen. Es mag für sie zweckmäßig sein, ω als Zahl und das Unendliche als Grenze zu bezeichnen; nur den Mißbrauch dieser Erweiterung zu philosophischen Zwecken dürfen wir uns verbitten, wodurch auf den erweiterten Begriff übertragen wird, was nur für den engeren gilt. So ist es hier: weil wir durch Grenzannäherung innerhalb stetiger Gebilde so viel erreichen, glaubt man, wenn man das Wort Grenze hört, schon eine wirkliche Beherrschung vor sich zu haben. In Wahrheit nützt uns der Grenzprozeß nur, weil und wo das Begrenzende unabhängig von ihm da ist. Man erkennt aus dieser ganzen Darlegung, daß die Grenze nicht ordinal erzeugt ist, sondern bereits vorausgesetzt sein muß. Was hinter allen Gliedern einer unendlichen Reihe kommt, kann eben niemals aus dieser Reihe heraus definiert, und die einheitliche Anordnung aller Rationalzahlen kann nur scheinbar ohne neue Voraussetzungen erzeugt werden.

Da also die ordinale Definition der Stetigkeit jedenfalls nicht im Sinne einer Erzeugung stetiger Reihen aus diskreter Ordnung möglich ist, so ist unter Cantors Analysen der Stetigkeit die Form vorzuziehen, die sich von vornherein nicht als Erzeugung, sondern eben nur als Analyse gibt[21]). Es sei daran erinnert, daß eine Menge n-dimensional ist, wenn jedes ihrer Elemente durch n voneinander unabhängige Bestimmungen eindeutig gekennzeichnet werden kann. Man nennt nun Grenzpunkt einer n-dimensionalen Menge jeden Punkt von n-Dimensionen, in dessen Umgebung sich eine unendliche Zahl von Punkten befindet, die zu dieser

Menge gehören. Umgebung eines Punktes ist die Menge der Punkte eines n-dimensionalen Raumes, deren Abstand vom gegebenen Punkte kleiner als eine beliebige gegebene Größe ist. Wenn man sich auf eine Dimension beschränkt, so entspricht, wie man leicht erkennt, der Grenzpunkt dem Hauptpunkt der vorigen Definition, nur daß bei der Definition des Grenzpunktes Größenbegriffe benutzt sind. Einen Punkt, der kein Grenzpunkt ist, nennt man einen isolierten Punkt. Nehmen wir nun eine beliebige unendliche Punktmenge irgend einer n-dimensionalen Mannigfaltigkeit, so ist jeder ihrer Punkte entweder Grenzpunkt oder isolierter Punkt. Ist P die ganze Menge, P_i resp. P_g die Menge der in ihr enthaltenen isolierten resp. Grenzpunkte, so ist also $P = P_i + P_g$. Um das zu verdeutlichen, wählen wir als Beispiele eindimensionale Mannigfaltigkeiten und denken uns die Punkte einer Geraden den reellen Zahlen zugeordnet. Fassen wir auf dieser Linie alle den ganzen Zahlen entsprechenden Punkte und außerdem alle rationalen Punkte zwischen 3 und 4, 6 und 7, 9 und 10 usw. zu einer Menge zusammen, so sind 1, 2, 5, 8 isolierte Punkte, die übrigen Grenzpunkte. Jede unendliche Punktmenge innerhalb eines begrenzten n-dimensionalen Raumes hat nach einem von Weierstraß bewiesenen Satze mindestens einen Grenzpunkt, der aber nicht zu ihr zu gehören braucht. So hat die durch $\frac{1}{n}$ bei wachsendem ganzzahligem n definierte Reihe den Grenzpunkt O, der aber nicht zu ihr gehört. Alle Grenzpunkte einer Punktmenge, gleichviel ob sie zu ihr gehören oder nicht, kann man wieder als eine Punktmenge zusammenfassen. Diese neue Menge nennt Cantor die erste Ableitung der Menge P und bezeichnet sie mit P'. Die Ableitung der Menge aller rationalen Punkte ist die Menge aller reellen Punkte. Enthält die Menge P alle ihre Grenzpunkte, ist also $P_g = P'$,

so heißt sie abgeschlossen. Ist jeder ihrer Punkte ein Grenzpunkt, also $P_i = 0$, so heißt sie in sich dicht. Ist beides der Fall d. h. also $P = P'$, so nennt man P vollkommen. Die Menge aller rationalen Punkte ist in sich dicht, aber nicht abgeschlossen. Die Menge aller reellen Punkte zwischen 0 und 1 und der Punkte 0, 1, 2 ist abgeschlossen, aber nicht in sich dicht, da sie den isolierten Punkt 2 enthält. Ist eine Menge in sich dicht, so ist ihre Ableitung stets vollkommen.

Eine stetige Reihe ist nun vollkommen im Sinne dieser Definition. Außerdem aber ist sie zusammenhängend, d. h. es gibt für 2 beliebige Punkte p und p' und eine gegebene beliebig kleine Zahl ϵ immer eine endliche Zahl ν zu P gehörige Punkte, so daß deren Distanzen $p\,p_1$, $p_1\,p_2$; ... $p_\nu\,p'$ alle kleiner als ϵ sind. Die Menge aller Punkte, die zwischen 1 und 2, 3 und 4, 5 und 6 usw. liegen, ist, wenn man die ganzzahligen Punkte hinzurechnet, vollkommen, aber nicht zusammenhängend. Dagegen ist die Menge der rationalen Punkte zusammenhängend aber nicht vollkommen. Die erste Ableitung einer zusammenhängenden Menge ist stets vollkommen.

Diese Definition der Stetigkeit setzt Größenbegriffe voraus. Sie gibt die wesentlichen Merkmale mit Hilfe von Reihen nach Art der Progressionen; denn der Begriff des Grenzpunktes läßt sich ja leicht durch solche darstellen. Aber sie behauptet nicht, aus diesen Progressionen die Stetigkeit zu erzeugen, sondern sie geht bereits von der ganzen Mannigfaltigkeit aus, die eben als stetig vorausgesetzt werden muß, damit die weiteren Bestimmungen möglich sind. Mir scheint, daß ein solches Verfahren den Vorzug hat, seine Voraussetzungen nicht zu verbergen.

Um von diesen sehr allgemeinen und darum vielen ungewohnten Darstellungen den Übergang zu der gewöhn-

lichen Auffassung des stetigen Raumes zu finden, wird man zweckmäßig Hilberts Axiome der Stetigkeit benutzen. Im vorigen Kapitel wurde diese Axiomengruppe fortgelassen. Hilbert gibt als 1. Axiom der fünften Gruppe das des Archimedes. Wenn man zwei beliebige Punkte auf einer Geraden nimmt und eine beliebige noch so kleine Strecke vom ersten aus fortlaufend abträgt, so gibt es eine endliche Zahl von Abtragungen, durch die man den 2. Punkt erreicht oder überschreitet. Dieses Axiom ist wesentlich gleichbedeutend mit der Forderung, daß die Gerade zusammenhängend sei. Nimmt man die Axiome der Verknüpfung hinzu, so folgt daraus, daß auch die Ebene und der Raum selbst zusammenhängend sind. Hinzu fügt Hilbert das Axiom der Vollständigkeit: die Elemente (Punkte, Gerade, Ebenen) der Geometrie bilden ein System von Gegenständen, welches bei Aufrechterhaltung aller Axiome keiner Erweiterung mehr fähig ist; d. h. zu dem System der Punkte, Geraden, Ebenen ist es nicht möglich, ein anderes System von Gegenständen so hinzuzufügen, daß in dem aus beiden zusammengesetzten System alle Axiome gültig bleiben. Erfüllung des Vollständigkeitsaxioms ist nur möglich, wenn das archimedische Axiom erfüllt ist, nicht aber umgekehrt. Die Formulierung des Vollständigkeitsaxioms weist sogleich darauf hin, daß der Raum jeder in ihm denkbaren Setzung gegenüber passiv ist, während das archimedische Axiom die Anwendung der Zahlen auf die Raumgrößen in allen Fällen verbürgt. Wir werden uns dieser Überlegung bedienen müssen, wenn wir nun zur Untersuchung der Bedeutung der Stetigkeit übergehen.

§ 16. Die Bedeutung der Stetigkeit.

Drei Probleme haben uns im folgenden zu beschäftigen. Stetige Gebilde sind es, die die volle Erweiterung des Zahl-

begriffes rechtfertigen. Sie zeigen sich dadurch als ein besonders wichtiger Fall der Darstellung eines mathematischen Gebildes durch ein anderes. In diesem Verhältnis aber liegt ein großer Teil des inneren Reichtums der Mathematik begründet. Wir werden uns die Bedeutung der konstruktiven Wissenschaft klarer machen, wenn wir ganz allgemein das Verhältnis verschiedener Konstruktionsprinzipien untersuchen und diese Untersuchung auf unsern Fall anwenden. Damit hängt dann die zweite Frage aufs engste zusammen, was nämlich die Definition der Stetigkeit mit Hilfe unstetiger Reihen eigentlich leistet. Diese Frage ist noch nicht erledigt, da wir bisher nur wissen, daß es sich hier um eine Definition, nicht um eine Erzeugung handelt. Drittens endlich werden wir zu fragen haben, welche Rolle die Axiome der Stetigkeit für die Anschauungsformen spielen, ob sie apriori gelten, wie sie sich zu den anderen Postulaten verhalten, und was aus ihrer Geltung für die Natur des Raumes und der Zeit folgt. Das erste Problem betrifft das Wesen großer Teile der Mathematik, und wir sind zu seiner Behandlung durch die Stetigkeit nur angeregt, das zweite betrifft die Stetigkeit als solche, das dritte ihre Stellung zur Wirklichkeit.

Zweierlei ist es, worüber man beim Nachdenken über reine Mathematik oftmals staunt. Einerseits der Reichtum an Folgerungen aus einfachen Voraussetzungen, andererseits, wie schwierige Probleme schon auf Gebieten entstehen, die sicherlich nicht mehr als das Minimum der Denkfremdheit voraussetzen. Schon in der Sphäre der reinen Zahlenlehre, in der der Geist doch, wie es scheint, in voller Souveränität als Schöpfer waltet, treten Verhältnisse auf, die an die Undurchsichtigkeit verworrener Wirklichkeiten erinnern. Noch ist es, wie man weiß, nicht gelungen, das Gesetz der Verteilung der Primzahlen in der

Zahlenreihe zu finden. Nur durch ein Probierverfahren, das nach einer stets endlichen Anzahl von Schritten mühsam zum Ziele führt, kann man entscheiden, ob eine gegebene Zahl Primzahl ist oder nicht. Der Fall ist in seiner Einfachheit zugleich typisch. Analysiert man nämlich die Schwierigkeit, so findet man, daß sie auf dem Zusammentreffen zweier verschiedener Konstruktionsprinzipien beruht. Neben die gewöhnliche Zahlbildung durch Zusammenfassung von Einheiten tritt die multiplikative Bildung, und sogleich entsteht das Problem, wie sich die auf die erste Art erzeugten Zahlen zu der zweiten Bildungsweise verhalten. Da die multiplikative Bildung aber aus der additiven abgeleitet ist, so führt sie nicht zu neuen Zahlen, sondern das Problem kann nur die Form annehmen, zu entscheiden, welche additiven Zahlen irgend einer multiplikativen Erzeugung fähig sind. Da bei jeder gegebenen Zahl als Faktoren nur eine begrenzte Anzahl kleinerer Zahlen in Betracht kommt, muß sich die Frage stets durch eine endliche Anzahl von Proben entscheiden lassen. Daß aber überhaupt ein Probierverfahren nötig ist, macht die Zahlenreihe relativ zur Faktorenzerlegung zu etwas Fremdem. Wir sehen, wie schon der einfachste Zusammenhang gegenüber einem seinem eigenen Bildungsprinzip nahestehenden Prinzipe sich eigentümlich spröde verhält.

Allgemein können wir sagen, daß der Reichtum der Mathematik auf ihren Konstruktionsprinzipien beruht, d. h. darauf, daß einige ihrer Axiome Regeln sind, vermittels fortschreitender Anwendung einer Relation immer neue Gegenstände zu bilden. Hinzu muß aber treten, daß man auf die Gesamtheit so konstruierter Gegenstände neue Konstruktionsprinzipien anwendet. Aus diesem Zusammentreffen verschiedener Konstruktionsprinzipien entstehen dann stets schwierige Probleme.

Von dem eben betrachteten Falle unterscheidet sich nun aber die Analyse der Stetigkeit wesentlich. Stetige Gebilde sind durch unstetige nicht zu erzeugen. Ihre Beherrschung mit Hilfe unstetiger Reihen gelingt nur dadurch, daß das Erzeugungsgesetz einer solchen Reihe an die Stelle der einzelnen Glieder gesetzt wird, und daß man eine in ihrem Bildungsgesetze bestimmte und bekannte Reihe als einen beherrschbaren Gegenstand betrachtet. So definiert man Grenzpunkte durch Reihen. Will man aber stetige Gebilde als ganze mit Hilfe von Reihen definieren, so muß man sich der Negation bedienen. Dies ist zu beweisen, und wir können uns für den Beweis auf ein wichtiges Ergebnis Cantors stützen.

Zu den interessantesten unter seinen Sätzen zählt sicher der, daß alle algebraischen Zahlen d. h. alle Zahlen, die aus rationalen durch Wurzelziehung zu gewinnen sind, sich in eine abzählbare Reihe ordnen lassen oder eine Menge von erster Mächtigkeit bilden. Suchen wir uns klar zu machen, welche Eigenschaft die Gesamtheit aller algebraischen Zahlen mit der Gesamtheit der Zahlenreihe teilt, so erkennen wir, daß sie wie diese als durch aufeinander folgende Setzungen gebildet gedacht werden kann. Wir bilden die rationalen Zahlen aus den natürlichen, indem wir jede natürliche Zahl mit jeder andern ins Verhältnis setzen. Aus jeder dieser rationalen Zahlen kann man durch Radizierung mit allen ganzen Zahlen eine neue unendliche Reihe bilden. Es entsteht also aus jeder natürlichen Zahl gewissermaßen eine Tabelle, die sich nach beiden Richtungen ins Unendliche fortsetzen läßt.

$$\begin{array}{llllll} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 & \cdot & \cdot \\ \sqrt[2]{1} & \sqrt[2]{1/2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sqrt[3]{1} & \sqrt[3]{1/2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

Die Gesamtheit dieser Tabellen läßt sich in eine dreidimensionale Tabelle anordnen. Eine solche tabellarische Ordnung ist der erste Schritt des Beweises für die Abzählbarkeit einer Menge, und ihre Möglichkeit beruht eben auf der Entstehung der algebraischen Zahlen durch eine mehrfache Folge diskreter Setzungen. Man kommt auf diesem Wege zu jeder beliebigen algebraischen Zahl durch eine endliche Anzahl von Schritten. Erst wenn man sie alle in eine Größenreihe ordnen will, braucht man unendliche Reihen. Die Mächtigkeit oder Zuordenbarkeit einer durch ihr Bildungsgesetz definierten Mannigfaltigkeit hängt aber lediglich von der Erreichbarkeit des einzelnen Gliedes mit Hilfe des Bildungsgesetzes, keineswegs von der Bedeutung ab, die das Glied innerhalb einer durch ein anderes Bildungsgesetz definierten Anordnung hat. Bekanntlich wird man schon bei rationalen Zahlen auf unendliche Reihen geführt, wenn man sie durch Dezimalbrüche darstellen will. Wir wissen auch bereits, daß die Anordnung schon der Rationalzahlen in eine einfache Größenreihe sich zwar für jede beliebige gegebene Anzahl von ihnen stets durchführen läßt, daß aber ihre vollendete Durchführung überall unendliche Operationsfolgen als abgeschlossen voraussetzt. Zudem hat diese Anordnung bei einer streng arithmetischen Auffassung nur den Sinn einer Zuordnung von verschiedenen Zahlen zueinander. Ist 4 : 2 als Verhältnis definiert, so ist es der 2 nur zugeordnet, nicht mit ihr identisch. Bleibt man bei dieser Interpretation der Brüche als Verhältnisse stehen — und man muß dies, wenn man nicht neue Grundbegriffe in die reine Arithmetik einführen will — so bedeutet die Anordnung zweier Brüche mit verschiedenem Nenner nach ihrer Größe: es lassen sich stets zwei zugeordnete Verhältnisse mit unter sich gleichem Nenner bestimmen, deren Anordnung durch die Stelle ihrer Zähler

in der Zahlenreihe gegeben ist. Diese Anordnung überträgt man auf die zugeordneten Brüche mit verschiedenem Nenner. So aufgefaßt bedeutet die näherungsweise Berechnung von $\sqrt{2}$ nur, daß sich zwei ihr zugehörige aufeinanderfolgende Glieder mit wachsendem Nenner stets finden lassen. Sagt man aber, daß $\sqrt{2}$ „zwischen" diesen beiden Brüchen liegt, so fügt man etwas Neues hinzu. Die Behauptung, $^2/_5$ liegt zwischen $^2/_7$ und $^3/_7$, kann man durch die Stellung der zugeordneten Fünfunddreißigstel begründen. Diese Zuordnung aber ist bei den irrationalen Zahlen unmöglich. Für sie läßt sich keine Reihe von rationalen Brüchen finden, in der sie eine bestimmte Stelle haben. Ihre Einordnung, Einschließung hat erst Sinn, wenn man stetige Gebilde voraussetzt. Die eigentümliche Doppelstellung der algebraischen irrationalen Zahlen beruht also darauf, daß jede von ihnen zwar durch eine endliche Anzahl von Schritten von den natürlichen Zahlen her zu definieren ist, daß aber ihre Einordnung in eine Größenreihe nicht nur bei ihrer Gesamtheit, sondern schon bei jeder einzelnen von ihnen erst unter Voraussetzung stetiger Gebilde möglich ist.

Im Gegensatze dazu setzen transzendente Zahlen schon zu ihrer arithmetischen Definition mehr als eine endliche Anzahl diskreter Setzungen voraus.

Wir haben uns durch diese Überlegungen den Weg gebahnt zu einer Erfassung des stetigen Gebildes. Stetiges Gebilde, sage ich absichtlich, und nicht, wie vielfach üblich, stetige Reihe. Unter einer Reihe versteht man nämlich im allgemeinen immer nur, was durch Aneinanderreihung gesonderter Einheiten entsteht. Auf diese Weise ist aber zu einem Continuum niemals zu gelangen. Man wird einwenden, daß doch das stetige Gebilde durch sein Ver-

hältnis zu Fundamentalreihen definiert ist. Aber die beiden Behauptungen, daß ein stetiges Ganzes nur Grenzpunkte, und daß es alle zugehörigen Grenzpunkte enthalte, schließen ja ein, daß dieses Ganze nicht nur mehr als eine Reihe von Setzungen, sondern sogar mehr als eine Reihe von Fundamentalreihen enthält. Denn es ist leicht zu zeigen, daß sich, wenn man eine einfache Reihe von Fundamentalreihen von dem stetigen Gebilde ausschließt, immer noch neue Fundamentalreihen in ihm bilden lassen. *Die Definition des stetigen Gebildes mit Hilfe der Fundamentalreihe* d. h. mit Hilfe von Bildungsgesetzen, die ihrerseits nur einfache Setzungen voraussetzen und ergeben, *ist also im Grunde negativ.* Sie bedeutet, daß sich das stetige Gebilde durch solche Reihen nicht erschöpfen läßt. Fruchtbar wird die Definition, weil sie außer dieser negativen Bestimmung die positive einschließt, daß sich doch in beliebiger Weise Fundamentalreihen innerhalb des stetigen Gebildes aufstellen lassen. *Der negative Bestandteil, der mehr oder minder verborgen in jeder Form der Definition des Stetigen durch Fundamentalreihen steckt, beweist aber, daß hier etwas Neues hinzukommt.* Ähnlich beweist man die Neuheit einer Empfindung andern gegenüber, indem man zeigt, daß sie sich aus diesen nicht irgendwie zusammensetzen läßt. Aus alledem scheint nun zu folgen, daß mit dem stetigen Gebilde eine neue Indefinible eingeführt wird, und daß seine sogenannten Definitionen nichts weiter sind, als Aufzählung der Beziehungen, in denen diese neue Indefinible zu den sonstigen Gegenständen der Mathematik steht. Es braucht kaum betont zu werden, daß dadurch *Cantors* Untersuchungen nichts von ihrem Werte verlieren. Es bleibt von höchster Bedeutung, die ganze Fülle von Zwischenstufen zwischen der Progression und der Erstreckung auf-

gezeigt zu haben, auch wenn ein Teil dieser Zwischenstufen nur mit Hilfe der Erstreckung aufgefaßt werden kann.

Daß man aber die Unerschöpflichkeit durch Progressionen für eine positive Definition durch solche oder gar für eine Erzeugung vermittels ihrer hat halten können, beruht auf einer Doppeldeutigkeit des Wortes „alle“. Man kann nämlich darunter entweder die Gesamtheit der Glieder einer Kollektion, eines Aggregates, verstehen, oder den Inbegriff dessen, was unter einen bestimmten Begriff fällt. In vielen Fällen ist beides vereinigt. Alle Schüler einer bestimmten Klasse, oder alle Söhne des deutschen Kaisers können ebensogut kollektiv wie inbegrifflich definiert werden. Logisch bleibt auch in solchen Fällen ein Unterschied, und auch praktisch wird sich oft entscheiden lassen, welche von beiden Bedeutungen gemeint ist. Sagt der Lehrer, alle meine Schüler sind heute anwesend, so hat er sie vorher gezählt, und es handelt sich um die Kollektion. Sagt er aber, alle meine Schüler sollen dies und das tun, so bedeutet das, sie sollen es als meine Schüler tun; dann ist die Zahl gleichgültig und der Inbegriff gemeint. Noch deutlicher wird das, wo wir die Zahlen gar nicht kennen, etwa von allen Säugetieren der Erde reden. Auch hier ist nicht lediglich der Begriff Säugetier gemeint, sondern alles, was unter diesen Begriff fällt, oder, wie eben kurz gesagt wurde, der Inbegriff. In diesem Falle wäre es an sich wenigstens denkbar, den Inbegriff durch eine Kollektion zu ersetzen. Aber die Anwendbarkeit eines Inbegriffes ist von dieser Möglichkeit ganz unabhängig. „Alle ganzen Zahlen“ ist ein durchaus berechtigter Inbegriff, obwohl die Kollektion aller ganzen Zahlen wegen der Unendlichkeit der Zahlenreihe ein Widersinn wäre. Ja auch in Fällen, wo wir gar nicht wissen, ob es sich um Endliches oder Unendliches handelt, können wir „alle“ im inbegrifflichen

Sinne verwenden z. B. von allen Fixsternen reden. Nötig ist nur, daß durch den Begriff der Inbegriff bestimmt abgegrenzt sei, d. h. daß immer erkannt werden könne, ob ein bestimmter Gegenstand zu ihm gehöre oder nicht. Ein Inbegriff muß also eine wohldefinierte Menge im Sinne Cantors sein; wir können ebenso gut auch sagen, eine Menge kann wohldefiniert sein durch kollektive Aufzählung oder als Inbegriff. Im zweiten Falle bedarf es eines Prinzipes, das von den einzelnen Gliedern der Menge unabhängig ist. Dies aber ist bei der Erstreckung der Fall. Alle Punkte einer Strecke, alle Geraden einer Ebene, alle Momente einer Zeitspanne sind inbegrifflich definiert, d. h. es kann von jedem Punkte, jeder Geraden, jedem Momente entschieden werden, ob er dazu gehört oder nicht. Dagegen ist es nicht möglich, sie als Kollektion zu geben. In diesen Sätzen liegt nicht der geringste Widerspruch. Wenn man freilich sagt, alle Punkte einer Strecke sind doch gegeben, also ist sogar eine unendliche Menge zweiter Mächtigkeit gegeben, so begeht man eine quaternio terminorum mit Hilfe des aufgedeckten Doppelsinnes im Worte „alle“ [22]).

Man sieht, daß unsere Kritik zweierlei dartut. Erstlich zeigt sie, daß eine Erstreckung etwas Neues gegenüber den punktuellen Elementen ist, zweitens, daß sie also nicht als vollendete Unendlichkeit dieser Elemente aufgefaßt zu werden braucht, und darum weder, wie die einen wollen, die Notwendigkeit vollendeter Unendlichkeiten beweist, noch, wie andere meinen, selbst als vollendete Unendlichkeit undenkbar ist. Ferner ergibt sich daraus, daß in jeder Erstreckung das Wort „Teil“ einen doppelten Sinn annimmt. Einerseits nämlich läßt sich die Erstreckung in andere Erstreckungen zerlegen, deren Zusammenfügung wiederum die erste Erstreckung ergibt. Wir nennen diese

Teile Stücke und diese Zerteilung eine Zerstückung. Andererseits lassen sich in ihr andere Teile beliebig setzen, die aber niemals durch ihre Zusammenfügung die ganze Erstreckung ergeben. Wir nennen solche Teile Elemente und die betreffende Operation Bildung von Elementen. Die Grenzen der Stücke sind stets Elemente. Erstreckungen können selbst Elemente in Erstreckungen höheren Grades sein; so ist eine Gerade ein Element der Ebene. Zu ihren Stücken von beliebiger aber gegebener Größe kann sich die Erstreckung, wenn man von ihrer Bedeutung für die Wirklichkeit ganz absieht, wie eine unendliche Progression, wie eine unendliche Reihe ohne Anfang und Ende oder wie eine endliche Kollektion verhalten. In den beiden ersten Fällen ist die Erstreckung niemals als Ganzes, sondern nur als Gesetz beliebiger Fortsetzung gegeben. Es kann niemals letzte Stücke geben, vielmehr sind alle Stücke immer wieder zerstückbar. Ein Stück kann nie mit einem Element identisch sein.

Fragen wir nun, was bedeutet die Stetigkeit für den Raum und für die Zeit, so ergibt sich zunächst, daß Raum und Zeit nicht als Aggregate von Punkten oder Momenten aufgefaßt werden können. Zugleich zeigen sie sich dadurch als mehr denn ein bloßes Ordnungsystem. Vielmehr ist die Ordnung in einer Einheit fundiert zu denken. Außerdem ermöglicht der Begriff der Erstreckung in beiden die doppelte Bestimmung von Ort und Ausdehnung, wobei die innere Isogenität es erlaubt, jede Ausdehnung an jedem Ort beginnen zu lassen und die Orte mit Hilfe der Ausdehnung zu kennzeichnen, sobald irgend ein Ort als Ausgangspunkt festgelegt ist. Erst auf Grund der Stetigkeit des Raumes können wir alle Bewegungen als ein abgeschlossenes System erfassen, d. h. wir können ein beliebiges räumliches Gebilde genau an jeden beliebigen Ort des

Raumes versetzen. Daß jede Erstreckung als unbegrenzt gedacht werden muß, geht aus Erwägungen des vorigen Kapitels hervor.

Fragen wir nun, wie sich diese Bestimmungen zu den Postulaten verhalten, deren Erfüllung die Anschauungsformen sind, so erkennen wir, daß die Passivität der Formen, sobald diese als Erstreckungen gefaßt werden, dazu zwingt, sie auch stetig anzunehmen, weil sie sonst sich nicht jeder Setzung gegenüber gleichwertig verhalten könnten. Entspräche etwa die Gerade dem Inbegriff der Rationalzahlen, so würden verschiedene aus diesen Rationalzahlen gebildete Progressionen verschieden zu ihr stehen; die einen würden nämlich eine Grenze in ihr bestimmen, die anderen nicht. Man könnte aber vielleicht sagen, es sei nicht notwendig, daß hier überhaupt Erstreckungen vorhanden seien, es wäre denkbar, daß es sich nur um Anordnungen von Punkten handelte. Dagegen ist leicht zu zeigen, daß dies den Postulaten, als deren Suffizienz Raum und Zeit erscheinen, nicht genügen könnte. Unter vollkommen gleichwertigen Punkten ist eine Ordnung nur durch irgend ein von den Punkten unabhängiges Prinzip denkbar. Die Ordnung des Raums und der Zeit soll nun nicht willkürlich sein, sondern eine überindividuelle demonstrative Abgrenzung möglich machen. Unsere Punkte müßten also eine bestimmte Ordnung besitzen, d. h. sich irgend wie als Teile eines höheren Ganzen auffassen lassen. Dieses höhere Ganze ist aber eben die Erstreckung. So zeigt sich, daß Raum und Zeit nur als stetige Erstreckungen aufgefaßt werden können. Nun liegt in der Erstreckung dem Element gegenüber eine neue Indefinible. Raum und Zeit sind also nicht etwa nur als Ordnungsformen beliebiger Gegenstände aufzufassen, bei denen die Anordnung durch bestimmte Axiome festgelegt ist, sondern sie fordern außer dem Punkte noch andere

Grundbegriffe. Hilbert führt daher gleich anfangs auch Gerade und Ebene als Indefinible ein. Indefinible aber können nur aufgewiesen oder, wie man statt dessen auch sagt, durch Anschauung bestimmt werden. Die notwendige Stetigkeit von Raum und Zeit zeigt uns also, in welchem Sinne wir diese als Anschauungsformen, nicht als bloße Anordnungsformen, betrachten müssen.

§ 17. Die Antinomien des Unendlichen.

Da wir die Bedeutung der sogenannten unendlichen Zahlen und die Analyse der Stetigkeit betrachtet haben, da andererseits die Grundlagen der Theorie der Anschauungsformen gewonnen sind, so vermögen wir nun Recht und Sinn der Antinomien des Unendlichen zu diskutieren. Selten hat vielfache Bearbeitung ein Problem so sehr verwirrt und so wenig geklärt wie dieses. Es wird daher gerade hier am besten sein, alle Rücksicht auf andere Meinungen beiseite zu lassen. Insbesondere herrscht im allgemeinen wenig Klarheit darüber, welchem Gebiete, ob der reinen oder angewandten Mathematik oder der Naturlehre usw. die Schwierigkeiten des Unendlichen angehören. Dies auszumachen, ist unsere Hauptaufgabe. Vorher muß noch einmal klargestellt werden, wo bei den Unendlichkeitsbegriffen als solchen Widersprüche vorliegen. Unser Gang wird demnach folgender sein: wir weisen zunächst nach, daß ein vollendetes Unendliches und ein unendliches Aggregat widerspruchsvoll sind. Wir müssen diesen Beweis führen, ungeachtet er von Aristoteles bis auf Dühring unzählige Male gegeben ist; denn in neuester Zeit haben bedeutende mathematisch orientierte Denker seine Geltung angefochten. Weiter werden wir dann zu zeigen haben, daß die Mathematik als rein konstruktive Wissenschaft nirgends der unendlichen Aggregate bedarf. Ebenso wenig schließen

Raum und Zeit als bloße Anschauungsformen unendliche Aggregate ein oder fordern, um ihnen zu entgehen, die ebenso widerspruchsvolle Annahme absoluter Grenzen. Dagegen sieht man sich vor die Wahl zwischen diesen beiden Unmöglichkeiten gestellt, sobald man die Welt als Ganzes in Raum und Zeit erfassen will. Bis zu diesem Punkte werden wir hier vorschreiten. Welche Folgerungen aus dem dargelegten Sachverhalt zu ziehen sind, kann erst an späterer Stelle überlegt werden, da uns dafür noch wesentliche Vorkenntnisse fehlen.

Schon die Reihe der natürlichen Zahlen gibt Anlaß, die beiden für uns notwendigen Begriffe eines endlichen Aggregates und einer unendlich fortsetzbaren Reihe zu bilden. Denkt man sich die Zahlen als Zusammenfassung von Einheiten, so ist jede beliebige Zahl ein endliches Aggregat. Dagegen ist es stets möglich, über eine gegebene endliche Zahl mit Hilfe desselben Gesetzes der Zahlbildung fortzuschreiten. Die Gesamtheit aller Zahlen bildet also kein angebbares Aggregat. Das Wort „alle" ist hier, wie wir schon früher darlegten, nur im inbegrifflichen, nicht im kollektiven Sinne verwendbar. Daran ändert der Umstand nichts, daß die Zahlenreihe nicht nur eine wohldefinierte, sondern auch eine wohlgeordnete Menge darstellt. Denn dieses letztere bedeutet nur, daß mit jedem bestimmten Gliede auch sein Ordnungsplatz festgestellt ist, nicht daß diese Ordnung als Ganzes jemals vorliegen könnte. Ein Widerspruch tritt nur dann auf, wenn man die ganze Zahlenreihe als Kollektion faßt. Die „Anzahl aller Zahlen" schließt die Behauptung ein, daß eine Reihe, die ihrer Definition nach niemals zu Ende geführt werden kann, doch zu Ende geführt sei. Man lasse sich nicht dadurch täuschen, daß die Zahlenreihe als abzählbar bezeichnet wird. Es bedeutet dies nur, daß sie bis zu jedem beliebigen

Gliede, nicht daß alle ihre Glieder abgezählt werden können. Wie sich die Zahlenreihe zur Zahl verhält, so verhält sich eine Erstreckung zu ihren Strecken. Es läßt sich über jede Strecke einer unbegrenzten Erstreckung hinaus immer wieder eine gleiche Strecke abtragen. Andererseits hat nach dem Axiom des Archimedes jede Strecke, d. h. jeder Teil einer Erstreckung, der als Ganzes gegeben werden kann, zu jeder anderen Strecke derselben Erstreckung ein endliches Verhältnis. Auch hier also träte der Widerspruch erst auf, wenn man die ganze Erstreckung als eine einheitliche Strecke faßte. Setzt man weiter eine Strecke in Beziehung zu ihren Elementen oder Punkten, so erhalten wir die Möglichkeit, in ihr beliebig viele Punkte, ja beliebig viele Progressionen von Punkten zu bilden. Wenn wir, um die Strecke als Ganzes zu denken, nötig hätten, das Aggregat aller dieser Punkte zu erfassen, so läge in jeder begrenzten Strecke der Widerspruch der vollendeten Unendlichkeit[28]).

Wir werden also nunmehr nachzuweisen haben, daß die reine Mathematik nirgends vollendete Unendlichkeiten gebraucht. Es handelt sich hier im Grunde nur um die Zusammenfassung wiederholt angestellter Erwägungen. Ein Anlaß zur Bildung vollendeter Unendlichkeit scheint für die Mathematik überall da vorzuliegen, wo ein Inbegriff, der Setzungen ins Unendliche ermöglicht, durch gesonderte Setzungen nach Art der Zahlen beherrscht werden soll. So ist es, wenn wir den Punkten einer Geraden die Zahlen zuordnen und nun jeden Punkt durch eine Zahl bestimmen wollen. Daß die wirkliche Berechnung der Irrationalzahl nur bis zu einer gewissen Annäherung möglich ist, d. h. daß die Vollendung der unendlichen Reihe, die uns zu dieser Berechnung verhilft, unmöglich ist, gibt jeder zu; aber manche halten diese Unmöglichkeit nicht für logisch be-

gründet, sondern für lediglich vom menschlichen Geist und seiner Schwäche verschuldet. Sie sagen, der irrationale Punkt sei doch nach seiner Stelle in der Anordnung der Reihe der Zahlen genau bestimmt. Indessen wissen wir bereits, daß diese Größenanordnung aller Zahlen, als Ganzes gedacht, nicht durch ein Aggregat von Setzungen gewinnbar ist. Wenn man die Reihe aller reellen Zahlen, ja schon wenn man die Reihe aller rationalen Zahlen als wohlgeordnet bezeichnet, so meint man damit nur, daß man für eine beliebige begrenzte Anzahl dieser Zahlen stets eine bestimmte Ordnung feststellen kann, nicht, daß für alle Zahlen jemals diese ganze Ordnung sich geben ließe. Gegenüber der einfachen Zahlenreihe liegt in allen diesen Fällen der Unterschied vor, daß auch nicht mehr bis zu einem beliebigen Gliede die ganze Ordnung angegeben werden kann. Rationale und irrationale Zahlen weiter unterscheiden sich dadurch, daß eine irrationale auch zu einer endlichen Anzahl von Rationalzahlen nicht mehr durch Zuordnung in Ordnungsbeziehung gesetzt werden kann, sondern nur durch Einschließung. Während schließlich eine algebraische irrationale Zahl zwar nicht nach ihrer Stellung in der Zahlenreihe, doch aber nach ihrer Erzeugung durch eine algebraische Operation mit Hilfe einer endlichen Anzahl von Schritten definibel ist, wird bei einer transzendenten Zahl eine unendliche Reihe von algebraischen Operationen zu ihrer Definition erfordert. Nirgends in der Mathematik liegt irgend eine Veranlassung vor, diese Begriffe anders zu fassen. Für Cantors Sätze habe ich das ausführlich nachgewiesen, für die Infinitesimalrechnung ist der gleiche Nachweis häufig geführt worden[24]). Bequeme abkürzende Redeweisen sollen in der praktischen Rechnung gewiß nicht verwehrt werden, dürfen aber bei prinzipiellen Fragen nicht verwirren.

Auch Raum und Zeit, für sich betrachtet, geben nirgends Anlaß zur Bildung widersprechender Begriffe. Hier, wie früher, muß nur daran festgehalten werden, daß die Sätze, eine Reihe ist unendlich, und, ein Aggregat kann nicht unendlich sein, nur dann zu einem Widerspruche führen, wenn es notwendig ist, eine unendliche Reihe als Aggregat zu fassen. Das aber ist bei der Auffassung des reinen Raumes und der reinen Zeit niemals nötig. Wir können uns, um diesen Satz zu beweisen, auf die gerade Linie beschränken, da nach ihrem Schema alle übrigen hierher gehörigen Fälle sich leicht konstruieren lassen. Nun hat die Geometrie wohl Veranlassungen, begrenzte Gerade als Größe, d. h. in ihrem durch Zahlen angebbaren Verhältnisse zu anderen begrenzten Graden zu betrachten. Die unbegrenzte Gerade als Ganzes aber bedeutet nur die Möglichkeit oder, wenn man will, das Gesetz, jenseits jeder Strecke weitere Strecken zu bilden. Die Gesamtheit dieser Strecken ist inbegrifflich aber nicht kollektiv definiert. Ganz dasselbe gilt von der Strecke im Verhältnis zu ihren Punkten. Es lassen sich, mag man auch noch so viele Punkte in einer Strecke festgelegt haben, stets Gesetze finden, nach denen weiter beliebig viele Punkte in ihr ausgezeichnet werden können. Dagegen liegt eine Veranlassung, die Strecke als Summe oder Aggregat ihrer Punkte aufzufassen, nicht vor. Will man freilich den Satz beweisen, daß die Strecke nicht Aggregat ihrer Punkte ist, so muß man den falsche Urteile enthaltenden Gegenstand „Aggregat aller Punkte einer Strecke“ vorläufig einführen, aber nur in der Form, in der man Widerspruchshaltiges in jedem indirekten Beweise einführt — hypothetisch nämlich und zum Zwecke seiner Ausschaltung,

Da keine Veranlassung vorhanden ist, die unendliche Erstreckung jemals anders denn als Inbegriff möglicher Fort-

setzungen, die unendliche Teilbarkeit anders denn als Inbegriff weiterer möglicher Teilungen zu fassen, so steckt in diesen Begriffen kein Widerspruch. Ebenso wenig liegt ein solcher vor, wenn wir sagen, daß die Punkte einer Strecke eine Menge zweiter Mächtigkeit bilden; denn auch hier handelt es sich nur um einen Typus der Zuordenbarkeit, der für eine inbegrifflich definierte Klasse sinnvoll ist, ohne daß man diese Klasse deshalb als Aggregat denken müßte. Auf diese Typen lassen sich aber alle Anwendungen des Unendlichen auf Raum und Zeit zurückführen. Zulässigkeit indessen bedeutet noch nicht Notwendigkeit. Es muß, um die Lehre vom Unendlichen in Raum und Zeit ganz zu geben, noch bewiesen werden, daß diese Formen keine Grenzen haben können. Wir werden auf diese Weise zu einem neuen Unbegriff, dem der absoluten Grenze geführt, dessen Aufstellung notwendig ist, wenn wir die wirkliche Bedeutung der Antinomien klar machen wollen.

Der Begriff der Grenze hat, wie wir wissen, nur Sinn, wenn etwas Begrenzendes und damit etwas jenseits der Grenze Liegendes vorausgesetzt wird. Wir haben das schon früher an dem speziellen Begriffe der Grenze einer unendlichen Reihe gezeigt. Von einer solchen Grenze ist nur da zu reden, wo diese unendliche Reihe innerhalb einer höheren Ordnung gedacht wird. Die Grenze ist dann zwar niemals durch Glieder der Reihe, deren Grenze sie ist, doch aber auf andere Weise erreichbar und überschreitbar. Eine absolute Grenze wäre das Ende der Fortsetzbarkeit einer Reihe, ohne daß jenseits der Reihe irgend etwas anzunehmen wäre. Wenn nun eine Reihe lediglich als Gesetz der Erzeugung immer neuer Gegenstände gedacht wird, so liegt darin die Möglichkeit, von jedem Gegenstande aus nach demselben Gesetz neue Gegenstände zu bilden. Es widerspräche also dem Begriffe einer solchen Reihe, wenn ein Gegen-

stand erreicht würde, über den hinaus eine Fortsetzung nicht möglich wäre. Nun sind die Erstreckungen zwar nicht einfache Reihen, aber sie teilen mit der Reihe die hier wesentliche Grundeigenschaft der Fortsetzbarkeit. Diese Eigenschaft müssen sie haben, wenn sie der passive Hintergrund beliebiger Gegenstandsetzung sein sollen. Wir haben gesehen, wie daraus die Relativität und Passivität der Anschauungsformen notwendig folgt. Ein Ende oder eine Begrenzung kann in ihnen also immer nur durch eine bestimmte Setzung und damit niemals als absolute Grenze vorhanden sein. Ein jedes Ende der Setzbarkeit müßte einen bestimmten Grund in dem Verhältnis gerade dieser letzten Setzung zur Erstreckung haben. Ein solcher Grund widerspräche aber der Passivität. Man könnte vielleicht einwenden, daß es doch Erstreckungen gibt, die grenzenlos aber endlich sind, nämlich die geschlossenen Erstreckungen, für die der Kreis ein Beispiel ist. Solche Systeme sind dadurch charakterisiert, daß in ihnen über das Ende jeder Strecke hinaus neue Strecken gesetzt werden können, daß aber von einer bestimmten Zahl solcher Setzungen an die neuen Strecken ganz oder teilweise mit früheren zusammenfallen. Dies setzt eine bestimmte ausgezeichnete Größe voraus, die ebenfalls bei den ursprünglichen Erstreckungen ihrer Passivität widerspräche. Auch hier kann auf früheres erwiesen werden. Also müssen die ursprünglichen Erstreckungen des Raumes und der Zeit als unendlich angesehen werden. Es läßt sich leicht zeigen, daß für die Teilung dasselbe gilt. Man kann den Hauptgedanken auch so ausdrücken: *um in einer durch das Gesetz ihrer Fortsetzung allein bestimmten Reihe oder Erstreckung eine Grenze zu haben, über die nicht hinausgegangen werden kann, muß es einen Grund für die besondere Festsetzung dieser Grenze geben.* Dieser Grund würde dann die

ganze Form abhängig machen von etwas unabhängig von ihr Gedachtem. Das aber ist bei ursprünglichen, letzten Formen nicht möglich. Die Anschauungsformen müssen als solche letzte Formen angesehen werden.

Wir haben also gezeigt, daß eine Begrenztheit der Anschauungsformen undenkbar ist.

Bis jetzt haben wir die Anschauungsformen rein für sich betrachtet, abgesehen von ihrer Stellung in der Welt der Wirklichkeit. Jetzt nehmen wir diese ihre Bedeutung hinzu und fragen, ob und unter welchen Bedingungen eine Notwendigkeit besteht, innerhalb der Welt unendliche Ganze oder absolute Grenzen zu setzen. Da es zwei Anschauungsformen gibt, und da beide zu unendlichen Reihen sowohl nach der Seite der Ausdehnung wie nach der Seite der Teilung führen müssen, so entstehen vier reale Unendlichkeitsprobleme: unendliche Ausdehnung der Welt in Raum und Zeit oder absolute Grenzen der Ausdehnung in beiden, und unendliche Zusammensetzung des Seins im Raume und des Geschehens in der Zeit oder ihr Bestehen aus letzten Teilen. Indessen lassen sich diese vier Probleme nicht einfach parallel miteinander behandeln. Uns interessiert vor allem die Frage, ob überhaupt bei dem Denken des Weltganzen irgendwo eine Antinomie entsteht. Können wir dies nachweisen, so ist uns für unsere allgemeine Zwecke die vollständige Auffindung aller Antinomien weniger wichtig, während natürlich eine philosophische Theorie des Unendlichen sie alle mit gleicher Liebe behandeln müßte [25]).

Nun bedarf es nur einer kuzen Überlegung, um die Stelle zu zeigen, an der klärlich am meisten Anlaß für die Bildung eines widersprechenden Begriffs vorliegt. Als widersprechend war die abgeschlossene Unendlichkeit nachgewiesen, die Zeit aber hat die Eigentümlichkeit, nach der

einen ihrer beiden Richtungen stets abgeschlossen zu erscheinen. Während auf jeder räumlichen Geraden beide Richtungen völlig gleichwertig sind, man von jedem beliebigen Punkte aus nach beiden Seiten hin beliebig ins Unendliche fortschreiten kann, ist dies in der Zeitreihe anders. Hier liegt in jeder Gegenwart die Vergangenheit vollendet vor. Man kann dies in einen bestimmteren Ausdruck bringen, wenn man irgend eine Zeitstrecke, z. B. das Jahr als Maßeinheit voraussetzt. Alle Jahre der Vergangenheit sind dann abgelaufen. Hier steht man nun in der Tat vor der Wahl, diese „alle" als unendlich oder als endlich zu setzen. Nimmt man sie als unendlich an, so hat man eine abgeschlossene Unendlichkeit. Setzt man sie dagegen als endlich, so kommt man auf einen absoluten Anfang der Zeit und damit auf eine absolute Grenze. Man könnte versuchen, gegen diese beiden Folgerungen Widerspruch zu erheben. Gegen die Notwendigkeit einer abgeschlossenen Unendlichkeit könnte man einwenden, daß doch die Gegenwart kein Abschluß, sondern ein Durchgangspunkt sei. Aber dieser Einwand spielt nur mit einem Doppelsinn in dem Worte „Abschluß". Es ist in unserem Beweise gar nicht vorausgesetzt, daß hinter der Gegenwart keine Zeit mehr folgt, sondern lediglich, daß alle Zeit vor der Gegenwart vollendet sein muß, damit die Gegenwart da sein kann. Gewichtiger könnte ein Einwand gegen die Unmöglichkeit eines Anfanges erscheinen. Es könnte gesagt werden, daß Zeit als solche eine leere Form sei, die Erfüllung nur als Dauer von Ereignissen erhalte. Nun lasse sich aber ein absoluter Anfang der Ereignisse in der Zeit wohl denken. Vor diesem Anfang läge dann leere Zeit. Indessen muß doch während dieser „leeren" Zeit irgend ein Sein bestanden haben, und dieses Sein, auch wenn es als ruhendes gedacht wird, hat Dauer so gut wie

ein Geschehen. Diese Dauer müßte also als unendlich abgelaufen schon im Momente des Anfangs alles Geschehens gedacht werden. Ein zeitlicher Anfang des Geschehens würde überdies als ursachlos dem Kausalgesetze widersprechen; aber mit der Hereinziehung des Kausalgesetzes komplizieren wir bereits unsern Gedankengang mehr als nötig. Wir müssen sagen: selbst wenn man den verzweifelten Schritt einer Durchbrechung des Kausalgesetzes vollzöge, würde man der Antinomie nicht entgehen. Wenn wir die Welt als ein gegebenes Ganzes betrachten, so muß ihre in einem beliebigen Momente verflossene Dauer entweder als unendlich oder als endlich betrachtet werden. Im ersten Falle führt dies zu einer abgeschlossenen Unendlichkeit, im zweiten zu einer absoluten Grenze. Entgehen kann man dem nur, wenn man darauf verzichtet, den Inbegriff alles dessen, was vor der Gegenwart liegt, als Ganzes zu denken. Was das bedeutet, muß später genauer gezeigt werden.

Die andere Richtung der Zeitreihe, die Zukunft, gibt in keinem Falle notwendigen Anlaß zu einer Antinomie, da sie immer nur als ins Unendliche verlaufend gedacht werden kann. Welche allgemeine Folgen aus dieser Eigenschaft gezogen werden müssen, geht uns wiederum hier nichts an.

Bei der Ausdehnung der Welt im Raum liegen die Verhältnisse darum weniger einfach, weil hier keine bevorzugte Richtung vorhanden ist. Das hat zur Folge, daß wir mit der Art der Raumerfüllung zu rechnen haben. Eine endliche ausgedehnte Welt im unendlichen Raume müßte eine Grenze voraussetzen, jenseits deren der absolut leere Raum begönne. Damit bei Bewegungen der äußersten Teile der Welt diese Grenze niemals überschritten würde, müßte irgend eine dies hindernde Ursache angenommen

werden. Dies aber würde zu Ursachen führen, die von einem bestimmten Orte des Raumes abhängig wären — einem Begriffe, der der Passivität des Raumes widerstreitet. Man hat indessen auch die Annahme einer der Masse nach endlichen Welt versucht, die dadurch mit dem unendlichen Raume verträglich gedacht wurde, daß von einer gewissen Grenze ab die Dichte in höherer als zweiter Potenz abnimmt, so daß die Menge der jenseits dieser Grenze gelegenen Materie sich durch eine konvergente Reihe und demnach als endliche Größe darstellen ließe. Wir wollen hier nicht die physikalischen Schwierigkeiten einer solchen Hypothese erörtern, sondern sie als überwindlich ansehen, um dem Argumente seine größte mögliche Kraft zu lassen. Auch dann noch gäbe es, wenn man die Welt als Ganzes betrachtete, in ihr unendlich entfernte Teile, also zwar keine unendliche Menge der Materie, doch aber unendliche Entfernungen. Was diese Theorie leistet, ist nur dies, daß für eine beliebig genaue Bestimmung aller Änderungen innerhalb eines beliebig begrenzten Umfanges sich immer eine Grenze angeben läßt, so daß die jenseits derselben gelegenen Teile sich vernachlässigen lassen. Hält man dies für genügend, verzichtet man also im Grunde darauf, die Welt als Ganzes zu denken, so wird man wohl auch ohne solche künstlichen Hypothesen auskommen. Wesentlicher könnte manchem der Vorzug scheinen, daß so die Gesetze der Erhaltung der Materie und Energie auf das Weltganze volle Anwendung finden. Wenn man nämlich die Menge der Materie und der Energie als unendlich voraussetzt, so würde sie beim Verschwinden oder Entstehen beliebiger endlicher Mengen sich selbst gleich bleiben. Dies folgt ohne weiteres aus dem Satze, daß eine unendliche Menge eigentliche Teile hat, die dem Ganzen gleich sind. Wir haben diese „Definition“ schon früher als eine Um-

schreibung der Unmöglichkeit eines unendlichen Ganzen erkannt.

Führt schon die Diskussion der Ausdehnung der Welt im Raume notwendig zur Heranziehung spezieller physikalischer Bestimmungen, so wird das bei den Fragen der Zusammensetzung noch viel mehr der Fall sein. Die Widersprüche nämlich, die man aus der unendlichen Teilbarkeit einer Strecke hat herauslesen wollen, sind bloß Schein. Diese unendliche Teilbarkeit bedeutet ja nur, daß sich für jede beliebige Zahl n eine Strecke angeben läßt, die n mal nebeneinander gesetzt eine beliebige gegebene Strecke ergibt. Auch daß der Begriff einer Erstreckung, die aus Punkten nicht zusammengesetzt werden kann, widerspruchsfrei ist, dürfte klar sein; nur muß man dann natürlich nicht fordern, daß die Strecke nun doch aus einem Aggregate von Punkten erzeugt werde. Auch durch Heranziehung der Zeit gewinnen diese Schwierigkeiten keine größere Stärke. Man hat wohl gesagt, ehe eine bestimmte Zeitstrecke durchlaufen sein könne, müßten alle ihren Teile, d. h. eine unendliche Zahl von Teilen durchlaufen sein. Hier liegt ein falscher Gebrauch des „ehe“ vor. Es sieht nämlich so aus, als sei zum Durchlaufen der Zeit selbst wieder Zeit nötig, während eben die Zeit doch nichts anderes ist als das Durchlaufen der Zeit. Wenn der Begriff der Strecke überhaupt möglich ist, so gilt dasselbe auch von dem der Zeitstrecke und damit der abgelaufenen Zeitstrecke. Das Durchlaufen einer Raumstrecke in einer Zeitstrecke ist aber formal gleichwertig einer Zuordnung von Teilstrecken dieser zu Teilstrecken jener und eine solche ist immer möglich. Schwierigkeiten entstehen hier erst, sobald man Annahmen über die letzte Zusammensetzung des Wirklichen in Raum und Zeit macht. Hier aber kommen wir zu einer ziemlich großen Zahl möglicher Annahmen, deren Dis-

kussion tief in die Physik hineinführt. Da es uns lediglich auf den Beweis des Satzes ankam, daß die Welt als Ganzes zu Antinomien führt, und da dieser Satz bewiesen ist, können wir uns ein Eingehen auf solche Fragen ersparen.

Dritter Teil.

Wirklichkeit, Wissenschaft, Kategorie.

Die Antinomien des Unendlichen ergaben sich erst bei der Anwendung der Begriffe „unendlich“ und „Grenze“ auf das Weltganze. Aber dieser letzte Begriff ist eigentlich ohne Begründung aufgenommen worden, ebenso wie die andern nicht konstruktiven Zusammenhänge und Ganzen, die im Erkennen eine Rolle spielen. Wohl wissen wir, daß aus der Relationsnatur der Urteilsmaterie die Notwendigkeit eines Urteilszusammenhanges als Erkenntnisziel folgt. Wir haben ferner vorläufig verschiedene Arten solcher Zusammenhänge unterschieden. Aber was ein nicht rein konstruktiver Urteilszusammenhang voraussetzt und bedeutet, ist bisher noch nicht untersucht worden. Was „Wirklichkeit“ eigentlich ist, die Rolle der Wirklichkeit im Erkennen, das sind Probleme, die sich uns jetzt aufdrängen. Sobald man sich ihnen nähert, gerät man in Schwierigkeiten.

Man spricht davon, daß es auf Erkenntnis der Wirklichkeit ankomme. Also wäre die Wirklichkeit Erkenntnisziel. Aber gehört nicht vielmehr das Material jeder Wissenschaft der Wirklichkeit an? Und weiter, in der Wirklichkeit liegen neue Voraussetzungen oder Forderungen oder noch besser als erfüllt vorausgesetzte Forderungen des Erkennens, wie Vergleichbarkeit, Substanzialität, Kausalität. Sie sind in der Wirklichkeit vorausgesetzt, aber die Wissenschaften formen sie eigentümlich um — oder wäre es

besser zu sagen, bilden sie exakter aus? Die nicht rein konstruktiven Wissenschaften suchen die Wirklichkeit und formen sie doch um, d. h. entfernen sich von ihr. Darin scheinen Schwierigkeiten zu liegen; denn welchen Sinn könnte eine Wissenschaft haben, die die Wirklichkeit nicht spiegelt? Oder sollte man lieber sagen, welchen Sinn hätte eine Wissenschaft, die die Wirklichkeit spiegelt? Gäbe sie nicht eine bloße Verdoppelung eines schon Vorhandenen und träfe damit nicht Goethes Verspottung naturalistischer Kunst, daß sie statt eines Bello zwei hervorbringe, auch die Wissenschaft?

Man könnte sich leicht noch eine ganze Weile in solchen Rätselfragen und Paradoxien ergehen, ohne dadurch irgend etwas zu fördern. Die Möglichkeit so zweideutiger Spiele weist darauf hin, daß die Begriffe noch nicht genügend geklärt sind, daß hier Probleme vorliegen, die sich durch die bisher gewonnenen Mittel nicht lösen lassen. Ein System der Logik müßte konstruktiv zu ihnen weiterschreiten und neue Voraussetzungen überall da aufnehmen, wo sie sich infolge der Unmöglichkeit, ohne sie auszukommen, als notwendig erwiesen. Unsre Untersuchung schlägt einen andern Weg ein, weil eine aus unvollständiger Einsicht hypothetisch aufbauende Konstruktion die Gefahr in sich schließt, willkürlich zu konstruieren, und die wahren Aufgaben ungelöst liegen zu lassen. Die vollständige Konstruktion freilich hätte in ihrer Vollständigkeit eine Garantie gegen solche Leerheiten; aber sie gehört der vollendeten Wissenschaft an, und wir haben längst gesehen, wie weit die Logik von einer Vollendung entfernt ist. Darum gehen wir von scheinbar allbekannten Begriffen aus, die wir analysieren. Freilich ist uns alles so Gewonnene Baustein für den konstruktiven Aufbau und muß in dieser Bedeutung erkannt und aufgewiesen werden.

Wir dürfen nie vergessen, daß das logische Wertsystem unser Ziel ist; aber ebensowenig, daß es als Wertsystem des wirklichen Erkennens erfaßt werden muß.

Die Resultate der analytischen Untersuchungen sind, wie bisher so auch künftig, durch genau definierte Ausdrücke terminologisch festzuhalten. Ja wir müssen, um Doppelsinn zu vermeiden, von der Unterscheidung verwandter Begriffe ausgehen. Es wird sich überall zeigen, daß diese, auf den ersten Blick vielleicht kleinlichen Untersuchungen mit unsrem großen Plane aufs engste zusammenhängen.

Kapitel VII.

Existenz und Wirklichkeit.

§ 18. Existenz und verwandte Begriffe.

Daß gerade die Wirklichkeitsbegriffe bisher am wenigsten geklärt sind und daher vor allem untersucht werden müssen, wurde schon hervorgehoben. Indessen der Ausdruck Wirklichkeit hat Beziehungen zu einer ganzen Gruppe von Wortbedeutungen wie Sein, Dasein, Existenz, Realität, Geltung. Diese Ausdrücke werden vielfach durcheinander gebraucht, ohne daß doch völlige Gleichheit der Bedeutungen besteht. Uns kommt es hier nicht auf Geschichte der Terminologie an, sondern auf Festlegung der wesentlichsten Unterschiede und auf ihre Bezeichnung durch die geeignetsten Termini. Ausgehen können wir dabei von der früher gewonnenen Einsicht in die logische Natur des sogenannten Existenzialurteils, das ja, wie wir sahen, stets Auftreten in einem bestimmten Zusammenhange und damit eine Relation zu diesem Zusammenhange behauptet. Um den allgemeinsten Begriff zu erhalten, der hier möglich ist, müssen wir also mit dem allgemeinsten Zusammenhange anfangen. Das

aber ist der Zusammenhang des Denkens. Dieser Zusammenhang gibt zunächst nur die Zugehörigkeit zu dem umfassendsten denkbaren Ganzen — dem Inbegriffe alles Denkbaren. Gegenstand des Denkens, denkbarer Gegenstand — das sind die allgemeinsten Beziehungen, die nie verneint werden können. Wir legen für sie am besten das neutralste und allgemeinste Wort, das Wort „Sein" fest. Was überhaupt gedacht werden kann, „ist" in diesem Sinne des Wortes. „Sein" kann, so verstanden, nicht verneint werden, ist also ein Grenzfall der Urteilsrelation, analog dem uns schon bekannten „und". „x ist", diese Urteilsfunktion gibt für jedes x ein wahres Urteil.

Es könnten Zweifel an dem Gesagten entstehen, wenn man an widersinnige oder unsinnige Verbindungen denkt, die wohl vorkommen, aber doch eigentlich nicht unbedenklich als Gegenstände des Denkens zu bezeichnen sind; von denen man sich sträubt zu sagen, daß sie seien. Und doch läßt sich nicht leugnen, daß ein Urteilsinhalt auch denkbar oder Gegenstand sein müsse, und so scheint auch das Undenkbare denkbar zu sein. Es sind, wenn man sich einmal auf solche Fragen einläßt, die schärfsten Unterscheidungen nötig, und so gehen wir von Husserls Unterscheidung zwischen Unsinn und Widersinn aus[1]). Für die eigentliche Logik kommt jedes Wort nur als Träger einer bestimmten Bedeutung, eines Sinnes, in Betracht. Sinnlose Verbindungen von Lauten oder Buchstaben sind keine Wörter. Gegenstand in einem Urteile kann auch das Abrakadabra sein, ebenso wie irgend ein Ton oder eine Farbe; aber es bedeutet dann nichts als sich selbst. Indessen auch ein großer Teil der eigentlichen Wörter erlangt nur in bestimmten Zusammenhängen volle Bedeutung. Fügt man solche Wörter entgegen den Gesetzen des Zusammenhangs aneinander, so entsteht Unsinn. Unsinnig

sind also Wortverbindungen wie: „Und gehen als“. Ihre Unzulässigkeit beruht zunächst auf sprachlichen, grammatischen Regeln, aber diese weisen ihrerseits auf logische Gesetze zurück, wie wir solche bei der Analyse des Urteils kennen gelernt haben. Man denke z. B. an den Satz, daß nur eine Relation zwischen Gegenständen Urteilsmaterie sein kann; daß nur eine Urteilsmaterie bejaht oder verneint werden kann. Weil diese Verhältnisse des Bedeuteten bestehen, gibt es unsinnige Verbindungen an sich bedeutungsvoller Wörter.

Kann man nun von dem Unsinn sagen, daß er „Gegenstand ist“ oder „ist“? Ganz gewiß nicht. Die Zeichenkombination „als gehen und“ ist unsinnig, das bedeutet ja gerade, es gibt keinen denkbaren Gegenstand, der ihr entspricht. Man darf nicht einwenden, daß in dem Urteil: „als gehen und“ ist Unsinn, der Unsinn doch eben als Gegenstand auftritt. Was hier vorkommt, ist vielmehr eine sinnlose Zusammenfügung von Zeichen, nicht deren fehlende Bedeutung; und eine Zeichenkombination ist natürlich so gut wie alles andre Hörbare oder Sichtbare ein ganz legitimer Gegenstand. Was von ihr verneint wird, ist auch nicht das allgemeine Sein, sondern, daß sie zu irgend einem Gegenstand die Relation hat, ihn zu bedeuten.

Vom Unsinn ist nun der Widersinn durchaus zu unterscheiden. Hier liegt die Unmöglichkeit, eine Kombination zu vollziehen, nicht in den allgemeinen Gesetzen der Zusammenfügung der Zeichen, sondern in den bedeuteten Gegenständen begründet. „Grade Primzahl größer als zwei“ ist widersinnig, denn eine grade Zahl ist durch zwei teilbar, eine Primzahl ist durch keine von ihr selbst und eins verschiedene Zahl teilbar. Eine grade Primzahl größer als zwei wäre also durch eine von ihr selbst und eins verschiedene Zahl, nämlich durch zwei, zugleich teilbar und nicht

teilbar. Indem ich das Bestehen des Widersinns beweise, lasse ich die grade Primzahl größer als zwei in einer Reihe von Urteilen als Gegenstand auftreten, und zwar nicht etwa die Zeichenkombination, sondern das dadurch Bedeutete. Hier scheinen nun wirkliche Schwierigkeiten vorzuliegen. Ein Widersinn bedeutet etwas und bedeutet doch nichts. Doch ist die Doppeldeutigkeit, die dabei in „etwas" und „nichts" sich versteckt, leicht zu entdecken und zu vermeiden. Grade Primzahl größer als zwei bedeutet einen Gegenstand, der durch das Bestehen, beziehungsweise Nichtbestehen mehrerer Relationen zu andern Gegenständen bestimmt ist. Es zeigt sich nun, daß diese verschiedenen Relationen einander widersprechende Urteile ergeben würden. Der Gegenstand ist also zuerst postuliert und kann als postulierter Gegenstand sogar in wahren, bejahenden Urteilen vorkommen. Freilich setzen solche Urteile dann nicht den ganzen Gegenstand, sondern nur gewisse seiner Momente voraus. Sage ich z. B. ein viereckiger Kreis ist eine ebene Figur, so hebe ich dabei Bestandteile heraus, die sowohl in Viereck als auch in Kreis enthalten sind, also auch dem postulierten Gegenstand zukommen, der beides zugleich ist. Wir können danach sagen, widersinnige Kombinationen sind als Postulate Gegenstände des Denkens; es gibt also einen allgemeinsten Sinn von sein, der auch sie umfaßt.

Nicht aus Freude an Spitzfindigkeiten, sondern um auf wichtige Begriffsverhältnisse hinzuweisen, sei erwähnt, daß es ein eigentümliches Zwischengebiet zwischen Unsinn und Widersinn gibt. Schwefelsaure Tugend, ein liebenswürdiges Sechseck oder ein Zentner Temperatur sind logisch und sprachlich nicht unsinnige Kombinationen, aber sie häufen Bestimmungen zusammen, die ganz verschiedenen Gebieten angehören. Man kann in solchen Fällen einen Widersinn konstruieren, indem man etwa sagt, Tugend ist kein Körper,

Schwefelsäure kann nur als Bestandteil zusammengesetzter Körper Teil eines komplexen Gegenstandes sein. Aber doch unterscheidet sich diese Verbindung disparater Gebiete von dem gewöhnlichen Widersinn. Mit dem Unsinn hat dieser Fall gemein, daß er Sinnvolles falsch zusammenfügt; nur liegt der Fehler beim eigentlichen Unsinn in der Vernachlässigung der Regeln der Bedeutung, die zuletzt auf logische Normen führen, bei unserem Falle in den Eigenschaften der kombinierten Gegenstände. Danach läßt sich denn die Frage entscheiden, ob schwefelsaure Tugend ein Gegenstand ist. Fassen wir die darin liegende Unmöglichkeit gegenständlich als Widersinn, so können wir sagen, sie kann als abzuweisendes Postulat ebenso ein Gegenstand sein wie der viereckige Kreis, betrachten wir sie aber als symbolisch in der falschen Zusammensetzung der Zeichen begründet, so entsteht ein Unsinn, d. h. eine Zeichenkombination, der die Zuordnung zu einem anderen Gegenstande fehlt.

Ernsthaftere Probleme treten erst auf, wenn wir diesen allgemeinsten Sinn des Seins verlassen und zu den Bedeutungen übergehen, die das Wort „ist" in Existenzialurteilen meistens hat. Es handelt sich dann stets um Sein in einem bestimmten Zusammenhang. Ich will dafür dauernd nur das Wort Existenz brauchen und mich dadurch vor allem auch mit dem Sprachgebrauch der Mathematiker in Einklang halten. Es ist danach falsch, von Arten des Seins zu reden, da jeder denkbare Gegenstand in gleicher Weise „ist"; wohl aber muß man Arten der Existenz unterscheiden. $\sqrt{2}$ existiert z. B. nicht als rationale, wohl aber als irrationale Zahl. In allen im vorwissenschaftlichen und wissenschaftlichen Denken wirklich auftretenden Existenzialurteilen wird immer nur eine bestimmte Art der Existenz bejaht oder verneint. Unter diesen Arten nimmt nun die

Existenz in demonstrablen raumzeitlichen Zusammenhängen eine besondere Stellung ein.

Hierbei sind einige Festlegungen von Terminis nötig. Ein rein demonstrativ abgegrenztes Stück des raumzeitlichen demonstrablen Zusammenhanges werde als eine Realität bezeichnet. Eine Realität umfaßt also den ganzen Inhalt dessen, was einen bestimmten raumzeitlichen Abschnitt ausfüllt. Eine Realität hat reale Existenz. Unter „Wirklichkeit" soll dagegen stets ein Zusammenhang verstanden werden. Da Raum und Zeit ins Unendliche teilbar sind, kann jede Realität immer wieder in Realitäten zerteilt werden. Außerdem ist es aber stets möglich, an einer Realität inhaltlich bestimmte Gegenstände herauszuheben. Die erste Art der Teilung nennt man mit einem von Husserl[2]) festgelegten Ausdrucke: Zerstückung, die so gewonnenen Teile Stücke. Entsprechend heißt die Heraushebung nicht vollständig realer Teile Zerlegung in Momente. Analoge Unterschiede gibt es auch bei andern Arten der Existenz: so ist etwa die Differenzierbarkeit ein Moment an einer Kurve. Auch ein Moment kann unter Umständen wieder in Stücke und Momente geteilt werden. Ein Moment hat, so kann man sagen, Inexistenz relativ zu der Existenzart seines Ganzen. Ein Moment einer Realität hat also reale Inexistenz.

Inwiefern kann man danach reale Inexistenz eines Allgemeinen behaupten? Ein Moment kann in verschiedenen Realitäten vorhanden sein (z. B. dieselbe Farbe) — aber es inexistiert doch immer als individuelles in einem Individuellen. Freilich, für sich genommen ist es dasselbe, wo und wie es auch vorkomme — es ist also abgesehen von seiner individuellen Inexistenz allgemein. Immer bleibt es ein laxer und nicht empfehlenswerter Sprachgebrauch, von einer Inexistenz des Allgemeinen zu reden.

Ferner kann man fragen, ob Relationen inexistent sind. Da sie Merkmale sein können, so muß diese Frage unbedingt bejaht werden. Freilich ist eine Relation nicht dem einen der beiden bezogenen Gegenstände, wohl aber dem System beider inexistent.

Besondere Schwierigkeiten bietet das Verhältnis der naturwissenschaftlich umgeformten Begriffe zur Realität. Schon ob ein Physisches im Sinne dieser Wissenschaften und ein Psychisches im Sinne der Psychologie reale Existenz hat, erscheint fraglich. Da ferner die physikalischen Konstruktionen Umformungen der Realität sind, scheinen sie doch keine Momente der Realität und noch weniger Realitäten sein zu können. Es ist klar, daß sich diese Frage nur im Zusammenhange einer Theorie der Naturwissenschaft beantworten läßt.

Eine Vorarbeit für diese Entscheidung kann immerhin eine letzte terminologische Festsetzung leisten. Es gibt allgemeine Urteile, die auf Realitäten anwendbar sind. Dabei kann man von diesen Urteilen, etwa dem Gesetze der Erhaltung der Energie, nicht sagen, das sie reale Inexistenz besitzen. Denn Urteile lassen sich nicht an Realitäten aufweisen, und selbst die Urteilsmaterie ist in den hier gemeinten, allgemeinen Urteilen, eben weil ihrem Wesen nach allgemein, nicht aufweisbar. Wir können an jedem einzelnen Säugetier das rote, warme Blut aufweisen, aber, daß alle Säugetiere rotes, warmes Blut haben, läßt sich nicht als Moment von Realitäten erfassen. Um die Beziehung dieser allgemeinen Urteile zu realen Zusammenhängen auszudrücken, verwenden wir Lotzes Terminus „Geltung". Genauer handelt es sich hier um reale Geltung [2a]). Denn auch dieses Verhältnis findet sich in konstruktiven Zusammenhängen wieder. So hat der Satz, daß jede algebraische Gleichung Wurzeln besitzt, Geltung

für das Bereich der komplexen Zahlen, aber nicht für das der natürlichen Zahlen. Auch kann man von Geltung innerhalb bestimmter Teile der Wirklichkeit oder für einen gewissen Umfang von Realitäten reden. So hat das Urteil, innerhalb von 24 Stunden wird es stets einmal Nacht und wieder Tag, nur außerhalb der Polarzone Geltung. Nach unserer Definition können Geltung nur Urteile haben, die zwischen inhaltlich bestimmten Gegenständen Beziehungen behaupten. Es ist also nicht korrekt, von der Geltung der Wahrheit zu reden, da nicht jedes wahre Urteil in dem definierten Sinne Geltung hat. Wahrheit als Wert fordert Anerkennung. Reflektiert man darauf, daß diese Anerkennung sich an reale Subjekte richtet, so könnte man von einer Geltung des Wahrheitswertes für diese Subjekte reden. Vorteilhafter erscheint es mir, das Wort auf die objektive Geltung einzuschränken und die Beziehung des Wertes zu den Subjekten, die ihn anerkennen sollen, lieber als Anspruch Forderung oder ähnlich zu bezeichnen.

§ 19. Die Arten der Wirklichkeit.

Die terminologischen Festsetzungen werden uns im folgenden vielfach zugute kommen; doch würden wir Gefahr laufen, in ein bloßes Klassifizieren zu geraten, wollten wir in dieser Weise fortfahren. Vielmehr müssen wir jetzt, wie angekündigt wurde, durch analytische Untersuchungen zu dem Kern der Probleme vordringen. Schon zweimal hat sich uns gezeigt, daß die schwierigsten Fragen in dem meist sorglos gebrauchten Worte Wirklichkeit verborgen liegen. Wir hatten Realität vorläufig mit Beziehung auf den Zusammenhang der Wirklichkeit definiert. Aber was bedeutet dieser Zusammenhang? Schon dadurch reißt er uns aus dem ruhigen Abspinnen logischer Gedankengänge heraus, daß er sich nicht als Zusammenhang von

Urteilen fassen läßt. Denn der Wirklichkeit scheint es wenigstens nur sekundär zu sein, daß wir uns bemühen, sie in wahren Urteilen uns zu eigen zu machen. Wir folgen dieser Anregung und gehen zunächst phänomenologisch vor. Dabei knüpfen wir daran an, daß, wo wir von Wirklichkeit reden, der Gedanke an den Gegensatz der Wirklichkeit sich nicht fernhalten läßt. In welchem Sinne aber kann etwas Denkbares unwirklich sein, da es doch als Gegenstand des Denkens wirklich gedacht werden muß? Wir wollen also versuchen, die verschiedenen Motive, aus denen man Wirklichkeit und Schein unterscheidet, zu verfolgen. Es wird sich dabei zeigen, daß ganz verschiedene, ja einander ausschließende Wirklichkeitsbegriffe vorhanden sind, und es wird darauf ankommen, den Erkenntniswert jedes dieser Begriffe zu erforschen.

Schon frühe Denker haben Schein und Wirklichkeit unterschieden, ja seit Parmenides diese ganze Welt sinnlicher Erlebnisse als bloßen Schein herabgewürdigt. Fragt man, wie der Mensch dazu kommt, aus der Gesamtheit seiner Erlebnisse einiges als bloßen Schein auszusondern, so findet man in verschiedenen Fällen verschiedene Motive, die sich freilich auch in mannigfaltiger Weise verketten. Ein Schein ist der Traum; zunächst weil er nur dem Träumenden, nicht auch andern erlebbar ist. Dazu kommt aber, daß der Traum meist rasch vergessen wird und auf das Tagesleben geringe Wirkung ausübt. Unwirklich in diesem Sinne des Wirkungslosen ist auch das nur im Spiel Angenommene oder der Schatten. Als wirkungslos erscheint leicht, was rasch vergeht und seine Gestalt unaufhörlich wechselt, der Rauch, der Hauch, die Welle, der Schaum. Aber es läßt sich gar nicht leugnen, daß Vergehen und Wechsel an sich, noch ganz abgesehen von der relativen Unwirksamkeit des Wechselnden, als ein Zeichen der Unwirklichkeit aufgefaßt

werden. Um die Wirksamkeit des Vergänglichen sich zu erklären, nimmt man hinter ihm eine dauernde Wesenheit an; so wird der zündende Blitz zur Äußerung des Gewittergottes.

Alle diese Motive treten schon im vorwissenschaftlichen Denken auf und wirken im wissenschaftlichen fort. Besondere Ausdehnung erfährt dabei der Umfang des nur einem Einzelnen erscheinenden Scheines. Man entdeckt die individuelle Verschiedenheit in allen Sinneswahrnehmungen und wird gegen sie mißtrauisch. Zugleich erkennt man, daß vieles, was für bleibend galt, in fortwährendem Wechsel sich umgestaltet. So muß das Wirkliche, als bleibend und für Alle gleich gedacht, erst gesucht werden. War ursprünglich der Schein eine Ausnahme in der wirklichen Welt, so löst sich nun diese ganze Welt in Schein auf. Muß das Denken erst hinter diesem Scheine das Wirkliche suchen, so wird also die Wirklichkeit mit dem durch das Denken Gefundenen und bald in psychologisch leicht verständlicher Konsequenz mit dem durch das Denken Erzeugten gleichgesetzt. In der Tat entspricht das Resultat des Denkens den beiden Anforderungen, denen gegenüber die naiv erlebte Welt versagt hatte. Wenigstens seinem Anspruche nach kennt das Denken keinen Unterschied zwischen den Individuen, und der Gegenstand des Denkens ist als solcher seiner Natur nach feststehend und unvergänglich.

Indessen gegen diese Gleichsetzung des Denkerzeugten mit der Wirklichkeit kann der Widerspruch nicht ausbleiben, zumal das zweite unter den Motiven für die Trennung von Schein und Wirklichkeit seine Ansprüche geltend macht. Als wirksam erweist sich uns stets, was wir greifen, was unseren Sinnen Eindruck macht. Im

Gegensatze zu dieser Fülle und Kraft erscheint das Erdachte schwach und leer. So kommt man dazu, grade umgekehrt in der sinnlichen Wahrnehung das allein Wirkliche zu sehen und alle Zutaten des Denkens als unwirklich zu verwerfen. Alles Denken ist dann nur Mittel, dieses Gegebene vollständiger zu fassen und leichter zu überblicken. Nennt man den ersten rationalistischen Wirklichkeitsbegriff wahre Wirklichkeit wegen seiner polemischen Haltung zu der Scheinwirklichkeit des unwissenschaftlichen Menschen, so kann man beim Sensualismus von einem Streben nach der unmittelbaren Wirklichkeit sprechen, weil in der vermittelnden Funktion des Denkens hier die Trübung erblickt wird, durch deren Schuld täuschender Schein sich in die lautere Wahrheit der Sinne mischt.

Bei aller Gegensätzlichkeit haben wahre und unmittelbare Wirklichkeit doch etwas gemeinsam. Für beide ist, was wir gewöhnlich zu erleben glauben, unwirklich oder mindestens mit Unwirklichem durchsetzt. Vom Sensualismus gilt das wenigstens in dem Falle, daß er sich selbst versteht. Er setzt dann Sinnesempfindungen an die Stelle der Dinge und wird zu der Richtung, die man gewöhnlich Positivismus nennt. Das Streben nach der reinen Erfahrung zeigt, daß die gewöhnlich so genannte Erfahrung nicht rein ist. Nur wenn die Opposition gegen das Denken ihre eigenen Motive nicht versteht, führt sie zum Materialismus. Dieser kämpft gegen das bloß Erdachte und sieht nicht, daß der Begriff der Materie selbst ein Denkerzeugnis ist. Wenn die Denkmitttel der Naturwissenschaft als Hilfsmittel letzter metaphysischer Erkenntnis verstanden werden, können sie nur eine wahre Wirklichkeit im Sinne des Rationalismus hervorbringen. Vermöge einer eigentümlichen Selbsttäuschung bildet sich der vulgäre Materialist ein, auf diese Weise die unmittelbare Wirklichkeit zu erfassen.

Für uns ist diese Zwitterbildung bedeutungslos. Wesentlich sind uns nur die beiden konsequenten Richtungen und am wichtigsten, daß beide dazu kommen, den gewöhnlichen Wirklichkeitsbegriff, allerdings in entgegengesetztem Sinne, umzubilden. Besonders deutlich wird das, wenn man auf den demonstrablen Zusammenhang in Raum und Zeit reflektiert. Der Rationalist faßt diesen Zusammenhang als bloße Spiegelung einer rein rationalen Folge von Urteilen. So verwandelt Spinoza das Nacheinander und Nebeneinander in ein begriffliches Folgen aus dem Wesen der Substanz; so versteht Hegel das historische Geschehen als logische Entwicklung. Umgekehrt löst der Sensualist den raumzeitlichen Zusammenhang in eine Summe von Gegebenheiten auf und erklärt dabei die Prinzipien dieses Zusammenhanges, Raum und Zeit, für bloße Empfindungsbestimmungen.

Immer wieder macht sich die Opposition gegen die von zwei entgegengesetzten Seiten ausgehenden Versuche geltend, an Stelle der Wirklichkeit, in der wir leben, eine andere zu setzen. Freilich tritt diese Reaktion des natürlichen Gefühles selten rein auf, mischt sich vielmehr gewöhnlich mit Elementen ganz anderer Art. Löst man ihren Kern aus solchen zufälligen Verwicklungen heraus, so erkennt man, daß sie im Sinne einer natürlich verstandenen Wirklichkeit gegen die philosophisch umgebildeten Wirklichkeitsbegriffe des Rationalismus und Sensualismus Protest erhebt. Nicht begriffliche Konstruktionen, aber ebensowenig Haufen von Empfindungen bilden die Wirklichkeit, inmitten deren sich jeder einzelne Mensch als Realität unter Realitäten vorfindet, und die zu erkennen ihn praktische Bedürfnisse und theoretische Wißbegier in gleicher Weise antreiben. Vielmehr handelt es sich um Dinge mit ihren Eigenschaften und Wirksam-

keiten, um Sonne, Mond und Sterne, Felsen und Ströme, Pflanzen, Tiere und Menschen. Dem natürlichen Menschen erscheint es als eine Schrulle, wenn man etwas anderes als diese Fülle zur Wirklichkeit machen will; und auch mancher Philosoph sieht eine Verirrung des Denkens darin, denkgesponnene Begriffsgespenster oder isolierte Empfindungen, die sich, man weiß nicht wie, zu Ichen einerseits, zu Dingen anderseits zusammenfinden, an Stelle des lebendigen Lebens zu setzen. Wir wollen diesen neuen Wirklichkeitsbegriff, um ihn von den übrigen zu unterscheiden, als erlebte Wirklichkeit bezeichnen. In dieser erlebten Wirklichkeit fühlt sich also jeder von uns in jedem Augenblick, in dem er nicht erkenntnistheoretisch reflektiert. Indessen das jeweils Erlebte erschöpft keineswegs die Fülle dessen, was man unter Wirklichkeit versteht. Es erscheint vielmehr nur als ein Ausschnitt, als ein kleiner Teil einer Gesamtheit, die doch in allen ihren Teilen, mögen sie sonst auch noch so verschieden sein, für das natürliche Bewußtsein denselben Grundcharakter hat, wie der bisher erlebte Teil. Dieses Verhältnis von Teil und Ganzem ist nicht nur extensiv, sondern auch intensiv zu verstehen. Auch von jedem kleinsten Teile der Wirklichkeit erleben wir immer nur Weniges und haben stets Neues daran zu entdecken. Diese noch nicht erlebten, vielleicht nie erlebten Teile der Wirklichkeit, die doch in voller Analogie zu den erlebten aufgefaßt werden, wollen wir als erlebbare Wirklichkeit bezeichnen. Zwischen Erlebtem und Erlebbarem bewegt sich unser Leben und insbesondere auch unser gewöhnliches Erkennen. Wenn wir die Wirklichkeit unerschöpflich nennen, so meinen wir die erlebbare Wirklichkeit. Erlebte und erlebbare Wirklichkeit stehen, wie schon erwähnt, auf einer Wirklichkeitsstufe. Da sie zusammen gehören, bilden sie eigentlich erst gemeinsam

den Wirklichkeitsbegriff, der im Gegensatz zu den Umbildungen der Philosophie sich behaupten will. Wir brauchen daher einen Ausdruck, der beide umfaßt und wollen den Inbegriff von erlebter und erlebbarer Wirklichkeit als Erlebniswirklichkeit bezeichnen.

Die Bedeutung auch dieses Begriffes können wir uns klarer machen, wenn wir hervorheben, was nicht zur Erlebniswirklichkeit gehört. Denn auch dieser Wirklichkeitsbegriff schließt gewisse Gegenstände als scheinhaft aus. Unwirklich sind in diesem Sinne vor allem die durch das Denken festgehaltenen einzelnen Momente des Wirklichen und die Konstruktionen aus diesen Momenten. Der Begriff ist also unwirklich im Sinne der Erlebniswirklichkeit. Dabei verstehe ich unter Begriff den Gegenstand des Denkens, nicht den mit dem Begriffswort oder Begriffszeichen verbundenen, psychischen Inhalt, der als solcher vielmehr durchaus zur Erlebniswirklichkeit gehört. Auch Phantasiegegenstände sind unwirklich, sofern sie als solche angesehen werden, natürlich nur die Phantasiegegenstände, nicht die Phantasietätigkeit. Indessen fehlt den Phantasiegegenständen etwas anderes zur Wirklichkeit als den Denkgebilden. Sie ermangeln des Vorkommens in dem einen einheitlichen Zusammenhang, während die Begriffe der Erlebnisfülle entbehren. So enthüllen uns die beiden Gegensätze am deutlichsten die beiden Anforderungen, die wir an jeden Teil der Erlebniswirklichkeit stellen.

Sehr eigentümlich und schwer zu fassen ist das Verhältnis der Erlebniswirklichkeit zum erlebenden Menschen. Einerseits gehört dieser durchaus selbst in die Erlebniswirklichkeit hinein, bildet ein Stück von ihr, ist von ihr abhängig. Anderseits zeigt sich diese für den gesunden Menschenverstand so einfache und feste Welt als abhängig vom überindividuellen Ich im Sinne des Satzes der Immanenz. Nun ist

der einzelne Mensch ganz gewiß nicht überindividuelles Ich; aber da er doch ein Ich ist, ist ihm jenes überindividuelle nur in ihm selbst faßbar, sofern er als erkennendes Individuum danach hinstrebt. Aber mit dieser Abhängigkeit von Überindividuellen im Individuum ist noch gar nicht alles erledigt. Vielmehr enthält die Erlebniswirklichkeit stets auch Bestandteile, die vom Individuellen des erlebenden Menschen abhängig sind. Besonders klar wird das, wenn man sieht, wie sich im Lauf der Geschichte die Erlebniswirklichkeit wandelt. Gespenster und Engel, Zauberer und Hexen, Teufel und Wunder gehörten durchaus zur Erlebniswirklichkeit des mittelalterlichen Menschen. Wir erkennen daraus, daß diese Art der Wirklichkeit, so weit sie bisher bestimmt wurde, nichts ihrem Inhalte nach vollständig Feststehendes ist, daß sie vielmehr nur relativ zum erlebenden Individuum gefaßt werden kann. Daraus aber erwächst eine Schwierigkeit. Entweder gehört die Erlebniswirklichkeit ganz und gar zum Individuum — dann ist sie aus der strengen Erkenntnistheorie zu beseitigen und gehört den Vorstufen der Problembildung sowie der angewandten Logik an; oder die Erlebniswirklichkeit ist auch für die reine Logik unentbehrlich, dann muß sie ihrer Beziehung zum wechselnden individuellen Faktor im erlebenden Ich entkleidet werden. Mit andern Worten, an Stelle der realen Erlebniswirklichkeit, in der jeder Einzelne als Realität inbegriffen ist, hätte eine ideale Erlebniswirklichkeit zu treten. Dieser Begriff aber erscheint problematisch; es muß erst nachgewiesen werden, daß eine Erlebniswirklichkeit die Eigenschaften eines echten Ideals — zugleich notwendig und unerreichbar zu sein — besitzt. So führt auch dieser Wirklichkeitsbegriff auf Fragen, die nun über unsre historische Orientierung hinaus einer sachlichen Besprechung bedürfen [8]).

Wir sind zu den drei Wirklichkeitsbegriffen durch Analyse verschiedener Auffassungen des Erkennens gelangt, die wir zwar in gewissem Maße schematisiert haben, die aber doch zugleich historisch in gegensätzlichen, philosophischen Richtungen vorhanden sind. Träte indessen jeder der drei Begriffe wirklich nur in einer bestimmten Theorie auf, gehörte also die Erlebniswirklichkeit einzig dem naiven Realismus oder einer im Sinne Schillers sentimentalischen Erneuerung des naiven Realismus an und entsprechend die wahre Wirklichkeit dem Rationalismus, die unmittelbare dem Sensualismus — sie hätten für uns nur geringe Bedeutung. In Wahrheit liegt es anders. Wenn auch jede der streitenden Auffassungen durch eine Partei ausgebildet und verteidigt worden ist, so kehren doch alle drei in veränderter Form und Stellung immer wieder, und es gewinnt den Anschein, als sei keine von ihnen jemals ganz entbehrlich, mag auch ihre relative Bedeutung wechseln und ihre Stellung zueinander sich verschieben. Als ein Mangel fast aller erkenntnistheoretischen Untersuchungen fällt dabei auf, daß keine Klarheit über Verschiedenheit und Inhalt der Wirklichkeitsbegriffe herrscht. Dieser Mangel indessen liegt nicht ausschließlich an den einzelnen Forschern, ist vielmehr bis zu einem gewissen Grade auch sachlich begründet. Alle drei Wirklichkeitsbegriffe gehören, soweit sie bisher entwickelt wurden, mittleren Stufen der erkenntnistheoretischen Reflektion an. Von der Erlebniswirklichkeit wurde das bereits nachgewiesen; die wahre Wirklichkeit enthält augenscheinlich metaphysische Voraussetzungen, die unbegründet sind oder mindestens aus der Logik ferngehalten werden müssen; die unmittelbare Wirklichkeit endlich fordert eine Isolierung der reinen Gegebenheit, die sich uns schon bei der Analyse der Urteilsevidenz als unmöglich erwiesen hat. Trotzdem werden wir immer wieder

zu diesen Begriffen zurückgetrieben, am entschiedensten, wenn wir uns nicht auf die allgemeinsten Probleme beschränken, sondern zugleich auf die besonderen Aufgaben des Erkennens unsere Aufmerksamkeit richten. In der Erkenntnisarbeit, die Wissenschaft und Leben uns auferlegen, wirken wir als individuelle Menschen. Wir gehen dabei von der erlebten Wirklichkeit aus und scheinen uns ganz innerhalb der Erlebniswirklichkeit zu bewegen. Indessen fast bei jedem partialen Ziele einer Erkenntnis kommt bereits zu der Bereicherung und Erweiterung des bisher Erlebten, die innerhalb des Erlebbaren zu bleiben wenigstens die Möglichkeit hat, noch die Befreiung von irrtümlichen subjektiven Zutaten und die fortschreitende Verwandlung des bloßen Nebeneinander in einen begriffenen und verstandenen Zusammenhang hinzu. Die erste dieser beiden Richtungen bewegt sich auf die unmittelbare, die zweite auf die wahre Wirklichkeit zu, ohne daß freilich im wirklichen Erkennen jemals der extreme Sinn dieser Begriffe, wie ein entschiedener Sensualismus oder Rationalismus sie versteht, erreicht würde. Man kann von einer relativen Bedeutung der wahren Wirklichkeit reden, wenn etwa schon das gewöhnliche Leben auf die Subjektivität der Farbenempfindungen Rücksicht nimmt, und entsprechend von einer relativen Bedeutung der unmittelbaren Wirklichkeit, wenn aus einer Zeugenaussage durch Beseitigung der Veränderungen, die der Auffassung und den Gedächtnismängeln des Zeugen entstammen, die Eindrücke rekonstruiert werden, die seine Sinne trafen. Um nur relative Bedeutung handelt es sich freilich in beiden Fällen. Denn irgend eine, wenn auch unbestimmte, sinnliche Qualität bleibt, solange überhaupt an Wirklichkeit gedacht wird, erhalten, und bei der Kritik einer Zeugenaussage kommen, wie schon nachgewiesen wurde, relativ rationale Prinzipien in Betracht.

In ihren absoluten Formen entbehrt die wahre Wirklichkeit der Fülle und Erlebbarkeit, die unmittelbare außerdem noch des Zusammenhangs, die Erlebniswirklichkeit aber, die nach diesen Richtungen nichts zu wünschen übrig läßt, der eindeutigen Bestimmtheit.

Diese Mängel bei Begriffen, die doch unentbehrlich zu sein scheinen, zwingen zu eindringenderer Untersuchung. Zu diesem Zwecke sind die Probleme einzeln herauszuarbeiten und auf ihren Grund wie auf ihre Lösbarkeit hin zu erforschen.

Einteilen lassen sich die Probleme in solche, die dem allgemeinen Begriffe der Wirklichkeit angehören, also in allen drei Wirklichkeitsbegriffen in gleicher Weise zum Ausdruck kommen, und in andere, auf die die Verschiedenheit der Wirklichkeitsbegriffe hindeutet. Diese letzteren können als Kampf der Wirklichkeitsbegriffe zusammengefaßt werden oder als Streit um das Wesen der Wirklichkeit, da dieses doch wohl als einheitlich vorausgesetzt werden muß.

Wenn man sagt, wir wollen die Wirklichkeit erkennen, so gibt man damit dem Erkenntnisziele eine ganze Reihe von Bestimmungen. Man setzt zunächst voraus, daß dieses Ziel ein einheitliches und einziges Ganzes bildet. Weiter liegt darin die Annahme, daß dieses Ganze als solches unabhängig von unserem Erkennen da sei; daß also in einem gewissen Sinne das Erkenntnisziel vom Erkennen bereits vorausgesetzt werde. Diese Unabhängigkeit der Wirklichkeit vom Erkennen spiegelt sich endlich darin, daß dieselbe Wirklichkeit zugleich auch der Schauplatz unseres praktischen Handelns ist. Dadurch weist dieser Begriff über den logischen Zusammenhang hinaus, knüpft Fäden an, die in andere Gebiete hinüberführen. Jede dieser Bestimmungen, die das Erkenntnisziel durch den Begriff der Wirklichkeit erfährt, ist nun aber problematisch. Der scheinbar harmlose Satz,

daß unser Erkennen uns die Wirklichkeit zugänglich machen soll, birgt die tiefsten Fragen der Philosophie in sich. Das muß an jeder dieser Bestimmungen im einzelnen nachgewiesen werden.

Daß jedes Erkenntnisziel ein Zusammenhang sein muß, ist wiederholt betont worden. Im Begriffe der Wirklichkeit aber liegt gefordert, daß alle einzelnen Zusammenhänge, so lange sie noch voneinander getrennt bleiben, nicht letzte Ziele sein können, daß sie vielmehr auf einen einzigen, einheitlichen Zusammenhang hinweisen, dem sie sich alle einordnen. Diese Bestimmung gibt uns zunächst neue Einsicht in den Begriff des Unwirklichen und des Scheines. Unwirklich ist ein Gegenstand, der diesem Zusammenhange nicht angehört. Jeder inhaltlich abgegrenzte Gegenstand ist nun dem Zusammenhange entrissen. Wohl mögen seine Momente reale Inexistenz haben und dadurch zwar nicht Realitäten sein, doch aber der Wirklichkeit angehören; der inhaltlich abgegrenzte Gegenstand als solcher bleibt trotzdem dem Zusammenhange fremd. Die philosophischen Systeme, die dem Begriffe Realität zusprachen, setzten ihn zugleich irgendwie als Glied in den einen Zusammenhang ihrer wahren Wirklichkeit hinein. Diese besondere Beziehung ist es, die wir nicht wiedergeben, wenn wir die platonische Idee als Begriff übersetzen. Dem Unwirklichen fehlt die Stelle im Zusammenhang der Wirklichkeit. Der Schein täuscht eine Stelle vor, die ihm nicht zukommt. Eine Fatamorgana ist Schein, sofern das gesehene Wasser in den einen Raum der Wirklichkeit an eine bestimmte Stelle gesetzt wird. Als Luftspiegelung gehört sie durchaus der Wirklichkeit an, ebenso wie der Traum als Traum wirklich ist. Man erkennt die Notwendigkeit eines einzigen Anordnungsprinzipes für jeden Wirklichkeitszusammenhang. Die Einheit der Wirklichkeit steht nun im Gegensatze zur diskursiven Natur des Er-

kennens, als welches immer nur ein Moment für sich herausheben, eine Richtung des Zusammenhanges verfolgen kann. Darum legt sich das Erkenntnisziel für uns in die Mannigfaltigkeit der Wissenschaften auseinander. Wir werden noch erkennen, daß ein einheitlicher Zusammenhang aller Erkenntnisse kein erreichbares Ziel sondern ein Ideal im strengen Sinne des Wortes ist. Hält man diesen Satz mit dem andern zusammen, daß die Wirklichkeit doch vom Erkennen vorausgesetzt sei, so gewinnt dieser Begriff das paradoxe Aussehen eines als vollendet vorausgesetzten Ideales. Unser Erkennen bewegte sich danach einem unerreichbaren Ziele zu, das es doch zugleich als fertig gegeben anerkennen müßte.

Noch schärfer und schneidender ist der Widerspruch, der in der zweiten Bestimmung der Wirklichkeit liegt. Die Wirklichkeit soll unabhängig vom Erkennen da sein. Und doch lehrt uns der Satz der Immanenz, daß nicht nur jeder Gegenstand logisch auf ein Erkennen bezogen ist, sondern daß er zugleich gar nicht ohne Erkenntnisform gedacht werden kann. Dadurch tritt die kritische Erkenntnistheorie in scharfen Gegensatz zu allen Ansichten, die im Erkennen eine Abbildung oder Widerspiegelung einer vom Erkennen unabhängigen Wirklichkeit sehen. Sofern also die Bezeichnung des Erkenntniszieles als Wirklichkeit eine Abbildungstheorie voraussetzt, scheint sie durch den Satz der Immanenz gerichtet zu sein. Alle vorkantische Philosophie stand auf dem Boden der Abbildungstheorie, wiewohl jeder schärfere Denker in unserem gewöhnlichen Erkennen nur ein getrübtes Bild sah und daher von der Erlebniswirklichkeit entweder in der Richtung zur wahren oder zur unmittelbaren Wirklichkeit weiterschritt. Wohl ist im Prinzip die Unhaltbarkeit aller Abbildungstheorien erwiesen. Wir wissen, daß es sinnlos ist, von Dingen, Zusammenhängen, Gesetzen,

einer Welt, ja auch nur von Empfindungen, ihrer Folge und Verknüpfung zu reden und sich einzubilden, daß man dabei von etwas spricht, das vom Erkennen unabhängig wäre. Aber gleichsam dieser Einsicht zum Spotte drängt sich die Wirklichkeit mit immer neuer Wucht dem Geiste auf. Was der gesunde Menschenverstand an plumpen Späßen gegen den Idealismus vorbringt, mag man unbeachtet lassen. Aber Leben und Schicksal überzeugen den Geist immer wieder von seiner Abhängigkeit, und die Geschichte der Philosophie lehrt, daß auch die konsequentesten Vertreter des kritischen Idealismus immer in Gefahr schweben, von der mühsam errungenen Höhe abzugleiten. Auch hier ist eben mit der bloßen Negation nichts getan; es gilt vielmehr, die Abbildungstheorie im Sinne Hegels aufzuheben, indem man den berechtigten Motiven in ihr Anerkennung verschafft. Die Ergebnisse früherer Untersuchungen erleichtern uns das. Vor allem ist darauf hinzuweisen, daß der richtig verstandene Satz der Immanenz die Gegenstände des Erkennens nicht etwa von einer zufälligen Beschaffenheit oder gar von einer reinen Willkür des einzelnen, erkennenden Menschen abhängig macht. Dem besonderen Ich tritt vielmehr das überindividuelle als Forderung gegenüber, deren Anerkennung durchaus nicht verweigert werden kann. Freilich birgt auch dies Verhältnis noch große Schwierigkeiten, die sich von seiten des Ich wie von seiten der objektiv gewordenen Erkenntnisform her beleuchten lassen. Die Ichheit, d. h. die Zusammenfassung zur Einheit ist Forderung, die voll zu erreichen jeder Erkennende vergeblich strebt, und doch ist jeder Erkennende ein Ich, d. h. eine Einheit. Wir finden hier dasselbe Verhältnis wieder, das uns schon vorher aufstieß: ein Ideal, das doch zugleich Voraussetzung ist. Ganz analog verhält es sich mit den objektiv gedachten Formen.

In allem, was wir als Wirklichkeit kennzeichnen können, liegen diese Formen bereits. Auch in der Erlebniswirklichkeit sind sie vorausgesetzt, und doch stellen sich dieselben Formen als Forderungen dar, die zum Verlassen und Umarbeiten der Erlebniswirklichkeit hindrängen. Wenn bei Kant das Wort „Natur" neben seiner strengen Bedeutung als Natur der Naturwissenschaft doch auch vielfach für die Erlebniswirklichkeit eintritt, so liegt hier, wie bei den meisten Zweideutigkeiten großer Denker, ein Problem verborgen. Es genügt in allen solchen Fällen nicht, die beiden Bedeutungen auseinander zu halten, man muß klarstellen, wie die Formen der Erlebniswirklichkeit sich zu den Kategorien der Wissenschaften verhalten. So ergibt sich eine neue Aufgabe doppelter Art: für die Lehre vom Ich die Bestimmung des Verhältnisses von individuellem und überindividuellem Ich, für die Kategorienlehre die Untersuchung, wie sich vorwissenschaftliche und wissenschaftliche Kategorien zueinander verhalten. Ihren letzten Grund hat diese ganze Summe von Schwierigkeiten im Utraquismus. Auch das überindividuelle Bewußtsein, auf dessen Stufe das Individuum sich zu erheben strebt, bleibt an eine Denkfremdheit, an eine Gegebenheit gebunden. In jedem Urteil liegt der Evidenzanteil der Gegebenheit; kein einziger Gegenstand kann ohne Anleihe an Denkfremdes erzeugt werden. Hier haben wir den letzten Grund dafür, daß der einheitliche Erkenntniszusammenhang ideal ist, hier aber zugleich den Kern dessen, was mit der Unabhängigkeit des Wirklichen vom Erkennen gemeint ist. Wohl ist jeder Gegenstand erkenntnisgeformt, aber jeder ist zugleich erkenntnisfremd. Was zuerst wie ein Widerspruch aussah, enthüllt sich als eine Korrelation zweier irreduzibler Bestandteile. So zeigt die Fragestellung, die in den Wirklichkeitsbegriffen liegt, obwohl sie zuerst fast wie eine populäre

Abschwächung aussah, doch die Ergebnisse der vorangegangenen Analysen in neuer Beleuchtung.

Die Wirklichkeit, wie auch sonst sie gefaßt sein mag, ist stets nicht nur Ziel unseres Erkennens, sondern zugleich Schauplatz unseres Wirkens. Als Realitäten wirken wir und erfahren Wirkungen. Unser Erkennen, auf die Wirklichkeit gerichtet, bereitet das Wirken vor. Diese scheinbar trivialen Sätze bergen wiederum schwere Probleme. Ist der zu erkennende Zusammenhang einheitlich und geschlossen, so kann nichts an ihm geändert werden. Das Wirken eines Ich oder das Wirken eines zielsetzenden, erkennenden Wesens stellt sich aber gerade als Änderungswillen dar. Das Problem der Willensfreiheit wird uns direkt durch die dritte Bestimmung gestellt, die allen Wirklichkeitsbegriffen gemein ist. Innig zusammen hängt diese Frage mit einer neuen Problemstellung. Ist nämlich das Wertsystem des Erkennens nicht das einzige, existieren vielmehr Wertgebiete, deren leitender Wert nicht der Wahrheitswert ist, so muß man fragen, wie sich der teleologische Zusammenhang aller Wertgebiete untereinander denken läßt. Die Wirklichkeit führt hinüber von der Logik zum System der Werte.

Die Fülle von Fragen wird vermehrt, aber zugleich präzisiert, wenn wir den Kampf betrachten, in dem wahre und unmittelbare Wirklichkeit, jede die andre ausschließend, an die Stelle der Erlebniswirklichkeit treten wollen, während diese ihren Platz gegen beide zu behaupten sucht. Das relative Recht der unmittelbaren Wirklichkeit liegt in der Unauflöslichkeit und Unentbehrlichkeit des Gegebenen. Da trotzdem auch das Gegebene überindividuell anerkannt sein soll, entsteht die Aufgabe, alles Denkfremde von nur dem individuellen Ich zugehörigen Bestandteilen zu befreien. Das Mittel dazu liegt nun aber keineswegs, wie der Sen-

sualismus will, in der Reduktion auf einzelne Empfindungen, sondern im Gegenteil in der Einordnung in einen vollständig bestimmten Zusammenhang. Durch Psychologie und Psychophysik wird auch die eigenartige Auffassungsweise jedes einzelnen Menschen Gegenstand wissenschaftlicher Erkenntnis und damit an ihrem Orte positiv bedeutsam. Was für die Physik Fehlerquelle ist, ist für die Psychologie Gegenstand der Erklärung. Führt so die unmittelbare Wirklichkeit, oder besser, führt die Tendenz, die in der unmittelbaren Wirklichkeit unreinen Ausdruck findet, zur Wissenschaft, so zwingt umgekehrt die Wissenschaft überall zur Anerkennung neuer denkfremder Elemente, durch die sie unsere Welt bereichert. Widersinnig aber erscheint es, die unmittelbare Wirklichkeit als Ziel und Abschluß des Erkennens zu fassen, wähend doch nicht ein einziges Element der Gegebenheit ohne Denkform auch nur gedacht werden kann. Vielleicht geben das besonnene Sensualisten zu, behaupten dann aber, daß der Anteil der Denkform immer eine Trübung bleibe, die auf ihr geringstes Maaß zurückgeführt werden müsse. Eine solche Stellungnahme könnte man mit der Art und Weise vergleichen, in der Zolas ästhetischer Naturalismus sich mit den Konventionen des Theaters abfindet. Zola gibt zu, daß z. B. die Zeit auf der Bühne im Vergleich zum Leben verkürzt wird, aber er verlangt, daß solche Konventionen auf das geringste mögliche Maaß zurückgeführt werden. Für den Sensualismus bedeutete eine solche Stellungnahme, daß zuletzt ein Haufen voneinander verschiedener Sinnesqualitäten übrig bliebe, der an Denkform nur noch enthielte, was auch schon zur Vergleichung und Unterscheidung gehört. Schon die bloße Nennung eines solchen Zieles dürfte die Meisten von der Undurchführbarkeit auch dieses ermäßigten Sensualismus überzeugen. Indessen werden wir dies später noch exakter beweisen.

Es hat sich herausgestellt, daß die unmittelbare Wirklichkeit, selbst in ermäßigtem Sinne als Ziel der Wissenschaft genommen, diese außerordentlich arm machen würde. Eine ausführlichere Analyse der Wissenschaft wird uns zeigen, daß sich das Recht des ermäßigten Sensualismus auf ein relativ untergeordnetes Moment innerhalb der Wissenschaft beschränkt. Selbst wenn man also meint, daß die Ergebnisse der Wissenschaft an die Stelle der Erlebniswirklichkeit zu treten haben, könnte dies nicht der unmittelbaren Wirklichkeit zugute kommen. Was an diesem Begriffe berechtigt ist, hat seine Stelle einmal in dem Evidenzanteil der Gegebenheit, zum anderen in dem mit dem Gegebenen eng zusammenhängenden Momente der Wissenschaft, das auf vollständige Anerkennung alles Denkfremden zielt.

Auch die wahre Wirklichkeit weist auf die Wissenschaft hin; auch sie muß aber ihre Forderung ermäßigen, um in dieser Sphäre möglich zu sein. Da schlechthin jedes Urteil den Evidenzanteil der Gegebenheit irgendwie einschließt, so ist die vollständige Rationalisierung als Ziel nicht einmal denkbar. Indessen wissen wir bereits, daß es Urteilszusammenhänge gibt, die nur ein Minimum von Denkfremdheit voraussetzen. Weitere Zusammenhänge lassen sich dann so bilden, daß nur ein für allemal gewisse Gegebenheiten aufgenommen werden, während sich alles folgende ohne Hinzunahme neuer denkfremder Elemente aufbaut. Solche konstruktive Zusammenhänge stehen dem Rationalen unzweifelhaft näher als Urteilsgefüge, die bei jedem Schritte neuer Demonstrationen und folglich neuer Denkfremdheit bedürfen. Jeder demonstrativ abgegrenzte Gegenstand enthält ja eine unaufgelöste Fülle der Inhaltlichkeit, während konstruierte Gegenstände vollständig in letzte Gegenstände und Beziehungen zwischen diesen auflösbar sind. Konstruierte Gegenstände und ebenso Zu-

sammenhänge, die sich auf Konstruktionen zurückführen lassen, sind danach zwar nicht reine Erzeugnisse des Denkens, doch aber durch das Erkennen vollständig beherrschbar. Nun ist es mindestens eines unter den Zielen der Wissenschaft, demonstrative Zusammenhänge durch konstruierte zu ersetzen. Ein ermäßigter Rationalismus könnte also fordern, daß an die Stelle der Erlebniswirklichkeit konstruktive Zusammenhänge träten, die für ihn dann die Bedeutung der wahren Wirklichkeit erhielten. Derartigen Anforderungen suchen zwei große Gruppen von Theorien gerecht zu werden. Die eine geht darauf aus, alle denkfremden Verschiedenheiten durch solche zu ersetzen, die sich völlig beherrschen lassen, durch quantitative. In diesem Rationalismus hat Ratio die Bedeutung Rechnen. Wirklich ist nur, was der Rechnung unter worfen werden kann. Aber Ratio bedeutet auch Vernunft, und Vernunft setzt sich praktische Zwecke. Wenn das scheinbar Irrationale in ein Glied oder Mittel eines Zweckzusammenhangs umgedeutet wird, so erscheint es dadurch zwar nicht als vollkommen aufgelöst in beherrschbare, berechenbare Teile, aber doch als vor der Vernunft gerechtfertigt, von ihr verstanden. Mathematische und teleologische Konstruktionen sind, bald einander ausschließend, bald einander ergänzend, immer wieder versucht worden. Bei Platon bildete die mathematische Konstruktion eine Vorstufe der teleologischen: in der Neuzeit hat die Naturwissenschaft der Mathematik vielfach Alleinherrschaft gebracht, während Leibniz einen neuen Versuch der Vereinigung machte. Hegels großes Unternehmen einer ausschließlich teleologischen Konstruktion brach zusammen und führte zunächst, wo überhaupt das Problem gestellt wurde, zur Alleinherrschaft der mathematischen Richtung. Doch mag man nun mathematisch oder teleologisch konstruieren, als wahre Wirklich-

keit gibt sich nur eine Konstruktion aus, die den demonstrativen Zusammenhang darzustellen behauptet. Innerhalb der Wissenschaft entspricht dem die Frage, wie sich ihre konstruktiven Teile zu den demonstrativen Zusammenhängen verhalten. Mit einem geläufigeren Ausdrucke, der dasselbe von anderer Seite zeigt, kann man sagen, es handelt sich um die Frage der angewandten konstruktiven Wissenschaft, auf mathematischer Seite um die angewandte Mathematik, bei Platon um das Teilhaben der Dinge an den Ideen, bei Hegel um den Übergang von der Logik zur Philosophie der Natur und des Geistes. Da durch jede Konstruktion nur ein Teil der Erlebniswirklichkeit getroffen werden kann, muß dieser Teil für den Anhänger der wahren Wirklichkeit als wesentlich erscheinen. Wir stoßen also hier auf den vielbesprochenen Begriff des Wesentlichen.

Noch weit entschiedener als durch die unmittelbare Wirklichkeit sind wir durch die „wahre“ auf die Wissenschaft hingewiesen worden. In der Tat haben für jeden denkbaren Standpunkt die durch den Begriff des Wesentlichen gestellten Probleme in der Wissenschaftstheorie dauernde Bedeutung. Die Frage dagegen, ob gewisse Ziele der Wissenschaft sich als wahre Wirklichkeit an die Stelle der Erlebniswirklichkeit setzen lassen, zielt auf den Wert der Wissenschaft als solcher. Hier treten neue Schwierigkeiten auf. Ein besonderer Wert des Erlebens liegt in seiner anschaulichen Fülle; das Ziel der Wissenschaft dagegen stellt sich als ein Urteilszusammenhang dar. Das Urteilen aber vereinzelt in Elemente und Beziehungen, was doch nur als ein Ganzes auf uns unmittelbar wirkt, was uns nur darum als Leben und Wirklichkeit erscheint, weil die Gefühle und Strebungen, die unser Wirken beherrschen, ihm innig verflochten sind. Kann jemals das dünne und durchsichtige Gewebe des Denkens an Stelle

dieses unbeschreiblich reichen Dickichts treten? Hegel, der das mit dem vollen Mut philosophischer Überzeugung forderte, kam ganz mit Recht zu dem Verlangen eines konkreten Denkens. Heut bestreitet wohl niemand, daß dieser Begriff eine unerfüllbare Forderung enthält. Sein philosophischer Wert liegt darin, daß er das Geheimnis der Unmöglichkeit jenes Zieles wider Willen an den Tag bringt. Täuschen konnte sich Hegel nur dadurch über jene Unmöglichkeit, daß er an Stelle der strengen Begriffe historisch belastete und erfüllte Wortbedeutungen setzte. Die Worte gehören selbst der Erlebniswirklichkeit an, sie nehmen die Ergebnisse des Denkens auf, verbinden sie mit Gefühlen und Strebungen, legen ergänzende Anschauungen nahe und gewinnen so ein reiches Eigenleben, das die reinen Linien des Denkens zu überwuchern droht. Durch strenge Terminologie sucht die Wissenschaft sich den Umschlingungen jenes Lebens zu entziehen; aber sobald die von ihr geprägten Zeichen in den Sprachgebrauch des Volkes übergehen (wobei auch der Forscher, wenn er nicht forscht, wieder zum Volke wird) verfallen sie dem allgemeinen Schicksal der Symbole. Sie werden zu Gegenständen der Verehrung oder des Abscheus, zu Feldzeichen des Streites oder zu Friedensfahnen der Versöhnung und übertragen den ganzen Reichtum ihrer Verbindungen scheinbar auf die Begriffe selbst. Wohl muß die Wissenschaft alle diese Lebensfülle als Störung von sich ausschließen; aber mit der bloßen Abweisung des „konkreten Begriffes" wird das Problem, das in seiner Bildung steckt, keineswegs erledigt. Die geschilderten Schicksale der Wortbedeutungen haben doch auch positiven Wert. Sie vermitteln den Einfluß der Wissenschaft auf das Leben. Wir haben schon betont, daß die Erlebniswirklichkeit sich im Laufe der Geschichte ändert, und daß an dieser Wandlung die Wissen-

schaft wesentlichen Anteil hat. Amerika, die Polarregion oder die sich entwickelnden Weltsysteme der Nebelflecke gehören zur Erlebniswirklichkeit des modernen Menschen nicht minder als die Erzeugnisse wissenschaftlicher Technik von der elektrischen Klingel bis zum Röntgenbilde. Aber auch wo scheinbar das Erlebte gleichgeblieben ist, hat es sich als Erlebnis gewandelt. Giordano Bruno sah den Fixsternhimmel ganz anders als ein mittelalterlicher Mensch. Der Kenner der Antike hat beim Anblick einer Tempelruine eine völlig andere Wirklichkeit vor sich als ein halbwilder Ziegenhirt. Durch diese Änderung des Erlebens nach so vielen, verschiedenen Richtungen hin wird die Wissenschaft außerhalb ihres eigenen Gebietes wirksam. So erkennen wir in den Bestrebungen der wahren Wirklichkeit, sich an Stelle der Erlebniswirklichkeit zu setzen, das Problem der Lebensbedeutung der Wissenschaft und damit des logischen und realen Zusammenhanges der Erkenntnis mit den übrigen Wertgebieten. Eine tiefere Versenkung in diese Fragen wird uns lehren, daß das Erkenntnisziel nur in einem allgemeinen System der Werte vollständig dargestellt werden kann.

Während sich die beiden andern Wirklichkeitsbegriffe uns ganz in Bestimmungen der Wissenschaft umgewandelt haben, behielt die Erlebniswirklichkeit trotz aller Kritik ihre besondere Bedeutung. Freilich zeigte sie sich uns zugleich mehr und mehr als problematisch. Während sie in ihrer ursprünglichen Form mittleren Reflektionsstufen angehörte, wandelte sie sich, als letztes Ziel betrachtet, in den problematischen Begriff der idealen Erlebenswirklichkeit um und wies so über das Wertgebiet des Erkennens hinaus. Hier sind augenscheinlich noch weitere, klärende Untersuchungen am Platze.

§ 20. Die Erlebniswirklichkeit und die Erlebnisgegenwart.

Ehe wir die zuletzt geforderten Untersuchungen führen können, müssen einige Begriffe, mit denen wir immerfort arbeiten, schärfer bestimmt werden. Es sind die Grundbegriffe unserer ganzen Arbeit, Voraussetzung und Ziel, und dazu der verwandte Begriff Material. Voraussetzung des Erkennens ist das zur Möglichkeit des Erkennens teleologisch Geforderte. Voraussetzung alles Erkennens überhaupt ist, was von jedem wahren Urteil vorausgesetzt wird. Dazu kommen dann die Voraussetzungen besonderer Erkenntnisarten, die, wie schon wiederholt angedeutet wurde, mit jenem allgemeinen Erkenntnisziel und unter sich wieder teleologisch zusammenhängen. Jede Voraussetzung des Erkennens läßt sich als Urteil aussprechen; dieses Urteil kann Existenz, Inexistenz oder Gültigkeit, auch reale Existenz, Inexistenz oder Gültigkeit behaupten. Die Herausarbeitung der Voraussetzungen ist eine der Aufgaben der Erkenntnistheorie, wobei aber die Notwendigkeit der Voraussetzungen als von dieser Herausarbeitung unabhängig gedacht werden muß. Reale Voraussetzungen stellen sich stets als reale Suffizienz apriorischer Postulate dar.

Die Voraussetzungen gehören zur Wissenschaft selbst. Nun haben aber viele Wissenschaften, darunter alle auf Realitäten bezüglichen Wissenschaften, einen Stoff, von dem sie ausgehen, und der als solcher nicht zur Wissenschaft gehört, sondern von der Wissenschaft verarbeitet wird. Diesen Stoff kann man als Material der Wissenschaft bezeichnen. Das Material der Paläontologie liegt in den Schränken geologischer Sammlungen. Man kann aber nicht sagen, daß diese Fundstücke einen Teil der Wissenschaft bilden, vielmehr dienen sie dazu, die systematische Kenntnis

der ausgestorbenen Lebewelt zu ermöglichen. Das Material braucht nicht etwa, wie in diesem Falle, körperlicher Natur zu sein; das wichtigste Material der Psychologie sind die Selbstwahrnehmungen geeignet gewählter Personen über ihre seelischen Vorgänge.

Ziel des Erkennens endlich ist stets ein Zusammenhang, und zwar kann reines Erkenntnisziel nur ein Zusammenhang von Urteilen und den zu ihrer Bildung nötigen Festsetzungen, Fragen und Thesen sein. Die wesentlichen Glieder dieses Zusammenhanges sind stets wahre Urteile, so daß man ihn a potiori sehr wohl als Urteilszusammenhang bezeichnen darf. Wo ein Zusammenhang anderer Art als Erkenntnisziel auftritt, kann man darin ein Zeichen erblicken, daß es sich nicht um reines Erkennen handelt. Wir dürfen dann von einem außerlogischen Erkenntnisziele reden, das wir überlogisch nennen können, falls sich die Überzeugung hinzugesellt, daß die Erkenntnisziele schließlich in eine höhere Zieleinheit aufgehen.

Mit diesen Bestimmungen können wir nunmehr an die Frage herantreten, was die Erlebniswirklichkeit für das Erkennen bedeutet. Doch müssen wir zu diesem Zwecke den Begriff der Erlebniswirklichkeit selbst in eine Reihe auflösen, wobei schon gewonnene Ergebnisse uns leiten können. Das Erlebte für sich genommen bildet keinen Wirklichkeitsbegriff, weil zu einem solchen notwendig der einheitliche Zusammenhang gehört. Schon diese Ergänzung des Erlebten zum Erlebbaren kennzeichnet den problematischen Charakter der Erlebniswirklichkeit. Um zu betonen, daß erst die Einheit alles Erlebten und Erlebbaren als Wirklichkeit anzusehen ist, kann man von einheitlicher Erlebniswirklichkeit reden. Ein räumlich, zeitlich oder raumzeitlich abgegrenztes Stück der Erlebniswirklichkeit ist eine Realität. Wenn wir von der Unerschöpflichkeit alles Wirk-

lichen oder jeder Realität reden, so meinen wir die erlebbare Realität. Denn ob das Erlebte unerschöpflich ist, erscheint fraglich. Seine unmittelbare Analyse kann auch dann nicht gelingen, wenn es erschöpfbar ist, d. h. aus einer endlichen Anzahl von Momenten besteht; denn jede Analyse setzt das abgeschlossene Erlebnis voraus, und es kann weder bewiesen werden, daß sie dessen Seiten vollständig faßt, noch daß sie es unverändert läßt. Das Erinnerungsbild des Erlebnisses aber, von dem man vielleicht sagen könnte, daß es bei der Analyse vorhanden sei, ist wohl sicher erschöpflich, aber ebenso sicher nicht mit dem Erlebnis identisch. Schon daß wir bei dieser Diskussion uns in die Psychologie verirren, dürfte beweisen, daß die von der Wissenschaftstheorie vorausgesetzte Unerschöpflichkeit nicht das Erlebnis des einzelnen Individuums betrifft, sondern den Inbegriff von Erlebbarkeit, den wir als ein Stück Realität bezeichnen.

Trotz der Unerschöpflichkeit jedes Stückes bildet die Erlebniswirklichkeit eine Einheit. Möglich wird das durch die Suffizienz des Postulates der überindividuellen Demonstrabilität in Raum und Zeit. Raum und Zeit als Ordnungsprinzipien aller Realität, nicht etwa nur räumliche und zeitliche Eigenschaften als den einzelnen Realitäten inexistent, sind also vorausgesetzt, wo von einheitlicher Erlebniswirklichkeit die Rede ist. Dabei erfaßt sich der Erlebende selbst als einzelnes Individuum, als Stück der Erlebniswirklichkeit, als Realität unter Realitäten. Erst die erkenntnistheoretische Analyse entdeckt im individuellen Ich das überindividuelle als ein Moment, welches zugleich in jeder Realität mit vorausgesetzt ist. Indessen längst vorher hat sich die Erlebnisfolge des Individuums als inkongruent mit dem allen Individuen gemeinsamen Zusammenhang der einheitlichen Erlebniswirklichkeit erwiesen. Diese Inkon-

gruenz führt zur Trennung von Innenwelt und Außenwelt; dabei entstehen Schwierigkeiten, indem von den beiden Grundeigenschaften der Erlebniswirklichkeit die unmittelbare Fülle allein der Innenwelt, der einheitliche Zusammenhang allein der Außenwelt zuzukommen scheint. Freilich gehören diese Schwierigkeiten in ihrer modern zugespitzten Form durchaus der Wissenschaftslehre an, da weder das Atom oder die Energie, noch die vom Körper abgetrennten seelischen Vorgänge Realitäten sind. Trotzdem erscheint es wichtig, daß in der Doppelheit von Forderungen die zur Erlebniswirklichkeit gehören, die Trennung bereits angedeutet liegt. Wir haben hier ein Vorbild für das allgemein noch zu besprechende Verhältnis von Wissenschaft und Wirklichkeit.

Daß die einheitliche Erlebniswirklichkeit weder Voraussetzung noch rein logisches Ziel des Erkennens sein kann, ist schon aus ihrem Begriffe klar. Dagegen gehört das Material der Wissenschaften zum größten Teile der Erlebniswirklichkeit an. Freilich kann nicht die Erlebniswirklichkeit als ganze Material sein, denn sie ist als Ganzes nie zugänglich, wohl aber ein Stück Erlebniswirklichkeit, eine Realität. Dabei liegt nun freilich in der Abgrenzung dieser Realität immer schon eine Bearbeitung, die meist auch bereits die besonderen Vorraussetzungen einzelner Wissenschaften enthält. Da sich so die Wissenschaft ihr Material abgrenzen muß, und da vielfach erst ein wissenschaftlich geschulter Blick Erlebbares in Erlebtes verwandelt, so wird die Materialgewinnung zu einem Teilziele der Wissenschaft. Die methodologischen Fragen verwirren sich vielfach, weil man dieses Teilziel vom eigentlich wissenschaftlichen Hauptziele nicht scharf genug unterscheidet.

Wir hatten gesagt, die Erlebniswirklichkeit könne nie Voraussetzung des Erkennens sein, und hatten diesen Satz

stillschweigend auch auf die Stücke der Erlebniswirklichkeit, die Realitäten ausgedehnt. Verweist man aber nicht bei jenen Voraussetzungen, die den Evidenzanteil des Denkfremden ausmachen, doch immer wieder auf Realitäten? Was Verschiedenheit von Gegenständen, was blau, was hier jetzt erlebter Komplex bedeutet, das kann immer nur an einer erlebten Realität klar gemacht werden. Gewiß ist das richtig, aber Voraussetzung im definierten Sinne des Wortes ist in solchen Fällen nie die ganze Realität, sondern ein ihr inexistentes Moment; die Realität als solche ist auch hier nur Material.

In der Realität steckt, sofern sie Inbegriff von Erlebbarem ist, ein ideales Moment. Sie ist ja als Einheit unendlich vieler Bestimmungen und mindestens unbestimmt vieler realer Erlebnisse zu denken. Da die vollendete Einheit der Erlebniswirklichkeit alle Individuen umfassen, also von der Besonderheit jedes Individuums unabhängig sein soll, während doch der Inhalt der Erlebniswirklichkeit individuell wechselt, so erkennen wir schärfer noch als bisher, daß die Erlebniswirklichkeit sich in unzählige Stufen auseinanderlegt, deren höchste eine ideale Forderung ist, an der alle andern gemessen werden. Diese Forderung läßt sich rein gedacht als ideale Erlebniswirklichkeit bezeichnen. Von den beiden Bestandteilen der Idealität ist der eine, die Notwendigkeit der Forderung, schon erwiesen, der andere, die Unerreichbarkeit, läßt sich leicht nachweisen, wenn man bedenkt, daß der idealen Erlebniswirklichkeit ein ideales, erlebendes Individuum entspricht, in dem sich volle Durchsetzung der überindividuellen Forderungen mit durchgängiger individueller Bestimmtheit vereinigt.

Diese ideale Erlebniswirklichkeit wird sich uns als überlogisches Ziel des Erkennens herausstellen. Vorläufig freilich

bleibt Existenz und Begriff eines solchen überlogischen Zieles noch durchaus problematisch.

An der Idealität der Erlebniswirklichkeit oder daran, daß sich die einheitliche Erlebniswirklichkeit als unfaßbar und nur an einem Ideale zu beurteilen erweist, zeigt sich die Bedeutung des Begriffes Realität. Die rein demonstrative Abgrenzung — dies Ereignis hier, dieser Gegenstand in seinem gegenwärtigen Zustande — ist das einzige Mittel, ein zu untersuchendes unerschöpfliches Ganzes von Erlebbarem zugleich in einer faßbaren, d. h. der Erkenntnis zugänglichen Form als Gegenstand zu setzen. So rechtfertigen wir nachträglich teleologisch, warum wir am Anfange dieses Kapitels die Realität definierten, während die Wirklichkeit noch problematisch blieb.

Die Erlebniswirklichkeit hat sich uns also in eine Reihe von Begriffen auseinandergelegt, die fortschreitend einander fordern: Erlebtes, Erlebbares, einheitliche Erlebniswirklichkeit, ideale Erlebniswirklichkeit. Die Realität, d. h. die bestimmte demonstrative Abgrenzung eines Stückes der Erlebniswirklichkeit ermöglicht den Übergang zur Wissenschaft, deren Material sie darstellt. Noch aber scheint uns das erste, ursprüngliche Glied dieser Reihe zu fehlen. Indem wir das Erlebte durch die Verbalform des Partizipium perfecti als zu Ende gelebt bezeichnen, ist es bereits als Gegenstand gesetzt und hat eine gewisse Reflektion in sich aufgenommen. Könnte man es nicht ohne diese im Erleben selbst fassen?. Man begehrt, den Fluß des Erlebens zu ergreifen, wie er fließt, nicht als Zustand eines fließenden Wassers, das vorher war und nachher sein wird, sondern einfach als gegenwärtige Erscheinung. Wir stellen, wenn wir vom Erlebten reden, diesem irgendwie den Erlebenden gegenüber. Auch das ist Trennung und als solche Reflektion; auch sie wäre aufzuheben in eine

gänzlich ungetrennte Einheit, die weil ohne Unterschied, eigentlich dem Worte unerreichbar wäre. Um dies immer Vorhandene und nie Erfaßbare, daher eigentlich Unnennbare zu nennen, wollen wir von der Erlebnisgegenwart reden. Dieses Erleben mit seiner Fülle und Dumpfheit — des jungen Goethe Lieblingswort drängt sich hier unwillkürlich auf — geht zeitlich in jedem Sinne dem Erkennen voraus, ist aber doch weder als Voraussetzung, noch als Material des Erkennens faßbar. Sobald man es sich vorstellen will, verliert man sich in der Nacht des Chaos. Und will man dann im Chaos den Kosmos angelegt erblicken, so hat man längst jene unnennbare Gegenwart verlassen und alle die Scheidungen und Schwierigkeiten aufgenommen, denen man in jene Unmittelbarkeit hinein entrinnen wollte — ein logischer Rousseau, der den Naturstand sucht. Daß die Erlebnisgegenwart noch weniger Ziel sein kann, als Material oder Voraussetzung, dürfte ohne weiteres klar sein. Was bedeutet sie also überhaupt und wie erklärt es sich, daß trotz ihrer Heimatlosigkeit in der Logik sie doch den Geist mit Heimweh erfüllt? Goethes Dumpfheit bedeutet das ganz ins Schauen versenkte Gefühl; auch die Mystiker kannten den Zustand, in dem alle Unterschiede schwinden, und ahnten hier die höchste Einheit. Aus dem quälenden endlosen Fragen reflektierender Zeiten flüchtet der Geist in die Erlebnisgegenwart, die doch nicht die abstrakte Leere der grauen Nacht des Absoluten ist, sondern ganz mit gestaltlosen Gestalten erfüllt scheint. Mit nüchternen Worten: Es schiebt sich an Stelle eines logischen Begriffes die Erinnerung an geheimnisvolle Augenblicke, in denen der schöpferische Genius seine Gestalten empfängt, und von denen auch dem nicht genialen Menschen hie und da ein schwacher Abglanz leuchtet. Immer deutlicher wird es, wie weit wir uns damit vom

Erkennen entfernen. Als Goethe zur Klarheit aufstieg, hat er dumpfe Stimmungen nicht mehr um ihrer selbst willen, sondern nur noch als Geburtstunden höherer Klarheit geschätzt. Als solche aber gehören sie der Psychologie des schöpferischen Geistes an, in keinem Sinne mehr der Logik. Aber warum hat der junge Goethe, warum haben so viele Mystiker in der Dumpfheit mehr gesehen? Weil jene volle Einheit, die hier auf Kosten der Helle erreicht ist, eine formale Analogie und damit ein echtes Symbol des Höchsten darstellt, was ein Mensch sich denken kann, des Zusammenschauens, das Klarheit und Unmittelbarkeit vereint, das nie völlig, aber vielleicht von den Reifsten und Größten in ihren höchsten Momenten angenähert erreicht wird. Dies hatte der alte Goethe im Sinne, als er sich selbst einen intuitiven Intellekt zuschrieb. Auch hier werden wir über die Logik hinausgeführt und lassen zunächst die Probleme liegen, um sie dort wieder aufzunehmen, wo wir am Ende unserer Untersuchungen die Einordnung des Wertsystems der Erkenntnis in das Gesamtsystem der Werte — nicht leisten, aber als Aufgabe präzisieren wollen.

Kapitel VIII.

Die Wissenschaften als Erkenntnisziele.

§ 21. Der Begriff der Wissenschaft.

Die Erörterungen des vorigen Kapitels haben gezeigt, daß die Wirklichkeitsbegriffe ungeeignet sind, zu einer Zielbestimmung des Erkennens zu dienen. Was in der wahren wie in der unmittelbaren Wirklichkeit dahin zu tendieren schien, findet seine rechte Stelle im Begriffe der Wissenschaft, während die Erlebniswirklichkeit der Ort

überlogischer Zielzusammenhänge ist. Es kommt hinzu, daß ja nicht alle vom Erkennen erstrebten Zusammenhänge den Charakter der Wirklichkeit tragen.

Während die Wirklichkeit den Zusammenhang als dem Erkennen gegeben auffaßt, wird er im Begriff der Wissenschaft als Resultat der Erkenntnisarbeit gedacht. Schon das gibt bessere Hoffnung auf Klarheit, trotzdem zunächst das Wesen der Wissenschaft noch keineswegs deutlich bestimmt ist. Es ist ja nicht etwa eine in sich gegliederte Wissenschaft vorhanden, sondern eine Fülle von Einzelwissenschaften, deren begriffliche und reale Beziehungen zueinander Gegenstand vielfachen Streites sind. Einige unter ihnen wie Mathematik und Physik sind allgemein als Wissenschaften anerkannt, andere, wie Psychologie, kämpfen noch um ihr Dasein und den ihnen zukommenden Platz. Es gab Zeiten, die in der Astrologie eine Wissenschaft sahen.

Nicht nur der Umfang des Begriffes Wissenschaft erscheint streitig, auch welche Art von Gegenständen man mit diesem Worte bezeichnet, steht nicht fest. Sagt man von jemandem, er lerne eine Wissenschaft, so denkt man wohl an eine Summe bestimmter, zusammenhängend angeordneter Sätze, die sich auffassen und einprägen lassen. Für den Forscher dagegen ist seine Wissenschaft keineswegs etwas, was in einem Lehrbuche fertig vorliegt. Ein Wissenschaftler unterscheidet sich von einem Praktiker, der die Ergebnisse der Forschung nur anwendet, nicht durch die Kenntnis dieser oder jener feststehenden Wahrheiten, sondern dadurch, daß er neue Wahrheiten zu erringen tätig ist. Redet man von wissenschaftlichen Anstalten und Arbeiten, von Förderung der Wissenschaft durch den Staat, so versteht man unter einer Wissenschaft einen Inbegriff von Tätigkeiten, die alle auf Erringung

einer bestimmten Art von Erkenntnis gerichtet sind. Aber nicht nur die Arbeit, sondern auch das Ziel, dem diese Arbeit zustrebt, wird Wissenschaft genannt. In diesem Sinne spricht man von der Unvollendbarkeit der Wissenschaft. Augenscheinlich ist dieser dritte Begriff für die beiden andern eine ideale d. h. geforderte aber unerreichbare Norm. Für uns handelt es sich um einen Zielbegriff, kommt daher nur diese dritte Bedeutung in Betracht. Übrigens sind von ihr aus die beiden anderen Gebrauchsweisen des Wortes leicht zu verstehen. Durch das gemeinsame Ziel werden die mannigfaltigen Tätigkeiten und Hilfsmittel zusammengehalten, zu ihm verhalten sich jene Summen schulmäßig erlernbarer Sätze wie mehr oder minder unvollkommene Annäherungsversuche, mit denen man sich überall behelfen muß, wo das Leben ein gebrauchsbereites Werkzeug fordert.

Einen Zielbegriff also suchen wir. Aber der Mannigfaltigkeit der Einzelwissenschaften gegenüber müssen wir unsere Absicht noch schärfer begrenzen. Wir wollen einen allgemeinen Begriff finden, dem sich die einzelnen Wissenschaften unterordnen lassen. Es soll ein Zielbegriff sein, daher handelt es sich um einen Allgemeinbegriff von Zielen. Ein allgemeiner Begriff ist aber nicht mit einem Ganzen zu verwechseln, in dem die einzelnen Ziele ihren bestimmten Platz haben. Nicht um ein einheitliches System von Zielen, dem sich die Zwecke der einzelnen Wissenschaften als Glieder einordnen, handelt es sich. Was wir zunächst wollen, ist bescheidener. Es sollen die allgemeinen Merkmale bestimmt werden, die ein Ziel als Wissenschaft kennzeichnen. Dabei bleibt zunächst gleichgültig, ob es solche Ziele in Mehrzahl oder Einzahl gibt.

Freilich auch nur diesen allgemeinen Begriff zu gewinnen, erscheint nicht ganz leicht. Man könnte zunächst versucht sein, durch vergleichende Übersicht über alles das,

was sich Wissenschaft nennt, vorwärts zu kommen. Indessen ist möglicherweise eine Wissenschaft in unserem Sinne niemals vorhanden, sondern immer nur gefordert, und außerdem kann es zunächst zweifelhaft erscheinen, welche unter den umstrittenen Wissenschaften mit heranzuziehen sind. Auch handelt es sich ja für uns weder darum, einen Sprachgebrauch zu erforschen, noch einen Namen für eine Klasse von Kulturerscheinungen festzusetzen, sondern darum, einen allgemeinen Zielbegriff zu gewinnen, der unsere weiteren Untersuchungen beherrschen kann. Dadurch aber ist nun der Weg vorgeschrieben. Wir müssen von den bereits als berechtigt erwiesenen Wertbegriffen ausgehen. Wissenschaft ist ein Ziel der Erkenntnis, also will sie Wahrheit. Der leitende Wert der Wahrheit muß unser Führer sein. Nun sind Urteile die einzigen Gegenstände, auf die der Wahrheitswert Anwendung finden kann. Also müssen wir von den ermittelten Eigenschaften der Wahrheit und des Urteils ausgehen.

Jedes Urteil bejaht oder verneint eine bestimmte Relation zwischen bestimmten Gegenständen. Es fragt sich, in welchem Teile dieser Bestimmungen sich die Elemente finden, die zum Begriffe der Wissenschaft forttreiben. Man wird dabei sofort an die Relationsnatur des Urteils und die damit zusammenhängende Transgredienz des Wahrheitswertes denken; indessen läßt sich zeigen, daß auch der Gegenstand über das isolierte Urteil hinausführt, sobald er unabhängig von dem einzelnen urteilenden Individuum bestimmt werden soll. Diese Bestimmung aber erscheint gefordert, damit die überindividuelle Geltung jedes wahren Urteils sich real durchsetzt. Sehr leicht läßt sich das zunächst an allen Gegenständen zeigen, die demonstrative, räumliche oder zeitliche, Bestimmungen enthalten. Nehmen

wir irgend ein vorwissenschaftliches Urteil mit solchen Gegenständen als Beispiel. Jemand erzähle: Das Haus, in dem ich meine Kindheit verbrachte, war ein uraltes, geheimnisvolles Gebäude. Alle hier vorkommenden Gegenstände sind rein individuell bestimmt; wenn ein anderer als der Erzähler dieses Urteil nachprüfen und anerkennen will, so muß er sich auf den Standpunkt des Erzählers stellen. Gewiß kommen Sätze solcher Art auch in wissenschaftlichen Darstellungen aus dem Gebiete der Geschichte vor, aber dort finden sie immer aus dem Zusammenhange eine Erklärung. Alle Geschichte hat Geographie und Chronologie zu ihrer Ergänzung nötig. Aus diesen Hilfswissenschaften würde in unserem Satze, wenn nötig, das Haus und die Zeit seiner Erbauung, sowie die der Kindheit des Erzählers, bestimmt werden müssen. Es ist gewiß nicht zufällig, daß der Historiker vielfach die subjektiv gefärbte Bestimmungsweise der Gegenstände beibehält; ihm kommt es aus Gründen, die hier nicht zu erörtern sind, sehr oft vor allem auf die Art an, in der bestimmte Dinge auf gewisse Persönlichkeiten wirken, und zwar beabsichtigt er diese Wirkung zum unmittelbaren inneren Verständnis des Lesers zu bringen. Aber die wissenschaftliche Geschichte unterscheidet sich von der naiven Erzählung doch unter anderem dadurch, daß jeder vorkommende Gegenstand einer eindeutigen überindividuellen Demonstration fähig ist. Wenn der als Beispiel angeführte Satz in einer geschichtlichen Darstellung vollkommen berechtigt sein soll, so muß diese Darstellung die Mittel in sich enthalten, mit denen ein logischer Pedant den Satz etwa in die Form bringen könnte: das Haus, dort und dort in dem Orte N. gelegen, in dem der dann und dann geborene X., Sohn des Y., die ersten n. Lebensjahre verbrachte, stand bereits seit mindestens 300 Jahren, enthielt viele Winkel und erschien daher

dem Kinde uralt und geheimnisvoll. Jede überindividuelle demonstrative Abgrenzung ist nur im Zusammenhang der Raum- und Zeitbestimmung möglich. Dieser Zusammenhang setzt einerseits die allgemeinen Eigenschaften der Anschauungsformen voraus, andrerseits eine Reihe von Bestimmungen, durch die wir uns bemühen, Maßstäbe und Ausgangspunkte des Messens in Raum und Zeit mit intersubjektiver Allgemeingültigkeit festzusetzen. In diesem Zweiten bleibt, wie schon früher erwähnt wurde, ein subjektiver Rest zurück, dessen Bedeutung uns noch weiterhin beschäftigen muß. Für jetzt kommt es uns vor allem darauf an, zu betonen, daß die überindividuelle Bestimmung der Demonstration nur in einem Zusammenhange wahrer Urteile möglich ist.

Alle diese Erwägungen kehren für die überindividuelle Bestimmung qualitativ abgegrenzter Gegenstände wieder. Auch was rot, hart oder sauer bedeutet, läßt sich nur in einem System der Qualitäten bestimmen. Daß dabei ein Rest von Subjektivität nicht wird ausgeschaltet werden können, erscheint klar. Noch können uns die Aufgaben nicht beschäftigen, die durch diesen Sachverhalt dem Erkennen gestellt sind. Nur darauf sei hingewiesen, daß es sich hier so wenig wie bei den Demonstrationen um bloße willkürliche Festsetzung von Namen handelt. Namen sind lediglich Hilfsmittel zur Festhaltung der sachlich gekennzeichneten Gegenstände. So ist z. B. der einzelne Mensch durch seinen Eigennamen gekennzeichnet, sobald wir zum Namen alle die Bestimmungen hinzufügen, die seinen Träger raumzeitlich lokalisieren und von gleichnamigen Menschen unterscheiden. Die naive Erzählung der Bibel spricht von Pharao und neuem Pharao, wir suchen Jahreszahl, Dynastie und Eigennamen dieser Pharaonen festzustellen. So ordnet bereits jede überindividuelle

Gegenstandsbestimmung den Gegenstand in einen Zusammenhang hinein, und schon das vollständige einzelne Urteil verlangt, wenn es die in ihm liegende Forderung überindividueller Geltung erfüllen soll, einen Zusammenhang von wahren Urteilen und zugehörigen Festsetzungen.

Bereits die überindividuelle Gegenstandsbestimmung fordert also einen Zusammenhang von Urteilen. Fragt man aber, wodurch in diesem Zusammenhange die relative Ausschaltung des nur dem individuellen Ich Zugehörigen möglich wird, so sieht man sich wieder auf die Relation gewiesen. Bestimmte Relationen zu einem ersten Gegenstande machen weitere Gegenstände erfaßbar. Ein dem individuellen Ich zugehöriger Rest liegt stets in dem Ausgangsgegenstande. Aber die Relationshaltigkeit der Urteilsmaterie fordert auch für sich genommen ein Fortschreiten über das einzelne wahre Urteil hinaus. Die Relation ist den Gegenständen gegenüber stets allgemein, d. h. sie ist mit veränderten Gegenständen mindestens denkbar, und ihre Beschränkung auf bestimmte Gegenstände beruht auf der Wahrheit anderer Urteile. Die verschiedenen Urteile sind aber selbst wieder als Gegenstände setzbar und stehen als solche in bestimmten Beziehungen der Ein- und Ausschließung zueinander, die, wie wir wissen, von der Relation abhängig sind. So erkennen wir deutlicher in der Relation das Element, das von der Wahrheit zur Wissenschaft forttreibt. Aus der Relationslehre wissen wir aber außerdem bereits, daß nicht alle formalen Relationsklassen sich in gleicher Weise zusammenhangbildend verhalten. Die asymmetrischen sind die eigentlichen Träger des fortführenden Denkens, während insbesondere die Gleichheitsrelationen die Einsetzbarkeit eines Gegenstandes für den anderen lehren und ihren Erkenntniswert erst durch das System fortführender Relationen erhalten, für das die gleichen Inhalte gleich

sind. Niemals gibt die Gleichheit für sich genommen Anweisung, in bestimmter Art von einem Urteile zu einem andern überzugehen. Auch bei der Lösung einer algebraischen Gleichung verleihen die Umformungsoperationen und vor allem das festgehaltene Ziel der Isolation der Unbekannten den nebeneinander gestellten Gleichungen Zusammenhang und damit wissenschaftlichen Wert. Das Beispiel, an das ich eben erinnerte, belehrt zugleich darüber, daß gar nicht selten das eigentliche Zusammenhangsprinzip mehr vorausgesetzt als ausgesprochen wird, weil es im Geiste des Kenners einer Wissenschaft ohnedies lebendig ist. Keineswegs aber ist das gewählte Beispiel darin typisch, daß in ihm nur eine lineare fortschreitende Zusammenhangsrichtung vorhanden ist. Meist sind vielmehr die Verhältnisse viel komplizierter. Insbesondere kommen als Träger des Zusammenhanges neben der Urteilsrelation sehr oft auch die in den Gegenständen mitgesetzten Relationen in Betracht; wo ferner die Urteilsrelation und ihre Umkehrung gleichwertig ist, sind die beiden möglichen Fortschrittsrichtungen gleich berechtigt.

Verstehen wir unter System einen Zusammenhang beliebiger Gegenstände, in dem die Stellung jedes einzelnen Gliedes durch die Prinzipien des Zusammenhanges bestimmt ist, so können wir nunmehr eine Wissenschaft als ein System von wahren Urteilen nebst den zur Bildung dieser Urteile nötigen Festsetzungen, Fragen usw. definieren. Absichtlich ist dabei über die Zusammenhangsprinzipien noch keine Aussage gemacht; denn diese Prinzipien sind eben nicht überall dieselben sondern machen die Verschiedenheit der einzelnen Wissenschaften aus.

Gegen die Behauptung, daß jede Wissenschaft System ist, wird sich gerade in der Gegenwart Widerspruch erheben. Man ist gegen Systeme mißtrauisch geworden, zu-

mal man oft erlebt hat, daß versucht wurde, einer Sammlung unwahrer Sätze durch systematische Anordnung den Wert einer Wissenschaft anzumaßen. Daß auch von mir die Astrologie oder Gespensterlehre nicht als Wissenschaft betrachtet wird, zeigt sich schon in der Betonung wahrer Urteile als notwendiger Bestandteile der Wissenschaft. Indessen möchte mancher mit diesem Zugeständnis noch nicht zufrieden sein; es besagt ja nur, daß Systematik ohne Wahrheit kein hinreichendes Kennzeichen der Wissenschaft ist, viele aber werden bezweifeln, daß sie notwendiges Merkmal ist. Gerade bei den größten Leistungen der Einzelwissenschaften — so wird man sagen — trage die Darstellung, wo es sich nicht gar um den Blitz eines genialen Einfalles handle, weit häufiger den Charakter der Untersuchung als des Systems. Indessen zeigt einige Besinnung, daß eine Untersuchung überall selbst ein System von Urteilen darstellt, nur freilich kein geschlossenes sondern ein werdendes. Wir müssen uns immer wieder daran erinnern, daß wir den idealen Zielbegriff der Wissenschaft bilden, nicht etwa den Wissenschaftsbetrieb beschreiben wollen. Ideal-normierend ist aber in der Tat das System für jede wissenschaftliche Leistung. Auch der geniale Einfall hat sich nicht nur über seine Wahrheit, sondern auch über seine Fruchtbarkeit auszuweisen, wenn er in der Wissenschaft Berechtigung erhalten soll. Fruchtbarkeit aber bedeutet innerhalb der reinen Wissenschaft die Fähigkeit, Folgerungen besonders aber ganze Zusammenhänge von Folgerungen hervorzubringen. Mit andern Worten heißt Fruchtbarkeit entscheidende Stellung in einem systematischen Zusammenhange. Genial ist eine Leistung, die nicht auf dem von jedem betretbaren Pfade verständiger Überlegung erarbeitet, sondern gleichsam durch eine besondere Gunst der natürlichen Anlage gefunden wurde. Sicher hat in diesem Sinne das Genie

den entscheidenden Anteil an allen großen Fortschritten der Erkenntnis. Trotzdem aber hat Kant[4]) mit seinem vielumstrittenen Paradoxon Recht, daß die Natur wohl der Kunst nicht aber der Wissenschaft durch das Genie die Regel vorschreibe; denn die Genialität für sich selbst genommen beweist und bedeutet in der Wissenschaft nichts. Zur Wissenschaft werden ihre Leistungen erst, wenn sie ihrer Unmittelbarkeit entkleidet und so begründet und dargestellt sind, daß jeder genügend vorgebildete Intellekt sie nacherzeugen kann.

Ebenfalls leicht widerleglich ist ein anderer Einwand, daß doch die gleiche Wissenschaft in sehr verschiedener Weise systematisch dargestellt werden könne, daß also die systematische Anordnung mehr ein didaktisches Hilfsmittel als ein wesentliches Kennzeichen der Wissenschaft zu sein scheine. Diese Willkür der Anordnung liegt nämlich dort, wo sie nicht dem unvollendeten Zustande unseres Stückwerkes von Wissenschaft entspringt, gerade darin begründet, daß die innere Systematik der Wissenschaft alle unsere Darstellungen an Reichtum notwendig übertrifft. Unsere Rede ist an den Faden des zeitlichen Ablaufes gebunden. Sie kann von einem Orte aus immer nur in einer Richtung weiterschreiten und muß in jeden Falle mit irgend einem Anfange beginnen. Dagegen braucht der systematische Zusammenhang einer Wissenschaft durchaus nicht diese einfache Form einer Progression zu haben, ja er wird sie kaum jemals haben. Sobald aber ein komplizierteres System in Form eines einfachen zeitlichen Ablaufs wiedergegeben werden soll, muß bei der Wahl eines Anfangspunktes und einer Reihenfolge eine gewisse Willkür obwalten. Gilt dies sogar von relativ vollendeten Teilen der Wissenschaft, so hat natürlich bei weniger vollendeten Wissenschaften unsere Kenntnis des systematischen Zu-

sammenhanges überall Lücken. Hier fordert die Wahrhaftigkeit oft ein Absehen von streng systematischer Darstellung.

Es sei hervorgehoben, daß dem hier entwickelten Begriffe eines Systems sich auch die historischen Wissenschaften im Sinne Rickerts[5]) unterordnen. Auch in ihnen gibt das Auswahlprinzip des Wesentlichen zusammen mit der zeitlichen Reihenfolge der Ereignisse durchaus einen systematischen Zusammenhang. In einer ideal vollendeten historischen Wissenschaft wäre Zugehörigkeit und Ort jedes Urteils bestimmt — wobei natürlich auch hier für die lineare Abwicklung mehrdimensionaler Zusammenhänge in der zeitlichen Darstellung verschiedene Möglichkeiten offen blieben. Auch lassen sich leicht die Gründe angeben, warum das Ziel hier leichter sich verwischt. Nur muß man das Wort System in dem eben definierten Sinne nehmen und nicht irgend welche Bestimmungen hineinziehen, durch die eine Erzählung von vornherein dem System gegenübergestellt wird.

Aus den bisherigen Erörterungen ergibt sich zugleich das Verhältnis unseres Begriffes zu den wirklichen Wissenschaften, welche sich zu ihm wie mehr oder minder vollkommene Annäherungen verhalten. Daß ferner der systematische Charakter jeder Wissenschaft auf eine systematische Einheit aller Wissenschaften untereinander hindeutet, ist durchaus zuzugeben. Nur muß betont werden, daß dabei noch besondere Schwierigkeiten vorliegen, wie aus einer Betrachtung der Verschiedenheit der Wissenschaften deutlicher werden wird.

§ 22. Die Arten der Wissenschaften.

Auch die Untersuchungen, die uns jetzt beschäftigen sollen, stehen unter ganz ähnlichen Bedingungen wie die voran-

gehenden. Wir haben in der Definition der Wissenschaft die Art der Prinzipien, die den Zusammenhang beherrschen, nicht näher bestimmt, weil diese Prinzipien den Unterschied der verschiedenen Wissenschaften voneinander ausmachen. Es erscheint nun nötig, eben diesen Unterschieden unsere Aufmerksamkeit zuzuwenden; denn für die uns beschäftigenden Probleme reicht der allgemeine Zielbegriff der Wissenschaft keineswegs aus. Wir wollen entscheiden, wie sich die Ziele des Erkennens zu dem Grundsatze des Utraquismus, der sich auf seine Voraussetzungen bezieht, verhalten. Leicht läßt sich einsehen, daß hierfür die Verschiedenheit der Wissenschaften eine entscheidende Rolle spielt. Auch das Verhältnis zur Wirklichkeit ist bei verschiedenen Wissenschaften augenscheinlich verschieden.

Durch diese Abzweckung wird unsere Einteilung der Wissenschaften sofort unter besondere Gesichtspunkte gerückt. Wir haben es überall mit den ideal-normierenden Zielbegriffen von Wissenschaften zu tun. Die einzelnen Wissensgebiete, die in den Schulen gelernt werden oder in einer bestimmten, wenn auch im einzelnen wechselnden Abgrenzung den Lebensberuf verschiedener Gruppen von Forschern bilden, fallen mit diesen logischen Konstruktionen keineswegs zusammen. Sie sind vielmehr historisch entstandene Gebilde, zu deren Gestaltung und Abgrenzung außer den rein logischen Motiven praktische Interessen, Gemeinsamkeit der äußeren Forschungsmittel, das Vorbild einzelner bedeutender Menschen und manche andere Umstände beigetragen haben[6]). Sie gehören der Erlebniswirklichkeit an und werden von dem Einzelnen ebenso gut in einem bestimmten Stadium vorgefunden, wie jeder von uns in einen Staat, einen Komplex von Sitten usw. hineingeboren wird und hineinwächst. Dem Logiker werden diese historischen Gebilde erst sekundär wichtig, wenn es

sich darum handelt, die wirkliche Wissenschaft nun zu verstehen und zu beurteilen. Für unsere allgemeinen Zwecke genügt diese Erinnerung. Natürlich ist auch der Logiker als Individuum abhängig von dem ihm überlieferten Zustande der Einzelwissenschaften, aber sobald er Logik treibt, sucht er an Stelle seines besonderen erkennenden Individuums das ideale erkennende Ich zu setzen und betrachtet auch die Erkenntnisziele als Ziele dieses Ich, oder doch als Stationen, die auf dem Wege zu diesem Ich liegen.

Aber auch der Logiker, den die Zweckmäßigkeit, Professuren zu trennen oder zusammen zu fassen, nicht kümmert, kann doch wieder verschiedene Einteilungsgründe in den Vordergrund schieben, die sich in mannigfaltiger Weise decken und kreuzen. Unsere Einteilung erhebt durchaus nicht den Anspruch, die einzige zu sein. Die Aufgabe dieser Untersuchungen bringt uns dazu, von den Zusammenhangsprinzipien auszugehen. Daneben besteht z. B. eine Betrachtungsweise, die das Verhältnis zur Erlebniswirklichkeit in den Vordergrund stellt, durchaus zu Recht.

Der Hauptunterschied muß nach alledem für uns darin begründet sein, ob der Zusammenhang in der Wissenschaft erzeugt wird oder nicht. Indessen sind die Verhältnisse viel zu kompliziert, um durch eine solche kontradiktorische Dichotomie erschöpfend dargestellt zu werden. Das Verhältnis konstruktiver und demonstrativer Zusammenhänge muß uns jetzt eingehend beschäftigen. Zugute kommt uns dabei alles, was im zweiten Teile über die mathematischen Wissenschaften ausgemacht wurde. Eine mathematische Wissenschaft enthält an Denkfremdheit immer nur soviel, wie in ihren Definitionen und Axiomen vorausgesetzt ist. Das Mindestmaß dieser Voraussetzungen fällt mit dem absoluten Minimum der Denkfremdheit zusammen. Man kann in diesem Falle, also bei der reinen Arithmetik, von

einem maximal denkerzeugten Zusammenhange reden. Die Zusammenhangsprinzipien bestehen in den Relationen, mit deren Hilfe neue Gegenstände oder Gegenstandsklassen erzeugt werden. Dabei kann dann zu Relationen zwischen Relationen und ähnlichen abgeleiteten Gegenständen höherer Ordnung vorgeschritten werden, wie ja bereits angedeutet wurde. Es ist ganz gleichgültig für eine rein mathematische Betrachtung, ob die beschränkenden Bedingungen einer Konstruktion sich demonstrativ aufweisen lassen oder nicht. Lediglich auf ihre innere Fruchtbarkeit, d. h. auf die Möglichkeit, grundsätzlich von den früher betrachteten verschiedene Ergebnisse zu gewinnen, kommt es hier an. Man muß diese rein mathematische Fruchtbarkeit durchaus von der Nutzbarkeit im Sinne der angewandten Mathematik unterscheiden, so innig auch im wirklichen Leben der Wissenschaft die Fortschritte der reinen und angewandten Mathematik zusammenhängen.

Mit der Unterscheidung in reine und angewandte Mathematik darf die andere zwischen mathematischen Wissenschaften, die a priori ihre Anwendbarkeit garantiert haben, und solchen, bei denen dies nicht der Fall ist, nicht verwechselt werden. Denn die apriorische Anwendbarkeit beruht lediglich auf der Wahl der Voraussetzungen und hat mit dem inneren Aufbau der betreffenden Wissenschaft selbst nichts zu tun. A priori anwendbar ist eine rein konstruktive Wissenschaft, wenn ihre Voraussetzungen Suffizienten notwendiger Postulate sind. Die Art der Apriorität ist dann ebenfalls für die Wissenschaft und ihre Voraussetzungen dieselbe. Wir haben früher das, ohne dessen Voraussetzung ein Erkenntniszusammenhang überhaupt nicht möglich ist, als von erster Ordnung apriorisch bezeichnet und gesehen, daß es mit den Voraussetzungen der Arithmetik zusammenfällt. Da nun gemäß der richtigen

Fassung des Satzes der Immanenz alles Denkbare und sonach auch alles Erlebbare und jeder Teil der Erlebniswirklichkeit von den Denkformen und daher auch von den Bedingungen ihrer Erfüllung abhängig ist, so ist hiermit die absolut allgemeine Geltung der Voraussetzungen der reinen Arithmetik und die allgemeine Anwendbarkeit dieser Wissenschaft erwiesen.

Speziellere Voraussetzungen können den auf ihnen aufgebauten mathematischen Wissenschaften dann apriorische Anwendbarkeit geben, wenn sie mit notwendigen Bedingungen eines jeden erkennbaren Wirklichkeitszusammenhanges übereinstimmen. Ein solcher muß aber überindividuelle Demonstration seiner Gegenstände erlauben. Wir haben die Schichtung der apriorischen Voraussetzungen von späterer Ordnung, die sich so ergeben, im zweiten Teile untersucht und dabei besonders den wichtigen Begriff der überschießenden Teile des Suffizienten entwickelt. Je nachdem auch diese aufgenommen werden oder nicht, entsteht eine neue Schichtung der mathematischen Wissenschaften. An sich, d. h. abgesehen von der Frage der apriorischen Anwendbarkeit, ist es in dieser ganzen Gruppe von Konstruktionen möglich, die Voraussetzungen durch andere zu ersetzen. Solche Systeme sind dann natürlich auf die Anordnungsformen des demonstrablen Zusammenhanges notwendig unanwendbar. Dagegen ist ihre Benutzung zur Darstellung irgend welcher anderer an Momenten von Realitäten auftretender Verhältnisse, z. B. der Ähnlichkeitsbeziehungen der Sinnesqualitäten durchaus zulässig.

A priori anwendbare Mathematik hört durchaus nicht auf, reine Mathematik zu sein; nur wird sie, sobald man auf ihre Anwendbarkeit reflektiert, unter neuen Gesichtspunkten gesehen. Sieht man von der Anwendbarkeit ab, so lösen sich Raum und Zeit in besondere ponible Mannig-

faltigkeitsysteme auf, neben denen andere denkbar sind. Reflektiert man aber auf die Anwendbarkeit, so werden Raum und Zeit zu den einzigartigen Bedingungen überindividueller Demonstrabilität. Die Konstruktionen, die auf ihren Voraussetzungen beruhen, erlauben überall eine Nachkonstruktion, deren Ergebnisse sich demonstrieren lassen. Nur ist für diese Demonstration die Einführung bestimmter Maße und damit ein Untersatz nötig. Aber nur die Bestimmung des realen Maßes ist willkürlich, nicht die Meßbarkeit. Die rein mathematischen und anwendbaren, also für alle Wirklichkeit a priori gültigen Wissenschaften erlauben demnach eine apriorische Nachkonstruktion, die aber sich auf gewisse formale Eigentümlichkeiten der Erlebnisse beschränkt. Diese Bestandteile sind relativ zu den Erlebnissen abstrakt, wiewohl es ganz falsch wäre, wollte man sagen, sie seien logisch durch Abstraktion gewonnen.

Die volle Beherrschbarkeit der Gegenstände, diesen großen Vorzug konstruktiver Wissenschaft, sucht die mathematische Naturwissenschaft auf die Wirklichkeit anzuwenden. „Natur" in ihrem Sinne ist das für die Wirklichkeit gültige Ergebnis einer Konstruktion. Mit dieser Forderung aber, daß das Ergebnis gültig sein soll, tritt eine ganz neue Bedingung hinzu, sobald es sich nicht mehr um apriorisch begründete Gültigkeit handelt. Wir lassen hier die Frage offen, ob die Mechanik einen Teil umschließt, der reine Naturwissenschaft im Sinne Kants ist. Unzweifelhaft stecken apriorische Voraussetzungen in aller Naturwissenschaft, und zwar solche, die über die Geometrie hinausgehen. Aber es kann zweifelhaft erscheinen, ob diese für sich selbst einen wissenschaftlichen Aufbau bilden, oder ob sie bloß eine Summe von Obersätzen zu einem solchen Aufbau darstellen und erst durch Untersätze, sei es rein willkürlicher, sei es empirisch gültiger Art, zu einem hypothetischen oder gültigen

Aufbau ergänzt werden müssen. Sicherlich findet bei allen wirklichen Naturwissenschaften, auch bei der Mechanik, wie sie gewöhnlich getrieben wird, eine solche Ergänzung statt.

Wissenschaften vom Typus der Mechanik und der mathematischen Physik wollen nun nicht mehr bloß innerlich konsequente Konstruktionen sein, sondern sie wollen eine in der Wirklichkeit aufweisbare Gesetzlichkeit behaupten. Es soll also möglich sein, ihre Resultate in beliebigen Zusammenhängen nachzuweisen, sofern nur die vorausgesetzten Bedingungen vorhanden sind. Auch in rein konstruktiven Wissenschaften ist die Ausführbarkeit der Konstruktionen postuliert, aber aus der Suffizienz solcher Postulate ergeben sich immer nur konstruierte Gegenstände. Bei den nachkonstruierenden Wissenschaften, wie wir die jetzt betrachtete Gruppe nennen können, soll das Ergebnis der Konstruktion zugleich aufgezeigt werden können. Da nun ein nur demonstrativ begrenzter Gegenstand, eine Realität, niemals durch eine Konstruktion erschöpft werden kann, sondern eine unendliche Mannigfaltigkeit in sich schließt, so kann das Ergebnis der Konstruktion keine existente Realität, sondern höchstens ein inexistentes Moment einer Realität sein, wenn es sich nicht sogar nur um Zuordnung gewisser Momente einer Realität zu einem konstruierten Gegenstande handelt. Der Aufweisung dieses Momentes oder des Rechtes dieser Zuordnung dient besonders das Experiment. Gelingt die Aufweisung nicht, ergibt das Experiment nicht das erwartete Resultat, obwohl die Konstruktion richtig und das Experiment exakt war, so müssen die Voraussetzungen der Konstruktion geändert werden. Auch bei Wissenschaften dieser Art ist der Zusammenhang selbst noch durchaus konstruktiv. Die innere logische Folge, durch die etwa die Sätze der physikalischen Akustik aus der allgemeinen Lehre von der Wellenbewegung und damit aus der Mechanik hervorgehen,

steht genau einem rein mathematischen Zusammenhange gleich; nur an die Resultate wird, obwohl die Voraussetzungen nicht a priori gelten, das Verlangen der Demonstrabilität gestellt, und dieses Verlangen bewirkt eine Änderung auch in der Geltungsart der Voraussetzungen. Nun gibt es sogar Konstruktionen, die einen einzelnen demonstrablen Zusammenhang nachzukonstruieren unternehmen. Der Typus dieser Wissenschaften ist die Astronomie. Man kann sich ihren Unterschied von der allgemeinen Mechanik an dem neuen Werte klar machen, den hier die Konstante gewinnt. Ein Gesetz der Mechanik ist auf den einzelnen Fall erst anwendbar, wenn die in ihm unbestimmt gelassenen Größen eine Bestimmung erfahren haben. Aber diese absolute Bestimmung der Größen, der Massen z. B. und der Geschwindigkeiten, ist in der Mechanik beliebig und nur etwa von Zweckmäßigkeitsgründen des Experimentierens und Rechnens geleitet. In der Astronomie dagegen werden diese Konstanten durch Messung gewonnen und gehören zu den Grundlagen der Wissenschaft, deren Aufgabe es ja eben ist, einen ganz bestimmten demonstrablen Zusammenhang wiederzugeben. Es ist kaum nötig zu bemerken, daß die Konstante der Schwerebeschleunigung, g, von der Erdmasse abhängt, also im Grunde auch astronomischer Herkunft ist. Man kann diese zweite Art nachkonstruierender Wissenschaften als Besonderes nachkonstruierende von der ersten Gruppe den Allgemeines nachkonstruierenden unterscheiden.

Erst bei den nachkonstruierenden Wissenschaften erhält der Gegensatz des Allgemeinen und Besonderen für uns Bedeutung. Innerhalb der rein konstruktiven Zusammenhänge besteht gar kein prinzipieller Unterschied zwischen beiden. In der Arithmetik etwa kann man „ganze Zahl“ als allgemeinen, „247“ als besonderen Gegenstand bezeichnen,

wobei aber 247 genau so durch Konstruktion gewonnen ist wie ein beliebiger Allgemeinbegriff der Mathematik. Eine Besonderheit anderer Art kommt hier nicht vor. Höchstens wenn man das Ergebnis einer Art von Konstruktion durch eine andere Konstruktionsart nachzuerzeugen sich bemüht, können Verhältnisse auftreten, die eine gewisse Analogie zur Nachkonstruktion eines realen Gegenstandes bieten. Relativ zur Realität ist jedes Ergebnis einer Konstruktion allgemein, sofern es nicht durch eine raumzeitliche Ortsbestimmung besondert ist; denn da es nur Momente der Realität heraushebt, sind beliebig viele Realitäten, die diese Momente enthalten, mindestens denkbar. Dabei legen wir aber auf den Charakter des Konstruierten mehr Gewicht als auf den der Allgemeinheit. Allgemein war auch die Physik des Aristoteles, aber sie vermochte nicht, besondere Fälle durch Nachkonstruktion beherrschbar zu machen. Wir haben hier, wo es sich nur um die Zielbegriffe handelt, nicht die Mittel zu analysieren, durch die dies der modernen Wissenschaft gelungen ist. Nur angedeutet sei, daß gemäß der Suffizienz des Postulates überindividueller Demonstrabilität gerade die Besonderung selbst sich allgemein quantitativ beherrschen läßt.

Auch die Besonderes nachkonstruierenden Wissenschaften können höchstens Momente, vielleicht nur Umformungen von Realitäten nachkonstruieren. Da es ferner alle Grade der Allgemeinheit gibt, so existieren zwischen den beiden Gruppen nachkonstruierender Wissenschaften Übergänge. Der nachzukonstruierende besondere Zusammenhang gehört so, wie die Wissenschaft ihn wiedergibt, immer schon einer starken Umbildung der Erlebniswirklichkeit an, läßt sich aber doch stets wieder auf Erlebniswirklichkeiten zurückführen. Alle Nachkonstruktion ist partiale Rationalisierung. Auch die Begriffe der Besonderes nachkonstruierenden

Wissenschaften sind, an und für sich betrachtet, Konstruktionen und als solche völlig durchsichtig. Aber die neue Erkenntnisaufgabe, der sie dienen, gibt ihnen ein eigenes Verhältnis zu der unerschöpflichen, undurchsichtigen Erlebniswirklichkeit. Ihr Inhalt bezieht sich auf eine demonstrativ begrenzte Realität, ist in ihr in gewissem Sinne normiert und vermag sie doch nicht etwa zu erschöpfen. Wenn man die Wissenschaften nach ihrem Verhältnis zum Allgemeinen und Besonderen einteilt, so erhalten Disziplinen wie die Astronomie oder Meteorologie ein eigentümliches Doppelgesicht. Sie sind auf die Erkenntnis eines Besonderen gerichtet, aber an diesem Besonderen erkennen sie nur das konstruktiv Darstellbare. Konstruktionen nun haben rein inhaltliche Gegenstände, d. h. ihre Gegenstände sind relativ zu der demonstrativ begrenzten einzelnen Realität allgemein. Man kann daher sagen, daß die Besonderes nachkonstruierenden Wissenschaften sich nur so weit mit dem Einzelnen beschäftigen, wie dies unter allgemeine Bestimmungen gefaßt werden kann. In diesem Sinne haben auch sie es durchaus mit dem Allgemeinen zu tun und unterscheiden sich grundsätzlich von den historischen Wissenschaften[7]).

Die ganze Betrachtung, die wir bisher angestellt haben, benutzt zwar überall die Mathematik als Beispiel einer konstruktiven, die mathematische Körperwissenschaft als Beispiel einer nachkonstruktiven Wissenschaft, aber in allen ihren wesentlichen Teilen beschäftigt sie sich nur mit den allgemeinen Verhältnissen, die bei der Anwendung einer beliebigen Konstruktion auf einen demonstrativen Zusammenhang entstehen. Es ist jedoch unmöglich, auf diesem Wege allein zu einer Einsicht in die notwendige Verschiedenheit der Aufgaben zu gelangen, aus der die Mannigfaltigkeit der Einzelwissenschaften hervorgeht. Wir können uns hier

so helfen, daß wir die besonderen Mittel aufzählen, durch die es der mathematischen Körperwissenschaft gelingt, Realitäten nachzukonstruieren. Diese Mittel stellen nämlich ebensoviele Aufopferungen dar, für die anderwärts Ersatz geschaffen werden muß. Da aber diese Opfer eben zugunsten einer rationalen Nachkonstruktion gebracht sind, so ist von vornherein klar, daß die hier geforderten Ergänzungswissenschaften mehr oder minder vom Typus der nachkonstruierenden abweichen müssen. Die Eigentümlichkeiten der mathematischen Physik dürfen wir insoweit als bekannt voraussetzen, daß es genügt, sie hier in Erinnerung zu bringen. Alle Wissenschaften dieses Typus haben es zunächst mit inhaltlich gesetzten Gegenständen oder mit Allgemeinbegriffen zu tun, deren Spezifikation zu besonderen einmalig vorhandenen Dingen und Ereignissen als durch raumzeitliche Ortsbestimmung erfolgend gedacht wird. Damit schließen sie aber die unerschöpfliche Eigenart jeder Realität von sich aus. Ihre allgemein begriffliche Behandlung ist ferner keine bloße Unterordnung unter abstrakte qualitativ bestimmte Begriffe, sondern eine Auflösung in Quantitäten. Indem danach gestrebt wird, alle Unterschiede quantitativ zu fassen, können diese gemeinsamen Gesetzen unterworfen werden. Der Oberbegriff ist dann nicht eine bloße Gattung, deren Determination völlig unbestimmt bleibt, sondern aus ihm kann durch Einsetzung verschiedener Zahlenwerte die ganze Fülle möglicher Sonderfälle errechnet werden. Indessen ist eine Qualität im Grunde nie durch eine Quantität zu ersetzen, sondern nur einer Quantität zuzuordnen. So bleibt also die ganze Fülle qualitativer Bestimmungen außen stehen. Auch wenn man die Annahme macht, daß die mathematische Physik ihren denkbar höchsten Stand erreicht hätte, könnte sie niemals sagen warum nun Äther-

schwingungen von bestimmter Wellenlänge in nicht weiter analysierbarer Weise gerade als blau empfunden werden. Nun ist aber das Qualitative als solches ein notwendiger Gegenstand der Wissenschaft. Man kann diese ganze Betrachtung noch von einer andern Seite her anstellen. Die mathematische Physik setzt in ihren Konstruktionen an Stelle der Realitäten, deren Inhaltsfülle mögliches Erlebnis einzelner erlebender Individuen ist, Konstruktionen, die als inhaltliche Bestandteile nur noch Quantitäten aufweisen und damit von jeder Beziehung zum nur individuellen Menschen befreit sind. Was bei der überindividuellen Demonstration mit dem Hier und Dort geschah, das versucht man auch mit allen Qualitäten. Man macht die Gegenstände, die an ihre Stelle treten, unabhängig von den individuellen Erlebnissen, als deren Momente Qualitäten schließlich immer aufgewiesen werden müssen. Daß auch hier wie beim überindividuellen Demonstrationsersatz ein unersetzbarer Rest übrig bleibt, ist durchaus zuzugeben, ändert aber an der Grundtendenz nichts. Die Qualitäten kommen auf diese Weise in die engste Beziehung zum individuellen Ich. Diesem individuellen Ich entspricht dann ebenfalls ein Zusammenhang, der nun infolge der Vielzahl der Individuen wieder allgemein behandelt werden kann. Die quantitative Konstruktion denkt weiter jedes Ganze als aus gleichartigen Stücken zusammengesetzt. Wohl unterscheidet die mathematische Physik Größen verschiedener Art, von denen die einen sich als Momente der andern ansehen lassen, wie etwa die Masse in der Bewegungsgröße als Moment enthalten ist. Aber jede dieser Größenarten ist doch als in gleichartige Stücke zerlegbar zu denken. Bei den intensiven Größen ersetzt man die hier unmögliche Zerstückung durch Zuordnung zu einer Reihe, die man wie eine extensive Reihe behandelt. Auf

diese Weise zersetzt man jede Einheit in ein Nebeneinander. Auch hier fragt es sich, ob nicht die Einheiten doch wieder als Aufgaben besonderer Wissenschaften übrig bleiben. Diese Frage muß sofort bejaht werden, sobald man daran denkt, daß alle Wertung an Einheiten hängt, die nicht gleichwertig durch die Summe ihrer Teile ersetzbar sind. Solche Einheiten nennt Russell Unitäten. Ihr Typus ist das Urteil, der Träger des Wahrheitswertes, wiewohl es ein Irrtum ist, alle Unitäten für Urteile zu halten. Gerade das Beispiel des Urteils zeigt, daß Unitäten und Werte von aller Wissenschaft vorausgesetzt werden. Die Voraussetzungen der Wissenschaft gehören aber selbst zur Wissenschaft. Also muß es wissenschaftliche Betrachtungen geben, die es mit Werten und mit Unitäten zu tun haben.

Nach mehreren Richtungen hin erschien uns die mathematische Körperwissenschaft ergänzungsbedürftig. Sie läßt die individuelle Realität, die Qualität, den Zusammenhang des individuellen Ich, den Wert und die Unität außerhalb ihrer Konstruktion. Diese verschiedenen Richtungen sind aber voneinander nicht in der Weise unabhängig, daß jeder von ihnen eine Wissenschaft allein entspräche, sondern gerade aus ihrem Zusammenhange unbeschadet ihrer Verschiedenheit entstehen die schwierigsten Aufgaben der Wissenschaftstheorie und viele Unklarheiten in der Abgrenzung und Begründung der verschiedenen hierhergehörigen Wissenschaften. Bei dem gegenwärtigen Zustande wird niemand an dieser Stelle eine vollständige Theorie erwarten können. Ihr müßte ein Eingehen auf eine Menge spezieller Fragen vorausgeschickt werden; denn es ist klar, daß wir dabei überall auf inhaltliche Eigentümlichkeiten der Wissenschaftsgegenstände Rücksicht nehmen müssen. Wir müssen uns daher mit einer Übersicht über die wirklich vorhandenen Wissenschaftsgruppen begnügen,

und zwar so, daß wir jede dieser Gruppen in Beziehung zu den erwähnten Ergänzungsrichtungen setzen und ihre eigentümlichen Schwierigkeiten hervorheben. Unser Verfahren gibt keine Gewähr für Vollständigkeit, genügt aber den Zwecken unserer Untersuchung.

Vier Gruppen von Wissenschaften bieten sich uns dar: Biologie, Psychologie, Wertwissenschaften und Historie. Sehr rhapsodisch klingt diese Zusammenstellung. Wir wollen sie sogleich dadurch vereinfachen, daß wir die Biologie zunächst außer Betracht lassen, weil ihre Eigentümlichkeiten sich alle auch bei einer der andern Gruppen finden. Einerseits nämlich ist hier der methodische Zusammenhang mit der nachkonstruktiven Körperwissenschaft so eng, daß eine große und höchst bedeutende Richtung Biologie als Physik und Chemie der Organismen bezeichnen und alles, was sich diesem Begriffe nicht unterordnet, als bloße Vorbereitung zu diesem Ziele betrachten kann. Andererseits steht die Einheit des Organismus, die diesem Bestreben Schranken zu setzen scheint, in engster Analogie zu der Einheit des individuellen Ich, wiewohl freilich die körperliche Extensität immer einen wesentlichen Unterschied macht. Stellt sich diese Einheit ferner als teleologische dar, so scheint der Begriff des Organismus nicht ohne Wertgesichtspunkte gebildet werden zu können. Endlich gibt es historische Teile der Biologie. Noch mehr gelten ähnliche Betrachtungen für gewisse Teile der anorganischen Wissenschaften, wie Geologie, die sich nicht vollständig unserem Begriffe der Besonderes nachkonstruierenden Wissenschaften einordnen lassen. Wir stoßen hier eben sofort auf die öfter erwähnte, komplizierte, historisch gewordene Mannigfaltigkeit der wirklichen Wissenschaften. Sobald wir konkreter werden, hört die dem Verstande so schmeichelhafte Einfachheit der logischen Konstruktion auf.

Den nicht immer in demselben Sinne gebrauchten Namen Psychologie legen wir für die allgemein begriffliche Behandlung der Zusammenhänge des individuellen Ich fest. Diese Behandlung steht insofern in Analogie zu den Naturwissenschaften, als sie wie diese Wertunterschiede unter ihren Gegenständen weder macht noch begründen kann, wiewohl es fraglich ist, ob nicht bei der Einheit des individuellen Ich, wie schon bei der verwandten Einheit des Organismus eine Beziehung auf einen Wert notwendig ist. Ihre Gegenstände sind Qualitäten, wobei wiederum die Frage offen bleiben muß, inwieweit etwa doch auch quantitativ faßbare Beziehungen zwischen diesen Gegenständen bestehen. Von der Beantwortung dieser Frage wird es zum Teil abhängen, ob und inwieweit hier eine Nachkonstruktion besonderer Art möglich ist. Daß Unitäten in die Psychologie eintreten, ist unzweifelhaft. Fraglich könnte es erscheinen, ob sie zum endgültigen Bestande dieser Wissenschaft gehören, oder ob ihre Auflösung in Aggregate Aufgabe der Psychologie ist. In jedem Falle wird der Zusammenhang dieser Wissenschaft mehr Verwandtschaft mit dem der Biologie haben. Diese Analogie ist unzweifelhaft der heute noch allzuoft die methodologischen Vorfragen der Psychologie beherrschenden Analogie mit der Physik vorzuziehen, führt aber bei dem strittigen Charakter der biologischen Grundbegriffe auf neue Schwierigkeiten. Für uns ist die Hauptsache, daß die methodologische Verwandtschaft mit den physikalischen Wissenschaften, die in dem allgemein begrifflichen Charakter und dem Absehen von Wertunterschieden besteht, weder zu einer unterschiedslosen Übertragung physikalischer Grundbegriffe noch zu einer ungerechten Messung an dem Wissenschaftsideal der mathematischen Physik führen darf. Die Einsicht in die Ergänzungsbedürftigkeit dieses Ideals stößt freilich aus dem sicheren Para-

diese, in dem alle Fragen entschieden scheinen, in die arbeitsvollen Äcker des irdischen Lebens hinaus, aber sie befreit diese ohnehin nötige Arbeit von dem Gespenste einer Fatamorgana, die, wenn sie die Geister wirklich beherrschte, untätige Verzweiflung an Stelle resignierter Arbeit zu setzen drohte. Die besondere Schwierigkeit der Psychologie liegt also darin begründet, daß sie nachkonstruieren will, was bei der Nachkonstruktion der Körperwissenschaft als Rest übrig geblieben war. Als nachkonstruierende Wissenschaft strebt auch die Psychologie nach dem Allgemeinen, und zwar, wie die Körperwissenschaft, in der doppelten Art, daß sie geltende Gesetze zwischen allgemeinen Gegenständen erfassen, und daß sie das Allgemeine im Besonderen erkennen will. Sie ist also zugleich allgemein nachkonstruierende und Besonderes nachkonstruierende Wissenschaft. Da ihr Gegenstand als Ergänzung der Körperwissenschaft bestimmt ist, bleibt er von der Auffassung dieser Wissenschaft abhängig. Die psychophysische Frage in der uns gewohnten Schärfe ist eine Folge der mechanischen (besser: rein quantifizierenden) Auffassung der Körperwelt. Aristoteles oder Schelling kennen die Kluft zwischen Körper und Seele nicht, weil sie alles körperliche Geschehen teleologisch-qualitativ erklären. Zur Zeit hängt besonders die vitalistische und die psychophysische Streitfrage weit enger zusammen, als gewöhnlich angenommen wird. Die Eigenart des psychischen Zusammenhanges positiv darzustellen, ist hier nicht der Ort. Einiges davon wird bei Gelegenheit der Kategorien noch gesagt werden müssen.

Wenn man sich, von der Körperwissenschaft ausgehend, der Psychologie zuwendet, so bleibt man bei allen Unterschieden doch auf demselben Boden. Es soll eben, soweit dies möglich ist, auch das an der Wirklichkeit, was nicht in die einheitliche quantitative Konstruktion der körper-

lichen Natur einzugehen vermag, einer ähnlichen Erkenntnisweise unterworfen werden. Eine gewisse Resignation, Einschränkung auf das zweitbeste steht am Beginn dieser Wissenschaft. Wir haben mit Absicht den Terminus Naturwissenschaft bisher vermieden, weil wir diesem Begriffe nach dem Vorgange vieler Forscher auch die Psychologie unterordnen. Das Bild ändert sich völlig, sobald man an die Begründung von Wertunterschieden herantritt. Zunächst ist klar, daß man es hier mit etwas völlig Neuem zu tun hat. Folgen oder Nicht-folgen, das ist der einzige Gegensatz, der den konstruktiven Zusammenhang beherrscht, Dasein oder Nichtdasein der einzige, der im demonstrativen Zusammenhang hinzutritt. Man lasse sich nicht täuschen durch den allgemein logischen Gegensatz von Wahr und Falsch. Der idealen Wissenschaft konstruktiver oder nachkonstruktiver Art gehören nur wahre Urteile an. Erst bei der Kritik von Urteilen, die behaupten der Wissenschaft anzugehören, tritt der Gegensatz von wahr und falsch auf. Dieser Wertgegensatz ist in jeder Wissenschaft, wie schon in jedem Urteil, vorausgesetzt, gehört aber eben darum nur der Wissenschaft an, die ihn ausdrücklich zum Gegenstand setzt. Indessen muß man noch etwas hinzufügen, um den Gegensatz zwischen Naturwissenschaft im weitesten Sinne (mit Einschluß der Psychologie) und Wertwissenschaft in seiner ganzen Schärfe aufzufassen. Alle naturwissenschaftliche Betrachtung setzt die gleiche Notwendigkeit kausalen Erfolgens aller Ereignisse voraus. Diese Gleichheit hindert, wie schon Spinoza so klar erkannte, jeden Wertunterschied. Nur darin irrte Spinoza, daß er den Wertunterschied nun tatsächlich entbehren zu können glaubte; führte er ihn doch, ohne es zu merken, in der Entgegensetzung adäquater und inadäquater Vorstellungen selbst wieder ein. Tatsächlich bleibt eben der fundamentale Wertgegensatz von wahr und

falsch überall vorausgesetzt, und es läßt sich leicht, wiewohl nicht mehr rein logisch, zeigen, daß daneben andere Wertgegensätze bestehen. Hier haben wir es dann mit einem ganz neuen Ansatze der Wissenschaft zu tun. Es handelt sich nicht etwa um die kausale Erklärung des Auftretens einer Wertunterscheidung im Menschenleben. Diese vielmehr gehört zu den Aufgaben der Psychologie. Auf ganz andere Weise dagegen muß die Berechtigung der Werte begründet werden, wozu eine Untersuchung der Eigenschaften und Zusammenhänge der verschiedenen Wertungsarten und des allgemeinen Wertbegriffes notwendig ist. Welche Schwierigkeiten und Fragen hier noch auftreten, wird weiterhin angedeutet werden. An dieser Stelle sei nur darauf hingewiesen, daß zwischen den Wertwissenschaften und den früher betrachteten bei allem Gegensatze doch zugleich ein Zusammenhang besteht. Die reinkonstruktive Mathematik ist augenscheinlich mit der Logik eng verflochten. Freilich hat auch „Mathematik" nicht „wahr" und „falsch" zu Gegenständen. Aber der immanente Zusammenhang ihrer Urteile ist doch auf die logischen Grundsätze fundiert. Sobald anderseits der Übergang vom reinen idealen Wertzusammenhang zur realen Wertdurchsetzung gesucht wird, tritt das Verhältnis von Zweck und Mittel auf. Dieses Verhältnis enthält eine Umkehrung der kausalen Beziehung von Ursache und Wirkung in sich, wenn es auch keineswegs durch diese Umkehrung erschöpfend dargestellt wird. Damit treten Sätze über Kausalzusammenhänge, d. h. Bestandteile nachkonstruktiver Naturwissenschaften in die angewandte Wertwissenschaft ein.

Alle bisher betrachteten Wissenschaften sind in gewisser Beziehung allgemein. Am einzelnen realen demonstrablen Zusammenhang vermögen sie nur das Allgemeine zu erfassen. Wissenschaften, die den individuellen Zusammen-

hang als solchen sich zum Ziele setzen, müssen unter ganz neuen Bedingungen stehen. Windelband hat diese „idiographischen Wissenschaften" ausgesondert und mit der Geschichte identifiziert, Rickert hat ihre logische Struktur erforscht. An dieser Stelle sei nur hervorgehoben, daß die Geschichte im Gegensatze sowohl zur Wertwissenschaft wie zur Naturwissenschaft unkonstruktiv ist. Damit aber fordert sie ein Auswahlprinzip des Wesentlichen. Bei den rein konstruktiven Wissenschaften baut sich ja der Gegenstand im wissenschaftlichen Zusammenhange selbst auf, enthält also keine für die Wissenschaft unwesentlichen Teile. Bei den nachkonstruierenden Wissenschaften soll der Konstruktion ein demonstrabler Gegenstand entsprechen. Da dieser Gegenstand eine Realität ist, so sind an ihm die der Konstruktion entsprechenden Momente mit anderen für die Konstruktion unwesentlichen Bestandteilen verbunden. Geht man in der Theorie dieser Wissenschaften von der Realität aus, so wird die Konstruktion zum Auswahlprinzip des Wesentlichen. Indessen ist dieses „Unwesentliche" am eigentlichen Gegenstande der Wissenschaft gar nicht vorhanden, sondern nur an ihrem Material. Die historischen Wissenschaften dagegen fordern ein Auswahlprinzip des Wesentlichen, das nicht konstruktiver Natur ist. Rickert hat in der Beziehung auf einen Wert dieses Prinzip nachgewiesen. Damit aber ist gezeigt, wie die historischen Wissenschaften doch wieder auf die Wertwissenschaften hinweisen. Auch die realen Zusammenhänge zu den Naturwissenschaften, die sowohl in den kausalen Hilfsmitteln der Geschichtsforschung wie in dem relativ Historischen vorhanden sind, haben durch Rickert ihre Darstellung gefunden. Hier muß ein Hinweis auf sein Werk genügen. Will man den Ausdruck „Begriff" auch auf die vollkommen erkannt gedachten Gegenstände dieser Wissen-

schaften anwenden, so hat man es hier mit Begriffen zu tun, die an der Unerschöpflichkeit einer Realität teilhaben. Eine Umarbeitung der Realität, wie etwa die Naturwissenschaft sie vornimmt, ist in der Geschichte ganz ausgeschlossen. Als Realität muß der Begriff der historischen Wissenschaften nacherlebbar sein. Das dabei vorausgesetzte Ich ist der rein erkennende, absolut normale und universale Mensch. Daher operiert auch die historische Erklärung überall mit den Verständnismitteln des vollen menschlichen Nacherlebens.

Diese Bemerkungen über die verschiedenen Wissenschaftsgruppen, so entfernt von dem Ziele eines Systems der Wissenschaften sie bleiben mögen, genügen doch für unseren nächsten Zweck. Sie erlauben uns, die Erkenntnisziele in ihrem Verhältnis zum Utraquismus der Voraussetzungen vorläufig zu bestimmen, während die endgültige Formulierung dem vierten Teile vorbehalten bleibt. Mit dem Utraquismus erschien zunächst noch ein ermäßigter Sensualismus und ein ermäßigter Rationalismus der Ziele verträglich. Zu diesen Möglichkeiten ist nun endgültig Stellung zu nehmen. Dabei ergibt sich aber nicht, wie eine schematisierende Auffassung des Utraquismus vielleicht erwarten könnte, eine gleichmäßige Stellungnahme zu beiden Theorien. Der Sensualismus der Ziele zeigt sich vielmehr als innerlich unmöglich und widersinnig. Jedes Erkenntnisziel muß ein begründeter Urteilszusammenhang sein. Ein solcher fordert aber überall Denkformen, die über das Minimum der bloßen Identität isolierter Gegenstände hinausgehen. Gerade wenn man, wie die Sensualisten zu tun pflegen, auf die Erkenntnis der Wirklichkeit den Nachdruck legt, muß man bedenken, daß ein demonstrabler und zugleich überindividueller Zusammenhang neue Denkformen voraussetzt. Dagegen ist das Ziel des ermäßigten Rationalismus, den

denkfremden Anteil nach Vermögen herabzudrücken, in der großen Gruppe der konstruktiven und nachkonstruktiven Wissenschaften tatsächlich erstrebt — in Biologie und Psychologie freilich unter großen Einschränkungen, da diese Disziplinen nicht vollständig als Nachkonstruktion erfaßt werden können. Dazu kommt aber bei allen Nachkonstruktionen überhaupt, daß neben der inneren Richtigkeit der Konstruktion auch ihre Übereinstimmung mit den real inexistenten Gegenständen, die nachkonstruiert werden sollen, gefordert wird. Der denkfremde Evidenzanteil jedes Urteils ist zunächst nur aufgenommen. Seine Bestimmungsart ist in einem konstruktiven Zusammenhange nicht logisch, sondern nur tatsächlich vorausgesetzt. Aber diese tatsächliche Voraussetzung weist nun eben doch darauf hin, daß der konstruktive Zusammenhang nicht der einzige ist. Anwendbar wird er auf den einen Zusammenhang der idealen Erlebniswirklichkeit, das letzte überlogische Erkenntnisziel, durch die Bedingungen überindividueller Demonstration, als welche ja einen konstruktiv völlig beherrschbaren Zusammenhang herstellen. Der Utraquismus hat für die Erkenntnisziele eine dreifache Folge. Er zwingt zu den besonderen Rücksichten der Nachkonstruktion, er hindert die Einheit aller Konstruktionen und er fordert endlich ein völlig unkonstruktives Wissenschaftsgebiet als Ergänzung. Auch zur Aufgabe der Wertwissenschaften steht er in innigster Beziehung. Jeder solchen Wissenschaft liegt ein Gegensatz von Wert und Unwert zugrunde. Ein Wertgegensatz aber ist nur denkbar, wo Forderungen auf etwas angewendet werden, was aus diesen Forderungen sich nicht ableiten läßt. In der prinzipiellen Dualität, die wir in jedem Urteile entdeckt haben, erfassen wir die Quelle aller Schwierigkeiten. Immer von neuem ansetzend, kommen wir doch immer wieder auf dieses unser erstes Ergebnis zurück. Wir

müssen an vielen Stellen auf einfache Lösungen verzichten, aber wir vermögen wenigstens, den Grund dieses Verzichtes einzusehen.

§ 23. Methoden der Forschung.

Aus unserer Auffassung der nachkonstruktiven Wissenschaften folgt eine Theorie der Forschungsmethoden, die ihrerseits geeignet erscheint, als Bestätigung für die Fruchtbarkeit unserer Auffassung zu dienen. Deshalb und wegen der eigenen Bedeutung dieser Dinge sei hier kurz darauf eingegangen, obwohl die folgenden Erörterungen von unserem Hauptwege ein wenig abbiegen. Es handelt sich dabei um den Ersatz der altbekannten Begriffe Deduktion und Induktion durch ein besseres Paar. Der alte Gegensatz beruht auf der Ansicht, daß die Unterordnung unter ein Allgemeines die wesentliche Aufgabe der Forschung ist. Dabei kann man zwei Wege einschlagen, entweder nämlich das Einzelne als Spezialfall des Allgemeinen erweisen, oder von den einzelnen Fällen zum allgemeinen Begriff aufsteigen. Überall, wo es sich um empirische Zusammenhänge handelt, ist uns sicherlich das Einzelne und nicht das Allgemeine gegeben. Es gibt aber keinen streng gültigen Schluß, der von einer beliebigen Zahl einzelner Fälle zu einer absolut allgemeinen Geltung führt. Aus dieser Sachlage ergibt sich die innerlich notwendige Schwierigkeit für eine jede Theorie der Forschung. Die innerlich notwendige — denn es wird sich zeigen, daß sie in veränderter Form bei jeder Theorie, also auch bei der unsern, wiederkehrt. Hinzu treten nun aber für die traditionelle Lehre eine Reihe weiterer Schwierigkeiten, die sich als Inkongruenzen gegenüber der wirklichen Forschung darstellen. Es ist eben nicht wahr, daß diese Forschung sich damit begnügt, Oberbegriffe zu finden. Ein Gefühl dafür fehlt bei keinem unter

den Logikern, die in wirklicher Beziehung zur Wissenschaft standen und dabei die Theorie der Induktion bearbeiteten. Auf dem Bemühen, ohne Bruch mit der traditionellen Syllogistik dieser Schwierigkeit Herr zu werden, beruht das sehr verschiedene Aussehen der Theorien[8]). Daß überhaupt Möglichkeiten vorlagen, eine scheinbare Angleichung des Forschungsweges an die aristotelische Lehre zu finden, beruht natürlich auf der partiellen Wahrheit, die in dieser Lehre steckt. Jeder konstruierte Begriff ist ja formal allgemein dem immer einzigen Orte im demonstrablen Zusammenhang gegenüber. Aber mit diesem Verhältnis ist durchaus nicht das logisch Wesentliche getroffen.

Fragt man, wie wir uns dieses logisch Wesentliche klar zu machen haben, so muß man zuerst das Gebiet genau abgrenzen, auf das sich der hier zu untersuchende Gegensatz bezieht. Er tritt überall da auf, wo ein in irgend einer Weise irrational Gegebenes der Vernunft unterworfen werden soll. Wir müssen daher vor allen Dingen wissen, was Rationalisierung bedeutet. Sie kann nicht bedeuten, daß alle denkfremden Evidenzanteile entbehrlich werden, denn dies wäre unmöglich. Es kann sich danach nur um den ermäßigten Sinn von Rationalität handeln, den wir wiederholt dargestellt haben: nachdem einmal die Voraussetzungen eines Zusammenhanges aufgenommen sind, folgt alles weitere mit strenger Denknotwendigkeit. Dies aber ist das Wesen einer konstruktiven Wissenschaft. Wir sehen also, daß mit der bloßen Allgemeinheit noch nichts gewonnen ist, sondern daß es sich um den Ersatz eines demonstrativen Zusammenhanges oder doch eines solchen, der irgendwie einer geforderten Konstruktion gegenüber fremd ist, durch einen konstruktiven handelt. Es ist dabei nicht von prinzipieller Bedeutung, daß vielfach an Stelle einer reinen Konstruktion eine mehr oder minder unvollkommene An-

näherung an dieses Ziel tritt. Wichtig dagegen ist, daß an die Konstruktion eine neue Forderung zu stellen ist, sobald sie die Rolle einer Nachkonstruktion spielen soll. Die Ergebnisse der Nachkonstruktion sollen ja aufweisbar sein. Sie treten also an den nachzukonstruierenden Zusammenhang, in den wichtigsten Fällen an die Wirklichkeit, als Postulate besonderer Art heran, deren Suffizienz gefunden werden soll. Das Schema ist relationstheoretisch leicht zu entwerfen: Gegeben ein Gegenstand a und eine Relation R, gesucht ein x, so daß aRx. Nur kompliziert sich das Schema meist dadurch, daß x durch eine ganze Reihe von Relationen zu einer Reihe von Gegenständen bestimmt gedacht werden muß. Soll die Konstruktion richtig sein, so muß x gleichzeitig alle diese Forderungen erfüllen. Einem solchen Aufsuchen des Suffizienten entspricht durchaus die vollkommenste Art des wissenschaftlichen Experimentes, die für ein genau bestimmtes Ergebnis einer Theorie die Bestätigung sucht. Man kann diese Richtung als Suffektion bezeichnen. Es kann sich nun aber auch bei einem Experimente dieser Art ein unerwartetes Resultat ergeben, das dann zu einer Änderung in den Voraussetzungen unserer ursprünglichen Konstruktion zwingt. Noch häufiger tritt der Fall ein, daß auf einer niederen Stufe wissenschaftlicher Tätigkeit, der systematischen Beobachtung, Erscheinungen gefunden werden, die den bisherigen Konstruktionen unzugänglich sind, oder die, da der Beobachter nur das konstruktiv Faßliche erwartet, unerwartet auftreten. Wir können in diesem Falle sagen, daß die Konstruktion umgebildet werden muß, damit sie das bisher Unverständliche mit umfassen könne. Diese Umbildung wird dann eine bloße Erweiterung sein, wenn das Neue lediglich der bisherigen Konstruktion entgangen ist; widerspricht dagegen das Neue einem erwarteten Ergebnis der Konstruktion, so muß ent-

weder nachgewiesen werden, daß ein besonderer Umstand das Auftreten eines erwarteten Erfolges real verhindert hat, oder es müssen die Voraussetzungen der Konstruktion selbst geändert werden. Diese zweite Richtung, bei der also für etwas Imkomprehensibles ein Komprehendent gesucht wird, kann als Komprehension der Suffektion gegenüber gestellt werden. Auf dem Wege der Komprehension beeinflußt die Wirklichkeit die Wissenschaft, während mit Hilfe der Suffektion die konstruierende Wissenschaft die Wirklichkeit bereichert. Das Verhältnis von Wissenschaft und Wirklichkeit offenbart sich an der werdenden Wissenschaft oder der Forschung deutlicher als an der gewordenen; denn die Wirklichkeit selbst ist ja nur als werdend und relativ bestimmbar.

Die beiden Methoden der Suffektion und Komprehension sind in der realen Forschung meist miteinander verwoben. Trotzdem kann man bei einzelnen Leistungen nicht selten ein Überwiegen der einen oder der anderen Richtung feststellen und sie so gewissermaßen a potiori dieser Richtung zuteilen. Wie im Einzelnen die Wissenschaften vorgehen, um die beiden hier gestellten Aufgaben zu lösen, kann nur in einer Theorie der Forschung nachgewiesen werden. Eine solche aber läßt sich immer nur für eine Wissenschaft oder doch für eine Gruppe verwandter wissenschaftlicher Aufgaben durchführen; denn dabei kommen überall die inhaltlichen Eigentümlichkeiten der Gegenstände der Wissenschaften mit in Betracht. Wir müssen uns hier begnügen, an einigen Beispielen die Verbreitung der beiden Methoden und die Verschiedenartigkeit ihres Auftretens anzudeuten. Diese Verschiedenartigkeit beruht zum großen Teile auf dem verschiedenen Wert der Voraussetzungen der Konstruktion und auf der verschiedenen Vollkommenheit der konstruktiven Theorien.

In der Mathematik kann eine Analogie zur Nachkonstruktion einer Wirklichkeit überall da auftreten, wo ein Zusammenhang durch einen anderen dargestellt werden soll. Eine gewisse Verwandtschaft mit der Suffektion zeigt aber auch die Lösung von Aufgaben, bei denen die Konstruktion einer bestimmten Figur unter bestimmten Bedingungen gefordert wird. Es ist bekannt, daß hier vor allen Dingen auch die Frage der Lösbarkeit der Aufgabe, d. h. des Vorhandenseins eines Suffizienten, auftritt. Wenn man dagegen etwa analytische Geometrie treibt, so kann es sich entweder darum handeln, ein Ergebnis der algebraischen Konstruktion geometrisch zu interpretieren oder eine geometrische Eigentümlichkeit analytisch zu erfassen. Man kann sehr wohl das erste als Suffektion, das zweite als Komprehension bezeichnen. Die geometrische Erweiterung der Zahl, besonders die pythagoreische Entdeckung der irrationalen Zahl ist ein berühmtes Beispiel einer mathematischen Komprehension.

In der Körperwissenschaft sind die Beispiele so häufig und bekannt, daß ein kurzer Hinweis genügen kann. Für Suffektion denke man an die Entdeckung des Neptun aus den Bahnstörungen des Uranus oder an die Auffindung neuer chemischer Elemente, die Lücken im periodischen System der Atomgewichte ausfüllen. Was Komprehension betrifft, so sei an die Bemühungen erinnert, die unerwarteten Wirkungen des Radiums dem Gesetz der Erhaltung der Energie anzupassen. In der Psychologie leiden wir an der Unvollkommenheit aller bisherigen Konstruktionsversuche. Als solche Versuche erfreuen sich die sogenannten Assoziationsgesetze einer gewissen Berühmtheit. Nun sind neuerdings immer mehr Fälle bekannt geworden, in denen es Schwierigkeiten macht, das Auftreten gewisser Vorstellungen durch Assoziation zu erklären. Hier stehen für

die Komprehension zwei Wege offen: entweder man versucht eine assoziative Erklärung auch dieser Erscheinungen oder man bestreitet die Allgültigkeit der Assoziation. Im ersten Falle postuliert man Vorstellungen, die geeignet sind, das Auftreten der zunächst isoliert scheinenden Vorstellung doch assoziativ zu erklären. Diese verborgenen Vorstellungen werden also als Suffizienten gesucht: eine Suffektion tritt an Stelle einer Komprehension. Wer dagegen an freisteigende Vorstellungen glaubt, muß durch prinzipielle Annahmen über psychische Kausalität die Komprehension suchen, durch Annahmen, die die Alleingültigkeit der Assoziationsgesetze überflüssig erscheinen lassen. — Da die Geschichte keine nachkonstruktive Wissenschaft ist, kann sich in ihr der hier geschilderte Gegensatz der Methoden nur insofern finden, als Nachkonstruktionen gewisse Hilfsdienste leisten.

Unter den anfangs erwähnten beiden Schwierigkeiten der Induktionstheorie kann unser Reformversuch nur die zweite lösen, nämlich den Zusammenhang mit der wirklichen Forschung herstellen. Dagegen setzen beide Methoden voraus, daß sich die Wirklichkeit konstruktiv irgendwie beherrschen läßt. Die Frage, mit welchem Recht man dies annimmt, oder wie empirische Erkenntnis Allgemeingültigkeit erlangt, führt zur Kategorienlehre.

Kapitel IX.

Zur Kategorienlehre.

Ganz allgemein war bisher vom Wirklichkeitszusammenhange und von Wissenschaften, die es mit diesem Zusammenhange zu tun haben, die Rede. Wie wir aber dazu kommen, in der Wirklichkeit einen Zusammenhang zu sehen, ist noch nicht untersucht worden. Nur eine der Bedingungen eines

solchen Zusammenhanges, die Suffizienz des Postulates überindividueller Demonstrabilität, hat uns bereits beschäftigt. Soll unsere Betrachtung nicht das Ansehen einer unerfüllten Forderung gewinnen, so muß diese Lücke ausgefüllt werden. Was den Zusammenhang der Wirklichkeit ermöglicht, ist nun überall, nicht nur bei der Demonstrabilität, die Suffizienz notwendiger Postulate. Diese Suffizienz steht mit dem Gegenstand unserer Untersuchungen in engster Verbindung; denn sie wird einerseits überall vom Erkennen vorausgesetzt, anderseits ist die Erfüllung dieser Voraussetzung eine sehr wesentliche Aufgabe der wissenschaftlichen Erkenntnis. Schon im vorwissenschaftlichen Erkennen, ebenso wie in der Erlebniswirklichkeit, spielt die Suffizienz der Grundpostulate eine Rolle. Doch aber ändert sie sich in eigentümlicher Weise, sobald man zur Wissenschaft übergeht. Es läßt sich daher hoffen, daß auch das Verhältnis von Wissenschaft und Wirklichkeit zueinander hier neue Beleuchtung empfängt. Die Probleme, die uns dabei beschäftigen, sind von Kant in der Kategorienlehre behandelt worden. Auch hier soll der Ausdruck Kategorie benutzt werden, um sogleich auf die wesentliche Bedeutung dieser Probleme hinzuweisen. Gemäß dem Grundsatze aber, historisch belastete Namen niemals ohne genaue Begriffsbestimmung zu verwenden, wird festzusetzen sein, was Kategorie bedeuten soll. Jedoch sei nicht mit dieser Definitionsarbeit begonnen. Vielmehr gehe eine reale Untersuchung der wichtigsten einzelnen Postulate voran, damit die folgenden allgemeinen Erörterungen nicht leer seien, sondern überall auf die entscheidenden Einzelfälle sich beziehen können.

§ 24. Die reale Suffizienz einiger Grundpostulate.

Es ist unmöglich, von einem System der Postulate auszugehen, deren Erfüllung die Wirklichkeit zu einem er-

kennbaren Zusammenhange macht. Noch ist es nicht gelungen, ein solches System aufzustellen, das wirklich alles Notwendige und nur das Notwendige umfaßt. So sehr ein solches System Ziel erkenntnistheoretischer Arbeit bleiben muß, so wird doch, wie ich glaube, diese Arbeit in ihrem gegenwärtigen Stadium nicht dadurch gefördert, daß ihr ein geschlossenes Ganzes zugrunde gelegt wird. Der einflußreichste Versuch eines solchen Systems, Kants Kategorientafel, ist geeigneter zu warnen als anzuspornen. So gehe ich denn von einigen Grundpostulaten aus, ohne zu behaupten, daß ich damit alle wesentlichen anführe. Nicht um ein System vorzutäuschen, sondern nur um doch zu zeigen, daß ich nicht ganz willkürlich beliebige Beispiele herausgegriffen habe, sei auf den Zusammenhang dieser Postulate hingewiesen. Zunächst müssen die einzelnen Realitäten untereinander vergleichbar sein, wenn mehr als ihr bloßes Dasein behauptet werden soll. Zwischen dem Vergleichbaren besteht ein rein inhaltlicher Zusammenhang, aber es ist mit der bloßen Vergleichung noch nichts über das Verhalten der einzelnen Realitäten zueinander gesagt. Ja es ist im Grunde überhaupt noch nicht ausgemacht, daß es zeitlich dauernde Realitäten als erkennbare Gegenstände gibt. An sich wäre denkbar, daß man wohl ein raumzeitlich begrenztes Stück Wirklichkeit als Gegenstand des Erkennens festhalten könnte, daß auch eine Vergleichung verschiedener solcher Gegenstände miteinander möglich wäre, dagegen eine reale Konstanz realer Gegenstände fehlte. Diese reale Konstanz erst erlaubt es, zeitlich dauernde Realitäten als Gegenstände zu setzen. Wir bezeichnen sie, um an die Geschichte anzuknüpfen, mit dem Namen Postulat der Substantialität. Bloße Substanzen ergeben aber eben so wenig einen realen Zusammenhang, wie bloße Gleichheitsrelationen einen konstruierten Zusammenhang her-

stellen. Vielmehr wird überall eine asymmetrische Relation gefordert, die den Fortschritt herbeiführt. Auf die Realität angewendet, bedeutet das, daß die Veränderung als begründet erkannt wird, und diese Forderung wird sich uns als der eigentliche Sinn der Kausalität enthüllen. Wir haben also folgende Übersicht:

I. Postulat an die rein inhaltliche Beschaffenheit der Realitäten: Vergleichbarkeit.

II. Postulate an den demonstrablen Zusammenhang der Realitäten:

a) Konstanz der Gegenstände: Substantialität,
b) notwendige Verbindung: Kausalität.

Vergleichbarkeit.

Durch jede Vergleichung werden zwei oder mehr Gegenstände in eine Beziehung gesetzt, die rein von ihrer Inhaltlichkeit abhängt. Vergleichung demonstrativ begrenzter Gegenstände setzt also eine Unabhängigkeit der Inhaltlichkeit von der Demonstration voraus. Die demonstrative Begrenzung dient nur dazu, den Gegenstand zu bestimmen sowie dem Urteil ein reales Geltungsbereich zu verschaffen. Natürlich kann man daher auch rein inhaltlich gesetzte Gegenstände miteinander vergleichen, indessen haben wir es unserer jetzigen Aufgabe gemäß nur mit Realitäten, d. h. mit demonstrativ begrenzten Gegenständen zu tun. Auch in diesem Falle wird durch ein Vergleichungsurteil kein demonstrativer Zusammenhang geschaffen. Sage ich, der Himmel ist heute bewölkter als gestern, so dient das „heute“ und „gestern“ lediglich der Gegenstandsabgrenzung. Das Urteil als solches trifft, wie schon hervorgehoben wurde, nur die inhaltlichen Eigentümlichkeiten des gestern und heute gesehenen Himmels. Ganz anders verhält sich etwa

das Urteil: die gestrige Föhnklarheit deutete bereits auf die heutige Bewölkung hin.

Wir müssen nun die Bedingungen aufsuchen, unter denen ein demonstrativ gesetzter Gegenstand mit einem andern vergleichbar ist. Dabei kommt uns sofort zum Bewußtsein, daß wir bisher stets etwas als selbstverständlich vorausgesetzt haben, was keineswegs selbstverständlich ist. Wir sagten: jede Realität ist als solche unerschöpflich, d. h. ihre potentielle Inhaltlichkeit läßt sich nie in eine endliche Summe rein inhaltlich gesetzter Gegenstände vollständig auseinanderlegen. Dabei wird aber bereits vorausgesetzt, daß aus der Realität überhaupt rein inhaltlich gesetzte Gegenstände als Momente ausgeschieden werden können, ja noch mehr, daß, soviele solcher Momente auch aus einer beliebigen Realität bereits herausgelöst seien, sich immer noch neue aus dem Reste gewinnen lassen. Diese Auflösbarkeit in Momente ist in der Tat eine erste Bedingung der Suffizienz unseres Postulates.

Auflösbarkeit in Momente bedeutet, daß sich an jeder Realität Momente zeigen lassen, mit Hilfe deren sie mit anderen Realitäten verglichen werden kann; sie bedeutet dagegen nicht, daß sich alle Momente vollständig aufzählen lassen, aus denen die Realität besteht. Wäre dies letztere der Fall, so könnte nicht von einer Unerschöpflichkeit der Realität die Rede sein. Freilich kann hier eingewendet werden, daß diese Unerschöpflichkeit sich überhaupt nur auf Stücke, nicht auf Momente bezieht. Indessen beruht dieser Einwand auf der irrigen Annahme, daß als Momente nur Qualitäten in Betracht kommen. Die Anzahl der Qualitätenkreise scheint in der Tat begrenzt zu sein. In Wahrheit indessen sind neben den letzten irreduziblen Qualitäten auch Relationen als Momente einer Realität anzuerkennen. Diese zerfallen in äußere Relationen der

ganzen Realität zu irgend etwas außer ihr Befindlichem und in innere Relationen der Momente und Stücke der Realität zueinander. Da aber die Zerstückung ins Unendliche getrieben werden kann, und da außerdem es beliebig viele äußere Gegenstände gibt, zu denen eine Realität in Beziehung gesetzt zu werden vermag, so ist jede Realität auch mindestens inbezug auf ihre relationalen Momente unerschöpflich.

So wichtig dieses Verhältnis von Auflösbarkeit und Unerschöpflichkeit an sich sein mag, für die Vergleichbarkeit kommt es nicht mehr wesentlich in Betracht, sobald man sich klar macht, daß direkt stets die Momente und nur indirekt die ganzen Realitäten verglichen werden. Wir können also nun die Vergleichungen als solche zwischen inhaltlich bestimmten Gegenständen betrachten, müssen uns aber dabei klar machen, daß diese Gegenstände als real inexistent in Betracht kommen. Es wird auf diese Weise als möglich vorausgesetzt, daß derselbe inhaltlich gesetzte Gegenstand an verschiedenen Orten als Moment inexistiert. Hier und erst hier gewinnt die Identität den Wert einer urteilsbildenden Relation, weil sie hier notwendig mit einer Verschiedenheit des Ortes zusammen auftritt. Man erkennt hieraus, daß in jedem Vergleichungsurteil Verschiedenheit vorausgesetzt wird. Diese aber braucht nicht mehr besonders postuliert zu werden, da sie schon in der Suffizienz des Postulates beliebiger Gegenstandsbildung, also im Minimum der Denkfremdheit, vorausgesetzt ist.

Als verschieden im allgemeinsten Sinne dieses Wortes können mehrere Gegenstände stets beurteilt werden, mögen ihre Inhaltlichkeiten alles oder nichts gemeinsam haben. Das Urteil eine „1“ ist von jeder anderen verschieden, ist ebenso wahr wie das Urteil, mein gestriger Kopfschmerz ist verschieden von einem Mondvulkan oder von dem

Begriffe der Wahrheit. Diese allgemeine Verschiedenheit ist also ähnlich wie „und“ oder „sein“, ein Grenzfall urteilsbildender Relation. Meistens freilich braucht man das Wort Verschiedenheit nur für inhaltliche Verschiedenheiten und schließt nicht nur die getrennte Setzung, sondern sogar die bloß demonstrative Getrenntheit davon aus.

Eine Vergleichung, die in irgend einer Weise zu einer Beherrschung des Verglichenen durch das Denken führen soll, muß über das bloße Verschiedenheitsurteil im Sinne des Grenzfalles hinausgehen. Die wirklich vorkommenden Verschiedenheitsurteile bedeuten in der Tat bereits mehr. Sie wollen eine Identität eines Momentes, eine Gleichheit oder Ähnlichkeit abweisen, sind also im Grunde negative Urteile, deren Erkenntniswert von den zugehörigen positiven Urteilen abhängt. Anders steht es mit Urteilen, die nicht einfach Verschiedenheit, sondern Verschiedenheitsgrad behaupten, z. B. gelb ist von violett verschiedener als von rot. Dies Urteil kann inhaltlich völlig äquivalent durch das andre ersetzt werden: gelb ist dem rot ähnlicher als dem violett. Hier handelt es sich demnach sachlich durchaus um ein positives Urteil, das dann aber auch seinerseits sehr viel mehr voraussetzt, als jener Grenzfall des stets gültigen und darum leeren Verschiedenheitsurteils.

Wir kommen demnach zu der weiteren Frage, was es bedeutet, daß inhaltlich gesetzte Gegenstände, seien es nun letzte Qualitäten, Relationen oder irgendwie aus beiden zusammengesetzte Gegenstände, vergleichbar sind. Dazu ist augenscheinlich nötig, daß sich diese Gegenstände in verschiedene Kreise einteilen lassen, innerhalb deren nun eine Vergleichbarkeit stattfindet. Was nicht zu demselben Kreise gehört, kann als unvergleichbar im engeren Sinne des Wortes bezeichnet werden, wiewohl natürlich ein Verschiedenheitsurteil auch hier gilt. Ganz offen kann dabei die Frage

bleiben, ob derselbe Gegenstand zu verschiedenen solchen Kreisen gehört, oder ob verschiedene Kreise stets verschiedene Momente eines Gegenstandes und damit im letzten Grunde verschiedene Gegenstände zu Gliedern haben. Auch das lassen wir offen, wodurch sich die Kreise gegeneinander abschließen. Bei den Kreisen letzter Qualitäten den Farben, Geschmäcken, Gerüchen usw. könnte man streiten, ob die Zugehörigkeit zu einem Kreise eine innere Relation der Qualität oder eine äußere Relation zu einem bestimmten menschlichen Sinnesorgan ist. Innerhalb dieser Kreise ist nun die Vergleichbarkeit in sehr verschiedenem Maße erfüllt. Erste Voraussetzung für sie ist eine erschöpfende Einteilung des Qualitätenkreises in dem Sinne, daß alle in ihm vorkommenden Verschiedenheiten einer unter einer endlichen Anzahl von Gruppen angehören. Schon hier bieten einige Sinnesgebiete Schwierigkeiten, insbesondere beim Geruch ist eine solche Einteilung bisher nicht gelungen. Wo sie vollständig vorausgesetzt werden kann, bedeutet das Verschiedenheitsurteil zugleich etwas Positives, indem es gleichwertig mit einer vollständigen Disjunktion ist, die an Gliederzahl hinter der Einteilung des ganzen Gebietes zurücksteht, sie demnach an Bestimmtheit übertrifft. Nimmt man an, daß alle Geschmäcke sich in vier Qualitätengruppen einteilen lassen, so bedeutet „Geschmack verschieden von süß" einen Angehörigen eines der drei anderen Kreise sauer, salzig oder bitter. Indessen stehen auch hier die einzelnen Qualitäten oder Qualitätengruppen einander noch fremd gegenüber. Das wird erst anders, wenn eine Anordnung der Qualitäten möglich ist. Dazu muß ihre Verschiedenheit Richtungen haben, und innerhalb jeder dieser Richtungen müssen sich die Qualitäten als mehr oder minder verschieden anordnen lassen. Relationstheoretisch gesprochen: es müssen asymmetrische Relationen zwischen

jeder Qualität des Kreises und jeder anderen bestehen. Diese Anordenbarkeit beruht auf der Ähnlichkeit (resp. diese asymmetrische Relation ist eine Ähnlichkeitsbeziehung) der letzten Qualitäten. Es erscheint danach unmöglich, die Ähnlichkeit ihrerseits auf partielle Gleichheit zurückzuführen. Selbst eine Theorie, die alle übrigen Farbenverschiedenheiten aus der Zusammensetzung von vier Grundfarben ableiten will, setzt in dem Urteil „gelb ist dem rot ähnlicher als dem blau" eine irreduzible Ähnlichkeit voraus. Eine höhere Stufe der Beherrschbarkeit bestände dann in der Vergleichbarkeit der Ordnungsabstände. Diese wären quantitativ bestimmbar. Ob eine solche quantitative Zuordnung ohne Verwendung von Relationen, die den letzten Qualitäten äußerlich sind, noch möglich ist, bildet zur Zeit einen Gegenstand des Streites. Wir haben hier diese Verhältnisse, die im Grunde nicht der Logik, sondern dem phänomenologischen Teile der Psychologie [9]) angehören, nur deshalb erörtert, weil sie zeigen, wie die Suffizienz des Postulates der Vergleichbarkeit schließlich auf quantitative Begriffe führt. Auch wo man die Qualitäten nicht eliminiert, fordert man im Interesse der Beherrschbarkeit durch das Denken quantitative Relationen zwischen den Qualitäten.

Dieses Hinstreben zur Quantität ist noch ganz unabhängig von der nur individuellen Gegebenheit aller Qualitäten. Da jede Qualität ein zunächst einem Individuum zugehöriger Gegenstand ist, so ist ein Vergleichungsurteil zwischen Qualitäten eine Bejahung oder Verneinung einer Relation zwischen Gegenständen desselben individuellen Bewußtseins. Wie eng freilich die in der Vergleichungsrelation liegende Denkbeherrschung mit der Gewinnung überindividueller Gegenstände zusammenhängt, läßt sich leicht erkennen. Ob nämlich und in wie weit die qualitativen Gegenstände verschiedener Bewußtseine miteinander übereinstimmen, ver-

mögen wir nur soweit zu erkennen, wie wir feststellen können, ob dieselben Vergleichungsrelationen für sie bestehen. Schon dazu ist nun die überindividuelle Demonstration einer Realität nötig, an der die betreffende Qualität als Moment aufgewiesen werden kann. Dieses Mittels, des Hinweises nämlich auf demonstrable Realitäten, bedient sich schon die Sprache vielfach bei interindividuell verständlichen Qualitätsbezeichnungen. Man denke etwa an Veilchenblau oder Schwefelwasserstoffgeruch. Es ist klar, daß es sich hier nicht um eine Beseitigung des Individuellen an der Qualität, sondern nur um eine interindividuelle Verständigung darüber handelt. Die höhere Stufe ist der Ersatz der Qualitäten durch Quantitäten. Dieser Ersatz kann im Grunde nur so stattfinden, daß den Qualitäten Quantitäten zugeordnet werden, und daß die Zugeordneten für die gesamte weitere Betrachtung an Stelle der Qualitäten gesetzt werden. Dieses geschieht theoretisch in der mathematischen Naturwissenschaft, technisch-praktisch in der Abschätzung aller Dinge und Leistungen nach ihrem Geldwert. In beiden Fällen findet gleichzeitig ein Ersatz nur individuell zugänglicher Qualitäten oder Wertbestimmungen durch interindividuelle Quantitäten und ein Ersatz irrationaler Verschiedenheiten durch berechenbare und beherrschbare statt. So erkennen wir, wie nahe die Suffizienz des Postulates der Vergleichbarkeit mit der überindividuellen Bestimmung der Gegenstände zusammenhängt, und wie beide Postulate schließlich zu einer Rationalisierung führen, deren Möglichkeit auf der Natur der Anschauungsformen beruht. Bei ihnen nämlich ist zugleich überindividuelle Gegenstandsetzung und quantitative Beherrschbarkeit vorhanden. Freilich genügen die extensiven Quantitäten, die direkt durch die Anschauungsformen repräsentiert werden, nicht, vielmehr müssen den letzten Qualitäten überall intensive Quantitäten zugeordnet werden.

Als wir zeigten, in wie verschiedenem Maße die verschiedenen Qualitätenkreise dem Postulate der Vergleichbarkeit entsprechen, mochten manchem Zweifel an der Apriorität seiner Suffizienz aufsteigen. In der Tat wäre es ganz falsch, diese Apriorität so auszulegen, als ob sie die Undenkbarkeit oder auch nur das Nichtvorhandensein von Gebieten unvollkommener Vergleichbarkeit bedeutete. A priori ist zunächst die Strebensrichtung nach vollkommenerer Vergleichung. Für ein besonderes Erkenntnisziel aber, nämlich für die mathematische Naturwissenschaft, ist die Konstruierbarkeit eines Gebietes vollkommener Vergleichbarkeit apriorische Voraussetzung. Hier zeigt sich der Utraquismus in der Ergänzungsbedürftigkeit der Naturwissenschaft. Die Ergänzungswissenschaften müssen sich mit minderen Graden der Erfüllung unseres Postulates begnügen. Es wäre aber unberechtigt, sie deshalb nur als unvollkommene Vorstufen der mathematischen Naturwissenschaft anzusehen. Vielmehr haben sie eigentümliche Ziele, denen in jener rational vollkommensten Wissenschaft nicht genügt werden kann. Genauer wollen wir diese Verhältnisse bei den folgenden Kategorien betrachten.

Substanzialität.

Gehen wir zu den Postulaten über, die an den demonstrablen Zusammenhang der Realitäten gestellt werden müssen, wenn er erkennbar sein soll, so stoßen wir sogleich auf bedeutend kompliziertere Verhältnisse. Schon darin zeigt sich dies, daß wir uns nun nicht mehr damit begnügen können, irgend eine Erfüllung des Postulates überindividueller Demonstrabilität vorauszusetzen, sondern daß wir sämtliche Eigenschaften des Raumes und der Zeit heranziehen müssen.

Wir lassen es dabei hier ganz offen, was die Zweiheit der Anschauungsformen und der einsinnige Ablauf der Zeit bedeutet. Beides kann entweder als teleologisch gefordert oder als überschießender Teil der Suffizienz des Postulates überindividueller Demonstrabilität angesehen werden. In beiden Fällen ist es der Wirklichkeit und allen Zusammenhängen gegenüber, die die Wissenschaften an ihre Stelle setzen können, apriori. Daß unter Voraussetzung der Zeit eine mehrdimensionale Ordnungsform des Simultanen gefordert ist, wurde früher bewiesen.

Da an dieser Stelle die Zeit als Voraussetzung nötig wird, dürfte es sich empfehlen, einige Probleme, die sie dem Erkennen stellt, in einer Übersicht zusammenzufassen. Die besonderen Probleme der Substantialität werden sich so schärfer abheben.

Unser Erkennen ist als Tätigkeit eines realen Wesens selbst ein zeitlicher Vorgang. Dagegen ist jedes Urteil, wie wir längst wissen, seiner Wahrheit nach unabhängig von der Zeit. Die zeitlose Wahrheit aller Urteile gibt nun aber auf die Frage nach dem Verhältnis der Gegenstände zur Zeit keine Antwort. Auch Urteile mit zeitlichem Gegenstand sind zeitlos wahr. Daß ich heute vor 7 Uhr aufgestanden bin, ist, wenn wahr, ein ewig wahres Urteil. Freilich folgt daraus, wie wir schon gesehen haben, der Satz: ein Urteil ist in der ihm adäquaten Form erst ausgesprochen, wenn die Bestimmung aller darin vorkommenden Gegenstände von dem Zeitpunkte, an dem, und dem Individuum, von dem es ausgesprochen wurde, unabhängig ist. Um die Erfüllung dieser Forderung bemüht sich die Theorie der Bezeichnung. Die Eindeutigkeit des Zeichens, das in dem Satze, dem Zeichen des Urteils, für den Gegenstand eintritt, ist das reale Korrelat für die Ewigkeit der Wahrheit. Naturgemäß denkt man dabei in

erster Linie an sprachliche oder algorithmische Bezeichnungen, die zugleich der interindividuellen Verständigung dienen. Indessen auch, wenn man von der Beziehung verschiedener Menschen zueinander absieht und sich einen erkennenden Robinson ausmalt, bleibt dieselbe Aufgabe. Auch er muß seine Gegenstände dauernd festhalten, auch ihm wird ein Zeichen als Mittel dazu unentbehrlich sein; denn sogar das Gedächtnisbild, wenn es die Stelle des Gegenstandes im sprachlosen Denken vertritt, ist ein Zeichen. Nun gehört das Zeichen freilich selbst der fließenden Wirklichkeit an, und auch seine feste Beziehung zum Bezeichneten hat sich inmitten dieses Flusses durch fortwährendes Widerstehen gegen ändernde Einwirkungen zu bewähren. Da wir die Worte „Postulat" und „Suffizient" für das Verhältnis von Erkennbarkeit und Wirklichkeit festgelegt haben, wollen wir hier, wo es sich vielmehr um eine Arbeit des erkennenden Menschen handelt, von logischer Anforderung und psychologischer Durchsetzung reden. Die logische Forderung kann ja auf den Gegenstand als Postulat und auf das erkennende Individuum als Anforderung bezogen werden. Wir haben es in der Kategorienlehre mit dem ersten zu tun, mußten aber das zweite erwähnen, nicht nur um durch Abgrenzung dagegen unsere Aufgabe genauer zu bestimmen, sondern zugleich, weil beides innig miteinander verbunden ist.

Sowohl hinsichtlich der realen Suffizienz wie der psychologischen Durchsetzung lassen sich die Urteile inbezug auf ihr Verhältnis zur Zeit in solche unterscheiden, in denen mindestens ein Gegenstand ein zeitliches Element enthält, und in solche, bei denen dies nicht der Fall ist. Urteile der zweiten Art sind ihrer Suffizienz nach im Vorangehenden betrachtet worden; denn alle Vergleichbarkeit der Realitäten hängt ja davon ab, daß an ihnen Momente

wiederkehren, deren Identität vom Zeitablauf unabhängig bleibt. Wie man sieht, erscheinen die früheren Auseinandersetzungen hier in neuem Lichte. Wir haben es bei der Vergleichbarkeit nicht etwa mit der psychologischen Durchsetzung einer festen Terminologie zu tun, sondern mit dem, was dieser Terminologie in der Realität Sinn und Halt gibt. Man kann dann sagen, die Vergleichbarkeit verlangt Momente, die in verschiedenen Zeiten identisch wiederkehren. Solange es sich bei zeithaltigen Gegenständen um deren bloße Festhaltung für die Erkenntnis handelt, kommt lediglich hinzu, daß die Zeit selbst dem Postulat der überindividuellen Demonstrabilität entspricht. Die irreduzible Tatsache des Nacheinander, d. h. daß alles Denkbare in der Zeit abläuft, ist noch nicht zeitliche Ordnung. Zeitliche Ordnung fordert eine Vergleichbarkeit und Bestimmbarkeit der Realitäten lediglich nach ihrem Verhältnis zur Zeit. Die Zeit muß also selbst als ein in dem Verhältnis ihrer Teile zueinander und zum Ganzen rational beherrschbares Moment der Wirklichkeit angesehen werden. Es ist übrigens dabei notwendig, die ideale Unabhängigkeit der Zeitmessung von der Raummessung zu betonen. Auch bei der wirklichen Ausführung der Messung ist die Gleichheit gewisser Zeitteile und das Konstatieren dieser Gleichheit unabhängig vom Raume vorausgesetzt. Bei der Pendeluhr z. B. ist das Wesentliche die Zeitgleichheit der Schwingungen, die ja gerade auch bei räumlicher Verschiedenheit der Ausschläge besteht. Daß sich das Zählwerk für diese Schwingungen räumlicher Behelfe in Zifferblatt und Zeigern bedient, ist unwesentlich. Ich erwähne dies nur, weil über das Verhältnis von Zeit- und Raummessung Vorurteile weit verbreitet sind [10]).

Mit alledem haben wir aber noch keine Gegenstände gewonnen, die eine in der Zeit dauernde, nicht nur, wie

die inhaltlich gleichbleibenden Qualitäten, von der Zeit unabhängige Art der Existenz haben. Es gibt eine Gruppe von Denkern, die solche beseitigen oder doch höchstens als Aushilfen der Bequemlichkeit ansehen möchte. Gerade dort, wo dauernde Gegenstände am festesten begründet schienen, in der Naturwissenschaft, macht sie sich geltend. Es sei bloße Willkür, zu behaupten, aus Wasserstoff und Sauerstoff werde Wasser; vielmehr müsse man sich begnügen, zu sagen, wo vorher Sauerstoff und Wasserstoff gewesen sei, da trete später in bestimmter Menge Wasser auf. Und auch Sauerstoff und Wasserstoff seien nichts als Namen dafür, daß unter gewissen Umständen stets gewisse Geschehnisse sich einstellen, etwa ein Ballon in die Höhe steigt, eine Explosion erfolgt, oder ein angezündeter Spahn heller brennt. Zerlege man aber diese Geschehnisse weiter, so stoße man als auf ihren letzten Inhalt stets auf Empfindungen, die sich in der Zeit ändern [11]). Man darf wohl zunächst sagen, daß auch Änderung von Empfindungen noch kein konsequenter Ausdruck für die wahre Meinung dieses extrem antisubstantiellen Sensualismus ist. „Ändern" muß sich doch „etwas", und wo sich etwas ändert, muß diese Änderung an etwas Gleichbleibendem konstatiert werden. Leugnet man die reale Existenz des Dauernden, so darf man bei exakter Formulierung auch nicht mehr von einer Änderung sprechen, sondern man muß sagen: in einem früheren Momente war hier dies, nun ist hier jenes. Daß selbst bei solcher Zuschärfung der Sensualismus rationaler Elemente nicht entbehren kann, wissen wir längst. In dem „Dies und Jenes", in dem „Vorher und Jetzt", in dem „Hier und Dort" liegt die Position des Gegenstandes, der in der Identität eine absolut rationale Bestimmung an sich trägt. Wir wissen auch schon, daß jedes Urteil mit realen Gegenständen in diesen die Inexistenz von Gegenständen voraus-

setzt, die sich ideell in der Zeit festhalten lassen, oder, wie man es frei von aller Psychologie besser ausdrückt, die von der Zeit unabhängig sind. Diese Erwägungen haben die Notwendigkeit eines real beständig existierenden Gegenstandes nicht erwiesen, aber sie haben die Gegengründe gegen seine Annahme beseitigt oder doch abgeschwächt. Denn die Gegner stützen sich hauptsächlich darauf, daß sie voraussetzungslose Sensualisten sein können. Wird ihnen gezeigt, daß sie das nicht sind, so verliert ihre Meinung viel an sachlichem Interesse. Immerhin ist eine Theorie denkbar, die alles, was im Postulate der Vergleichbarkeit gefordert wird, zugibt, weil es sich dabei doch immer um allgemein gesetzte Gegenstände handelt, die aber real existierenden Gegenständen gegenüber alles Außerempirische leugnet und auch die Zerlegung in vergleichbare Momente für eine subjektiv zwar notwendige, objektiv aber unwesentliche Zutat des Menschen ansieht. Nur muß man sich klar machen, daß dadurch alle Erkennbarkeit des Realen aufhört. Man darf dann nicht mehr sagen, dieser Gegenstand ändert jetzt seine Farbe, sondern nur, wo vorher blau war, ist jetzt rot, — wobei noch daran erinnert werden muß, daß blau und rot nur Momente der unerschöpflichen Erfüllung eines Jetzt und Hier sind. Dieses Jetzt und Hier selbst aber ist wohl noch nach seinem Orte in Raum und Zeit (wenn man nämlich die Suffizienz des Postulates überindividueller Demonstrabilität zugibt) keineswegs aber nach seiner Inhaltlichkeit als Gegenstand festzuhalten. Denn da seine Momente wechseln und seine Ganzheit unerschöpflich ist, so bleibt dem Erkennen hier kein Anhalt. Soll also die Wirklichkeit erkannt werden, so genügt die bloße Unabhängigkeit der Gegenstände von der Zeit nicht mehr, sondern es sind real in der Zeit dauernde Gegenstände nötig. Solche Gegenstände nennen

wir Substanzen, wobei jede Nebenbedeutung, die etwa der Substanz einen höheren Grad von Realität verleiht, ausgeschlossen sein soll. Das entsprechende Postulat nennen wir das der Substantialität.

Wir haben nun zu untersuchen, was in diesem Postulate gefordert ist, um dann zu zeigen, wie sich seine Suffizienz gestaltet. Die Substanz ist vor allem postuliert als dauernd im Wechsel. Soll ein Zeitablauf als eine reale Einheit erfaßt werden können, so muß in allen seinen Stadien etwas als gleichbleibend gedacht werden. Dieses Etwas erhält aber eben damit eine doppelte vereinheitlichende Funktion: zunächst hält es als gleichbleibend die Stadien des zeitlichen Ablaufs zusammen, ist also Einheit des Sukzessiven, ferner aber muß die Substanz zugleich als „Träger" der anderen Bestimmungen gedacht werden, die sich zu simultaner Einheit zusammenfinden. Diese Verbindung verschiedener Funktionen ist nicht etwa nur psychologisch bedingt. Vielmehr ist es ja eben das Gleichbleibende, das als solches erst Einheit stiftet, wenn man unter Einheit mehr verstehen will, als nur willkürliche demonstrative Abgrenzung eines beliebigen Gegenstandes. Mit diesen Forderungen ist nun aber zugleich das ganze Problem der Substanz ausgesprochen. Gerade die geforderte Verbindung von Erhaltung und Einheit im Realen ist in der Suffizienz äußerst problematisch. Indem wir in knapper Übersicht diese Schwierigkeiten vorführen, hoffen wir von ihnen aus zugleich allgemein das Verhältnis eines kategorialen Postulates zu seiner Suffizienz zu beleuchten.

Wir gehen dabei von dem Erkennen des gewöhnlichen Lebens aus, in dem die Substanz durch das Ding vertreten ist. Zum Dinge gehört reale Existenz. Nichts, was nur als Eigenschaft bestehen kann, ebensowenig ein geltendes Urteil ist ein Ding. Freilich wird dies verdunkelt durch

die Substantivierung von Eigenschaftsbegriffen, Relationen usw. Aber umgekehrt zeigt das naive Denken nun wiederum die Neigung, solche Substantiva mit der vollen dinglichen Realität zu versehen. Gegenüber der verfließenden Zeit ist der Raum dauernd, und insbesondere sind die der Zeit widerstehenden Teile der räumlichen Umgebung für das gewöhnliche Denken die Prototypen der Dinglichkeit. Bis in die abstrakteste Wissenschaft hinein wirkt diese Verbindung nach, durch die den substanziellen Einheiten eine bestimmte Raumerfüllung und ein bleibender oder stetig wechselnder Raumort zugeschrieben wird. Ein Ding ist also, was reale Existenz von relativer Dauer an einem gleichbleibenden oder stetig wechselnden Raumorte hat. Nun bleibt aber doch die Raumerfüllung nirgends absolut gleich. Dadurch ist man gezwungen, einiges relativ Dauerndes als dinglich auszuwählen, und es gilt, die Motive zu analysieren, die diese Auswahl leiten. Diese Aufgabe hat nun freilich ihre ganz eigentümlichen Schwierigkeiten. Wie immer, wenn wir das unwissenschaftliche Denken heranziehen, zeigen sich uns auch hier die logischen Motive nur in psychologisch-soziologischer Umhüllung. Es kann uns nun nicht darauf ankommen, eine Übersicht über alle hier auftretenden Komplikationen zu gewinnen, vielmehr bleibt unsere Aufgabe auch an dieser Stelle logisch. Darum müssen logische Gesichtspunkte unser weiteres Vorgehen leiten; diese können wir aber nur von den verschiedenen Seiten des Substanzpostulates her gewinnen. Wir werden also nacheinander die wesentlichen Suffizienzarten der Erhaltung, der Einheit des Simultanen und des Sukzessiven zu betrachten haben. Was nun die Erhaltung betrifft, so ist sie, wie schon erwähnt, bei allen Dingen nur relativ. Gerade in diesem Fehlen der absoluten Erhaltung liegt ein Hauptmotiv des Überganges zu metaphysischen wie zu wissenschaftlichen Substanzbegriffen,

Weiter aber: auch während der Dauer eines Dinges bleibt nicht alles an ihm in gleicher Weise erhalten. So wechseln z. B. Reflexe, Schatten usw., während die Form dieselbe bleibt. Solche wechselnden „Zustände" gehören dann nicht in demselben Sinne dem Dinge an, wie die bleibende Form, und so beginnt schon auf dieser Stufe das Ding der unerschöpflichen Realität gegenüber bestimmter und ärmer zu werden. Was nun relativ dauert, eben dies übernimmt die Funktion der Vereinheitlichung gegenüber der Mannigfaltigkeit simultaner Eigenschaften. Auch hier wieder ist die einheitliche räumliche Umgrenzung besonders wichtig. Indessen tritt sehr häufig noch die Einheit der Bewegung und des Zweckes hinzu. Man erkennt, wie innig die realen Suffizienzen der verschiedenen Postulate zusammenhängen. Noch stärker tritt dies bei der Einheit des Sukzessiven hervor. Hier erst verstehen wir vor allem einen ganz grundlegenden Unterschied der Erhaltungsprinzipien. Wo nämlich trotz des Wechsels vieler Bestimmungen dieselbe dingliche Einheit zu bestehen scheint, da ist das Gleichbleibende bald der Stoff, wie in dem Stück Thon, das zum Ziegel geformt und gebrannt wird, bald die Form, wie etwa beim Flusse. Auch der erwachsene menschliche oder tierische Körper zeigt im wesentlichen Formerhaltung und demnach formale Einheit; nimmt man aber hier die kindlichen Stadien hinzu, so ändern sich auch sehr viele formale Eigentümlichkeiten, und was alle Stadien verbindet, ist die Kontinuität und der einer Regel entsprechende Verlauf der Veränderung. Hier erkennen wir vordeutend die Verknüpfung von Substanz und Kausalität.

Der klaren Durchsetzung der Motive, die in den Dingbegriffen angelegt sind, dienen nun die Substanzbegriffe der Wissenschaften. Bei der Physik, im Sinne absolut quantitativer Körperwissenschaft genommen, muß das Er-

haltungsprinzip natürlich ebenfalls quantitativ bestimmt werden. Soll dabei noch ein Rest der Funktion des Dinges, einheitlicher Träger simultaner Eigenschaften zu sein, erhalten bleiben, so kommt man zu letzten Dingen, die nur noch durch räumlichen Ort und äußere Relationen voneinander verschieden sind. Diese sind demnach für viele Zwecke als gleiche Einheiten zu behandeln und durch Zählung beherrschbar, sie müssen zugleich als absolut beständig gedacht werden. Diese letzten Dinge müssen als letzte unteilbar also Atome sein, als ihre Akzidenzen können nur noch Bewegungen oder Relationen zu anderen Atomen in Betracht kommen. Denn jeder qualitative Unterschied widerspricht dem hier erstrebten Ziele. Natürlich ist dabei nicht an die Atome unserer Chemie zu denken, sondern an die letzten Uratome, die doch immer als Ziel vorschweben. Unentschieden kann dabei gelassen werden, ob es sich um ein möglicherweise erreichbares Ziel, oder um eine Idee im strengen Sinne des Wortes handelt. Weil aber das Atom nur äußere Relationen besitzt, fehlt ihm jede Möglichkeit, zugleich die Einheit der sukzessiven Zustände zu vertreten. Auch hierfür muß ein quantitativer Erhaltungsbegriff eintreten, und man weiß, daß die moderne Physik die Suffizienz dieses Teiles des Substanzpostulates im Prinzipe der Erhaltung der Energie gefunden hat. Es scheint, als ob aus diesen Gedanken heraus sich zugleich für den alten Streit um die apriorische oder empirische Natur des ersten Hauptsatzes der Energetik Entscheidung oder mindestens Einengung des noch fraglichen Gebietes gewinnen ließe[12]. Daß im Wechsel der Geschehnisse eine Einheit besteht, und daß diese Einheit sich als gleichbleibende Quantität darstellt, ist aus den Aufgaben der mathematischen Physik heraus gefordert, also relativ zu dieser Wissenschaft a priori. Warum aber gerade die „Energie“ genannte Größe dieser

Forderung genug tut, dafür erscheinen bisher wenigstens apriorische Gründe noch nicht aufgefunden zu sein. Es ist mindestens wahrscheinlich, daß es sich hier um überschießende Teile des Suffizienten handelt. Diese sind nun in unserem Falle nicht etwa wie die Dreidimensionalität des Raumes als notwendige Bedingungen aller unserer anschaulichen Erfahrung gewiß. Also scheint nichts anderes übrig zu bleiben, als hier einen für das Denken irreduziblen und auch intuitiv nicht notwendigen Bestandteil anzuerkennen: das aber meint in diesem Falle das vieldeutige Wort „empirisch". Indessen sei nochmals darauf aufmerksam gemacht, daß diese Deduktion, soweit sie die Apriorität einschränkt, sich auf eine bloße Vermutung stützt; denn höhern Wert möchte ich dem Satze, daß kein apriorischer Grund für das Eintreten gerade der Energie als Suffizienten gefunden werden könne, nicht zusprechen.

In neuerer Zeit hat man sich bemüht, die Reste des alten Dingbegriffes, die im Atom als einem letzten Dinge noch stecken, ganz zu beseitigen und die Erhaltungsgröße Energie als einzigen Suffizienten des Substanzpostulates beizubehalten. Man kann dafür bessere Gründe ins Feld führen als die sensualistischen Argumente, auf die sich diese Bestrebung gewöhnlich beruft. Es gehört ja nicht viel Überlegung dazu, um einzusehen, daß der vom mechanischen Bilde völlig losgelöste Energiebegriff ein Maximum an Unanschaulichkeit darstellt. Hier wird versucht, mit den letzten Resten qualitativer Bestimmung zu brechen, welche noch in der mechanistischen Auffassung vorzuliegen scheinen. Die Behauptung, daß wir in unseren Empfindungen Energie unmittelbar wahrnehmen, ist also noch absurder als die Naivität, die Atome mit wahrnehmbaren Dingen zu verwechseln. Ganz im Gegenteil könnte man gerade unter dem Gesichtspunkte, daß die Energetik die Tendenz der Rationalisierung weiter führt,

als der mechanistischen Ansicht möglich ist, eine Verteidigung dieser Theorie versuchen. Wenn man in der Undurchdringlichkeit einen Rest des fühlbaren Widerstandes sieht, so kann man im Atombegriffe eine grundlose Bevorzugung eines Sinnesgebietes auf Kosten der anderen erblicken und meinen, daß die Quantifikation vollständiger erreicht wird, wenn alle qualitativen Eigentümlichkeiten in das gleiche Verhältnis zu einem einzigen quantitativen Begriffe gesetzt werden. Auch scheint es der Einheitstendenz der Vernunft besser zu entsprechen, wenn die letzte rationalste Wissenschaft nur noch ein höchstes Erhaltungsprinzip braucht. Indessen weist auch eine solche rationalistische Verteidigung der Energetik, obgleich sie diese Theorie tiefer versteht, als ihre Anhänger das gemeinhin tun, bedeutende Schwächen auf. Erstlich nämlich bleibt die Spezifikation der Energie in verschiedene Energiearten ganz undurchdringlich, sobald man die mechanistische Interpretation fallen läßt. Vor allem aber ist gar nicht abzusehen, wie die Einheit des Simultanen durch den Energiebegriff erfüllt werden kann, ohne daß man Energiemittelpunkte annimmt, die sich erhalten. Diese aber wären dann durchaus von einer bestimmten Auffassung der Uratome ununterscheidbar. In der, wenn auch nur noch räumlichen, Individualität jedes Atomes liegt überdies der Grund, warum eine Nachkonstruktion des Besonderen durch die Physik möglich erscheint. Ob die, abgesehen von ihrem jeweiligen Auftreten ununterscheidbaren Energiequanten diese Aufgabe erfüllen könnten, ist mindestens fraglich. So dürfte die Doppelheit der letzten Erhaltungsprinzipien in der mathematischen Physik doch wohl sachlich begründet sein, und das Atom dauernd die Aufgabe, die Einheit des Simultanen zu vertreten, erfüllen müssen.

Der Substanzbegriff der mathematischen Physik in seiner doppelten Ausprägung als Atom und Energie entbehrt

eines sehr wesentlichen Kennzeichens des Dinges, ihm fehlt mit der Qualität auch die Realität. Er kann zu Realitäten nur zugeordnet werden; denn auch von einer Inexistenz zu reden, ist bedenklich. In dieser Beziehung stellt die Geschichte den extremen Gegensatz gegen die Physik dar. Es sind darum auch ganz andere Leitmotive des ursprünglichen Dingbegriffes, die hier ihre wissenschaftliche Ausprägung erfahren. Während die Identität des Stoffes in der Physik sich durchsetzt, tritt hier die Einheit des Entwicklungsganges hervor. Diese Einheit kann nicht als Formerhaltung, sondern nur als Zusammenhangsprinzip im Formwechsel verstanden werden. Wiederum begnügen wir uns mit dieser Andeutung, da Rickert ausführlich dargelegt hat, daß nur die Beziehung auf einen Wert die hier gestellte Aufgabe zu lösen vermag.

Ob das Ideal der biologischen Wissenschaften mit dem der mathematischen Physik übereinstimmt, darüber herrscht bekanntlich Streit. Auch ohne diesen Streit hier zu entscheiden, wird man doch soviel behaupten dürfen, daß in Wirklichkeit die Biologie nirgends ohne Einheitsbegriffe ganz anderer Natur auskommt. Der Organismus ist stets Vorbild eines formalen Substanzbegriffes gewesen. In ihm vereint sich Erhaltung der Form bei Stoffwechsel mit einer Abgrenzung, die in den für gewöhnlich vorbildlichen Fällen ganz eindeutig erscheint, und einer Einheit, die durch die gegenseitige Abhängigkeit aller Teile voneinander zustande kommt. Dabei ist nun freilich der Organismus auch seiner Form nach veränderlich. Aber diese Änderung steht selbst unter einer einheitlichen Regel der Formausbildung. Die Entelechie ist von Aristoteles nicht als Substanz im eigentlichsten Sinne bezeichnet worden, weil ihr dazu das für ihn wesentliche Merkmal, die volle Realität, fehlte, aber sie war es doch, die den einzelnen Substanzen Einheit

gab. Sie ist ein biologisch orientierter Begriff, während die moderne Biologie ihre letzten Erklärungsprinzipien bis vor kurzem ganz allgemein physikalisch zu orientieren pflegte. Es kann uns nicht einfallen, hier im „vitalistischen" Streit Stellung zu nehmen, da das ohne Eingehen auf besondere biologische Probleme unmöglich ist. Nur daran soll erinnert werden, daß die Begriffe der Vererbung und Anpassung, wenn sie als letzte Begriffe der Erklärung zugrunde gelegt werden, ein formales Einheitsprinzip im Organismus voraussetzen. Daher ist es ganz konsequent, wenn Anhänger einer rein physikalischen Biologie auch eine physikalische Theorie der Vererbung erstreben. Der biologische Substanzbegriff macht besondere Schwierigkeiten inbezug auf das Postulat der Erhaltung. Die Bedeutung des Prinzipes der Konstanz der Arten lag darin, daß es ein Erhaltungsprinzip für die Biologie war. Der Sturz dieses Prinzips gilt daher ganz mit Recht für die wesentlichste Umwälzung, die diese Wissenschaften durchzumachen hatten. Wie sich der einzelne Organismus nur relativ bis zu seinem natürlichen Tode erhält, so kann nunmehr auch der Art lediglich eine relative Erhaltung zukommen. Dadurch aber bekommt der spezifisch biologische Substanzbegriff überhaupt etwas Provisorisches. Wo die neuere Biologie strenge Erhaltungsprinzipien braucht, wie in der Lehre vom Stoff- und Energieumsatz des Organismus, da benutzt sie ausschließlich physikalische Begriffe. Von der andern Seite könnte geltend gemacht werden, daß überall die strenge Durchsetzung des rationalen Postulates mit der größeren Entfernung von der Wirklichkeit erkauft wird, daß also infolgedessen die Ergänzung durch Wissenschaften von weniger strenger Rationalität und größerer Wirklichkeitsnähe stets erforderlich bleibt. Ich glaube in der Tat, daß diese letzten Erwägungen entscheidend sind, kann das aber hier, wo es

sich nicht um eingehende methodologische Untersuchungen handelt, nicht streng begründen und noch weniger im einzelnen ausführen.

Oberste Einheit für die Psychologie ist das Seelenleben eines Individuums, also ein biologischer Begriff. Diese Einheit ist aber hier deshalb viel stärker mit Realität erfüllt, weil ja der jedem bekannte Zusammenhang der Erlebnisse als solcher nachkonstruiert werden soll. Dagegen fehlt die in der Biologie gebotene Möglichkeit, die Erhaltungsprinzipien der Physik zu Hilfe zu ziehen. Diesen Mangel hat die Psychologie überall zu verspüren. Jeder Sinneseindruck und jede Bewegung setzt dem psychischen Zusammenhang als solchem eine Grenze, und gerade wegen dieser in jedem einzelnen Vorgang mit auftretenden Grenze wird die psychophysische Frage für die Psychologie so bedeutsam. Aber auch innerhalb des rein psychischen Zusammenhanges zeigen sich Lücken, solange man an der Forderung festhält, daß jedes Glied sich im individuellen Bewußtsein aufweisen lasse. Will man auch nur diesen Zusammenhang beherrschen, so muß man den psychischen Gebilden ein Sein auch dann zuschreiben, wenn sie nicht bemerkt werden. Ja indem man von psychischen Gebilden spricht, schreibt man ihnen schon ein solches Sein zu. Die Erhaltung dieser Gebilde aber ist höchstens relativ.

Macht sich so in der Psychologie auf Seiten des Erhaltungsprinzipes eine besondere Schwierigkeit geltend, so tritt umgekehrt hier die andere Seite des Substanzpostulates, die Einheit des Simultanen, stark hervor. In dem phänomenologischen Teil der Psychologie handelt es sich, mit Stumpf zu reden, um Strukturgesetze[13]), von der Art z. B., daß Gefühlstöne ohne Empfindungen, Farben ohne Ausdehnung unmöglich sind. Diese Strukturgesetze

wurden der Psychologie zugewiesen unter der Herrschaft der quantitativen Körperauffassung, als welche alles Qualitative und damit auch jeden Zusammenhang der Qualitäten von sich ausschließt. Indessen fehlt ein Rest von Strukturgesetzen auch der vollendet gedachten quantitativen Körperwissenschaft nicht, liegt vielmehr in der Konstitution von Raum und Zeit, in dem Verhältnis der Raum- und Zeiterfüllung zu beiden, in der Bildung von Begriffen, wie Energie aus Masse und Beschleunigung deutlich genug vor. Das einseitige Hinstarren auf die Kausalität, das für das letzte Jahrhundert logischer Bemühungen so kennzeichnend ist, hat hier wie sonst eine bedauerliche Einengung des Gesichtskreises zur Folge gehabt. Um uns an dieser Einengung nicht mitschuldig zu machen, haben wir der naheliegenden Versuchung widerstanden, das Problem der Kategorien lediglich an dem am besten durchgearbeiteten Beispiel der Kausalität zu untersuchen. Günstige Folgen unserer etwas weiter ausholenden Untersuchung werden sich hoffentlich bei der nun folgenden Betrachtung der Kausalität zeigen.

Kausalität.

Seit Schopenhauer von der Kantschen Kategorientafel nur die Kausalität gelten ließ, ist oft genug die erkenntnistheoretische Diskussion von der Kausalitätsfrage beherrscht worden. Dabei kann man aber durchaus keine Näherung der Meinungen aneinander auf diesem Gebiete konstatieren. Abgesehen von relativ untergeordneten Fragen, handelt es sich bei diesen Diskussionen einerseits um die Geltung der Kausalität, anderseits um den wesentlichen Inhalt der Verbindung zwischen Ursache und Wirkung. Auf die erste Frage sind drei Antworten möglich: entweder der Satz, daß jede Änderung verursacht ist, erscheint als apriorische Wahrheit, oder er ist ein Empeirem, oder endlich,

diesem Satze kommt überhaupt keine Wahrheit zu, er ist ein Vorurteil. Was dann das eigentliche Wesen der kausalen Verknüpfung betrifft, so streitet eine Richtung, die von den Vorstellungen des gewöhnlichen Lebens und insbesondere vom menschlichen Wirken und Handeln ausgeht, mit einer andern, die mit den Denkmitteln der mathematischen Physik arbeitet. Während im ersten Falle oft ein reales Band zwischen Ursache und Wirkung gesucht wird, erscheinen im zweiten beide durch eine mathematische Gleichung verbunden, und vielfach sieht man in der Gleichheit beider Seiten den Kern der kausalen Notwendigkeit. Wenn so die naturwissenschaftlich orientierte Auffassung das Kausalprinzip dem aus dem Substanzpostulate gewonnenen Erhaltungsprinzip annähert, so läßt sie dagegen den Gedanken, daß die Ursache eine Sache, ein Ding, etwas der Wirkung gegenüber Substanzielles sei, völlig fallen und verurteilt derartige Anschauungen als fetischistisch und anthropomorphisierend.

Wir haben an diese Gegensätze nur erinnern wollen, um von vornherein anzudeuten, wie wichtig die folgenden Untersuchungen sind. Im übrigen wollen wir hier so wenig wie sonst von der Prüfung fremder Ansichten ausgehen. Vielmehr wird sich unsere Stellung zu diesen von selbst ergeben, sobald die eigene Theorie genügend entwickelt ist. Welchen Ausgangspunkt diese Theorie zu nehmen hat, ist nach allem Vorangegangenen ebenfalls klar. Hier wie immer müssen wir vor allem die Aufgabe bestimmt formulieren, der alle kausale Erkenntnis dienen will, dann die besonderen Bedingungen hinzufügen, unter denen die Lösung dieser Aufgabe auf den verschiedenen Erkenntnisgebieten steht. Daraus wird sich Bedeutung und Wert der verschiedenen Arten ergeben, in denen das Verhältnis von Ursache und Wirkung erfaßt werden kann.

Es handelt sich überall, wo von Ursache und Wirkung die Rede ist, um Veränderungen in der Zeit und zwar um Veränderungen, die an Realitäten vorgehen und selbst zur Wirklichkeit gehören. Diese Veränderungen sollen als solche begriffen werden, d. h. es soll als notwendig erkannt werden, warum gerade diese und keine andere Änderung eingetreten ist. Die besondere Bedeutung der Kausalität läßt sich danach durch Vergleichung mit der Substanz leicht erkennen. Aus bloßen Erhaltungs- und Einheitsprinzipien wäre eine Änderung nie klar zu machen. Nun ist aber unsere Wirklichkeit eine Mannigfaltigkeit von Änderungen in der Zeit. Solche Änderungen können als bloßes Folgen beschrieben werden, erscheinen dann aber als völlig irrational und willkürlich. Diese Willkür aufheben, heißt aus dem Folgen ein Erfolgen machen oder Kausalurteile einführen. Es besteht eine Analogie zwischen der symmetrischen Relation des Gleichheitsurteiles und der Substanz. Ebenso kann man die asymmetrische Relation, die zu neuen konstruktiven Gegenständen führt, mit der Kausalität vergleichen. Insbesondere hat die asymmetrische Relation zwischen Thesen, die von einer zur andern vorzugehen erlaubt, die Relation von Grund und Folge, eine oft hervorgehobene Verwandtschaft mit der Kausalität, so daß ja vielfach eine Verwechselung beider vorgekommen ist. Wenn wir uns erinnern, daß asymmetrische Relationen überall nötig sind, wo ein eindeutiges Fortschreiten erzielt werden soll, so wird uns das auch für die Erfassung der Kausalität einen Fingerzeig geben.

Die vorangehende Analyse dessen, was mit der Kausalität gewollt wird, muß sich gegen mehrere mögliche Einwände verteidigen. Wir haben die Kausalität auf Reales bezogen und auf Änderungen beschränkt. Gegen beide Bestimmungen läßt sich Widerspruch denken. Die Kausal-

gesetze der Naturwissenschaft bestehen zunächst zwischen inhaltlich bestimmten Gegenständen. Sie leiten wenigstens im Falle ihrer höchsten Vollendung ab, was aus einer bestimmten Kombination mit Notwendigkeit folgt. Spricht man das so aus, dann scheint es sich hier um reine Konstruktionen zu handeln. Indessen bekommen diese Konstruktionen den eigentümlichen Wert kausaler Zusammenhänge doch erst dadurch, daß sie gelten oder daß sie die besonderen Bedingungen einer Nachkonstruktion erfüllen. Natürlich ist es möglich, das Wort Kausalität so zu definieren, daß auch reine Konstruktionen darunter fallen. Indessen wäre dann für die besondere Aufgabe einer Nachkonstruktion der realen Veränderung ein neues Wort nötig, und erst das mit diesem Worte Bezeichnete stände auf einer Linie mit der realen Vergleichbarkeit und der Substanzialität. Wir aber brauchen das Wort „Kausalität" mit diesen Bezeichnungen parallel und glauben uns dabei auch mit dem allgemeinen Sprachgebrauch in genügender Übereinstimmung zu befinden. Es geht also in jedes Kausalurteil reale Existenz oder Inexistenz ein. Wenn man ferner die Kausalität auf Änderungen beschränkt, so leugnet man, daß es Sinn hat, nach der Ursache dauernder Zustände und vor allem nach der Ursache des Substanziellen, der Erhaltungsgröße sowie des Strukturgesetzes, zu fragen. Man könnte einwenden, daß doch auch die Statik eine Ursachwissenschaft ist. Indessen wird ein Gleichgewichtszustand nur dann als verursacht angesehen, wenn man darin einen Spezialfall möglicher Änderungen erblickt. Man setzt dabei Ursachen einer Änderung voraus und andere Ursachen, die diese Änderung hindern. Die Ruhe ist also für die kausale Statik selbst ein Anders-Sein gegenüber einem ohne eine gewisse Ursache eintretenden Zustand. Wir sehen, daß wir den Begriff der Änderung etwas erweitern

müssen. Als Wirkung kann nur das betrachtet werden, was als anders angesehen wird, sei es im Vergleich zu einem Stück oder Moment einer früheren Realität, sei es im Vergleich zu einem Teil einer Realität, der aus einem früheren Stadium gewisser isolierter Stücke und Momente für die Zeit der Wirkung konstruiert und daher erwartet wurde. Was hier von der Statik gesagt ist, trifft auf alle ähnlichen Fälle zu. Sage ich z. B. die Krankheit ist die Ursache dafür, daß dieser Mann heute nicht auf seinem Bureau arbeitet, so ist dies Nichtarbeiten als Anderssein im Vergleich zu dem aus Beruf und Charakter des Mannes sonst zu erwartenden Arbeiten gedacht. Nenne ich Gott die Ursache der Welt, so meine ich entweder, daß vor der Welt ein Zustand vorherging, in dem keine Welt war, oder, wenn ich diesem Satze keinen Sinn abgewinnen kann, weil Zeit ohne Welt mir undenkbar scheint, so glaube ich doch, daß ein Zustand der Nichtwelt zu erwarten wäre, wenn Gottes ewiger Schöpferwille wegfiele. Wenn Spinoza dagegen die Substanz als immanente Ursache der Welt bezeichnet, so braucht er das Wort Ursache in einer Bedeutung, die wir davon ausgeschlossen haben. Es zeigt sich ja bei ihm auch, wie bedenklich es ist, für dieses Verhältnis und für das der gewöhnlichen Verursachung dasselbe Wort zu verwenden. Faßt man so die Erhaltungswirkung als einen Spezialfall der Veränderungswirkung auf, so bleibt es dabei, daß Kausalität Suffizienz des Postulates einer notwendigen Verbindung zwischen verschiedenen zeitlichen Zuständen oder zwischen den Stadien einer Änderung ist.

Es handelt sich nun um zwei verschiedene Untersuchungen, einerseits darum, ob dieses Postulat zu Recht besteht, und anderseits, falls diese Frage bejaht wird, darum, welches die besonderen Bedingungen seiner Suffizienz sind.

Gegen das Recht der Kausalität wenden sich konsequente Positivisten, die den Unterschied zwischen post hoc und propter hoc beseitigen wollen und kausale Erklärung mit Beschreibung gleichsetzen.

Die Motive dieser positivistischen Ablehnung der Kausalität lassen sich unschwer erkennen. Eine gewisse naive Auffassung meint wohl, das „Band", das Ursache und Wirkung verknüpft, unmittelbar wahrnehmen zu können. Ihr erscheint es selbstverständlich, daß vom Ofen Wärme ausstrahlt, daß der Same der Pflanzen sich in bestimmter Weise entwickelt, oder daß meine Willensregungen meinen Arm bewegen. Daß in allen solchen Fällen dem naiven Menschen die gewohnte Verbindung zu einer einsichtig notwendigen wird, und daß diese Verwandlung durchaus ohne Bewußtsein ihrer Bedeutung sich vollzieht, ist ohne weiteres zuzugeben und wird wohl auch seit Humes Kritik der Kausalität von allen maßgebenden Denkern anerkannt. Ja schon lange vor dem Vollender der englischen Erkenntnistheorie haben die großen Rationalisten ebenso wie die Führer der modernen Naturforschung an der gewöhnlichen Auffassung Kritik geübt. Nur glaubten die Rationalisten, an Stelle des kausalen Erfolgens ein logisches Folgen setzen zu können: aus dem Begriffe der Ursache sollte die Wirkung so notwendig hervorgehen, wie etwa aus dem Begriffe der Zahl 21 die Teilbarkeit durch 7 folgt. Nun kann aber eine Änderung nicht aus dem bloßen Begriffe eines Zustandes folgen. Ganz unzweifelhaft haben die Positivisten recht, wenn sie diese Chimäre stürzen. Es ist also durchaus richtig, daß die Verbindung von Ursache und Wirkung weder als wahrgenommenes Band, noch als logisches Enthaltensein der Wirkung in der Ursache sich verstehen läßt. Nach allem Bisherigen kann uns dieses Resultat, das wir der historischen Lage gemäß nicht aus-

führlich zu begründen brauchen, kaum überraschen. Auch die Substanzialität ist ja weder wahrnehmbar, noch läßt sich ein Substanzbegriff rein logisch gewinnen. Vielmehr ist das Vorhandensein von Substanziellem Bedingung für die Erkennbarkeit des Wirklichen oder apriorisches Postulat. Die Art der Suffizienz dieses Postulates wird von den besonderen Erkenntniszielen der einzelnen Wissenschaften näher bestimmt und nimmt stets irrationale Momente auf. Wir haben ferner gesehen, wie die Suffizienz durchaus nicht in jeder Wissenschaft in gleicher Weise jeder Seite des Postulates genug tut. In dem, was die Positivisten wirklich nachgewiesen haben, werden wir also noch keinen Gegenbeweis gegen die Notwendigkeit der Kausalität erblicken. Aber freilich bleibt uns die Beweislast für diese Notwendigkeit noch aufgebürdet. Denn es wäre ja immerhin möglich, daß in der Tat die Beschreibung des Nacheinander alles ausmachte, was von dem zeitlichen Ablaufe der Ereignisse erkennbar wäre. Von Veränderung könnte dabei, solange noch irgend etwas Substanzielles zugegeben wird, sehr wohl die Rede sein. Freilich durchbricht dieses Zugeständnis, das wir bereits als notwendig erkannt haben, schon die Einheit der sensualistisch-positivistischen Auffassung. Mit diesem Zugeständnis könnte man dann etwa sagen: die vorher als Bewegungsenergie vorhandene Energiemenge hat sich dahin geändert, daß sie jetzt Wärmeenergie ist. Sobald man aber fragt, warum eine Änderung in dieser Richtung eintrat, setzt man ein Kausalgesetz voraus. Der Positivist wird hier einwenden, daß dieses Kausalgesetz selbst nur eine allgemeine Tatsache sei, Ausdruck nämlich dafür, daß unter gewissen Umständen sich stets gewisse Veränderungen ergeben. Demgegenüber darf man fragen, was denn der Ausdruck „allgemeine Tatsache“ bedeuten soll. Der Grund der Verallgemeinerung kann doch nur

darin liegen, daß einzelne Momente des als Ursache angenommenen Stadiums der Realität als rein inhaltlich gesetzte Gegenstände angesehen werden, und daß zwischen ihnen und gewissen Momenten einer zeitlich folgenden Realität eine Verbindung angenommen wird. Man darf als Resultat aller Diskussionen über induktive Forschung nunmehr wohl für zugestanden halten, daß die Geltung der induktiv gewonnenen Resultate auf der anerkannten Gesetzmäßigkeit der Natur beruht und nicht umgekehrt. Bloße Beschreibung des Nacheinander würde über die Aufzählung einzelner Fälle niemals hinauskommen. Ja man muß noch weitergehen. Der Beschreibung liegt stets eine unerschöpfliche Realität zugrunde. Die kausale Erkenntnis löst aus ihr wesentliche Momente heraus. Dieses Auswahlverfahren, das für die kausale Forschung entscheidend ist, dessen Einzelheiten wir aber nicht besprechen können, wird ganz unmöglich, wenn man nicht zwischen verschiedenen Momenten aufeinanderfolgender realer Stadien eine kausale Verbindung voraussetzt. Der Positivismus pflegt sein Erkenntnisideal utilitarisch zu orientieren und folglich besonderen Wert auf die Voraussage der Zukunft zu legen. Diese aber ist nur dann möglich, wenn wir zwischen Momenten der Realität kausale Verbindungen annehmen. Tatsächlich zweifelt niemand an den Bestandteilen einer Voraussage, die sich auf wirklich erkannte Verbindungen derart stützen. Daß eine vollkommen elastische und ganz regelmäßig gebildete Billardkugel, die in genau bestimmter Weise gestoßen wird, auf einem idealen Billard bei bestimmter Konstellation einen bestimmten Weg nehmen wird, ist absolut gewiß. Der verschiedene Grad der Sicherheit unsrer Voraussagungen hängt einerseits an dem Maße der Erfüllung der verschiedenen idealen Bedingungen, anderseits an der Fähigkeit des Spielers, wirklich genau den ge-

wollten Stoß zu erteilen. Wir dürfen demnach sagen: ohne Kausalität gibt es keine Vorhersage, keine Auswahl zusammengehöriger Veränderungsreihen aus der unerschöpflichen Wirklichkeit und also auch keine allgemeinen Tatsachen der Sukzession.

Ehe wir die besonderen Bedingungen der Suffizienz auf den verschiedenen Gebieten untersuchen können, ist noch eine begrifflich und terminologisch exaktere Bestimmung der verschiedenen Seiten einer Kausalreihe nötig. Wir dürfen dadurch hoffen, der Bemühung um eine Reihe von Scheinproblemen zu entgehen, die nur infolge ungenügender Auseinanderhaltung verschiedener Seiten des Kausalverhältnisses entstehen. Jede Erkenntnis einer Kausalität will aufeinanderfolgende Stadien einer Veränderung oder einer Ruhelage erklären, die als aufgehobene Veränderung und damit nach Analogie der Veränderung aufgefaßt wird. Wir können also zunächst zwei Stadien unterscheiden, die wir als Vor- und Nachstadium bezeichnen mögen. Über die zeitlichen Verhältnisse dieser beiden Stadien zueinander ist zu sagen, daß unmittelbare zeitliche Berührung notwendig ist, da nur bei ihr die ganze Zeiterfüllung gleichmäßig kausal beherrscht werden kann. Wo das nicht der Fall zu sein scheint, ist die Ergänzbarkeit der Zwischenstadien vorausgesetzt. Wenn man etwa eine in früher Jugend erlittene Infektion als Ursache dafür bezeichnet, daß ein bestimmter Mensch mit 25 Jahren an Tuberkulose stirbt, so meint man, daß die Bakterien sich in der Zwischenzeit in seinem Körper vermehrt und im Laufe der Zeit bestimmte Veränderungen der Organe verursacht haben, die schließlich den Tod herbeiführten. Man hebt also aus einer längeren Reihe Anfang und Ende heraus, nicht weil man an eine unmittelbare Verbindung beider glaubt, sondern weil die Vermittlungen in ihren Einzelheiten im gegebenen Falle

nicht interessieren. Vorstadium und Nachstadium sind nun in doppelter Weise verbunden. Einerseits nämlich gehört zur Kausalerkenntnis ein Grund dafür, warum die Veränderung sich in dieser Richtung abgespielt hat; anderseits würde man die beiden Stadien gar nicht als Stadien derselben Änderungsreihe ansehen können, wenn nicht etwas Substanzielles ihnen gemeinsam wäre. Wir sagen also: Vorstadium und Nachstadium müssen durch einen Erhaltungsgrund und durch einen Änderungsgrund verbunden sein. Der Änderungsgrund läßt sich wieder in einen Grund für die Richtung und in einen für die zeitliche Ablaufsform der Veränderung zerlegen. Sehr viele Unklarheiten entstehen dadurch, daß man als Ursache bald das gesamte Vorstadium, bald gewisse entscheidende Momente dieses Vorstadiums, in anderen Fällen wieder allein den Änderungsgrund oder den Erhaltungsgrund oder beide zusammen genommen bezeichnet. Es ist dann kein Wunder, wenn man z. B. über die Zeitverhältnisse von Ursache und Wirkung sich nicht einigen kann. Um diese Unterscheidungen etwas besser einzuprägen, seien sie an einigen Beispielen aus recht verschiedenen Gebieten aufgewiesen. Wenn ein Pendel mit maximaler Geschwindigkeit durch seine Ruhelage geht und nun sich wieder zu erheben beginnt, so gehört zum Vorstadium die Ruhelage des Pendels und die ihm mitgeteilte Bewegungsenergie, sowie die von Länge und Exkursion abhängige Geschwindigkeit. Erhaltungsgrund in der Veränderung ist die gleichbleibende Energiegröße, die sich aus Energie der Bewegung in Energie der Lage umzuwandeln beginnt, Richtungsgrund ist die gerichtete Geschwindigkeit zusammen mit der Konfiguration des Pendels (Länge, starre Verbindung, Aufhängung), Grund der Ablaufsform sind dieselben Verhältnisse. Faßt man die Entwicklung einer Pflanze in aristotelischer Weise

auf, so ist die Entelechie zugleich Erhaltungs- und Richtungsgrund, während die spezielle Ablaufsform der Entwicklung außerdem von äußeren Bedingungen abhängt. Hier erkennen wir am besten, warum man oft Ursache und Bedingungen unterscheidet. Auch die Bedingungen sind ja entweder Teile des Vorstadiums oder Erhaltungs- oder Änderungsgründe. Aber sie gelten als mit unwesentlichen Seiten der Änderung verknüpft. Der Wert dieser Unterscheidung hängt also von dem Auswahlprinzip des Wesentlichen ab und muß demnach auf verschiedenen Gebieten ganz verschieden sein. — Nehmen wir nun eine menschliche Handlung, etwa: Bismarck bestimmt König Wilhelm I. 1866 dazu, gegen seinen Willen mit Österreich Frieden zu schließen. Sagt man hier, Ursache seien die beiden Charaktere gewesen, so denkt man an den Erhaltungsgrund. Sagt man Bismarcks überlegener und von vollendeter Einsicht geleiteter Wille habe den König bestimmt, so nennt man den Änderungsgrund, der über die Richtung entscheidet. Endlich könnte man auch die ganze Kombination der Umstände und ihre Gefühlswirkung auf den König als Ursache bezeichnen, dann meinte man das Vorstadium.

Bei der Suffizienz unseres Postulates treten in verstärktem Maße dieselben Schwierigkeiten auf, die wir von der Substanzialität her kennen. Auch hier läßt sich die Art der Suffizienz nicht vollständig aus dem Postulate ableiten. Einerseits nämlich ist hier so wenig wie sonst die vollständige Erfüllung des Geforderten in einer einzigen Gedankenrichtung möglich, so daß sich auch inbezug auf die Kausalität verschiedene Erkenntnisgebiete voneinander unterscheiden; anderseits tritt auf jedem einzelnen Gebiete in die Suffizienz ein irrationaler Faktor hinein. Daß unter diesen Umständen eine vollständige und einheitliche Theorie der Kausalität nicht möglich ist, wenigstens wenn man darunter ein Schema

versteht, aus dem sich stets entscheiden läßt, ob im einzelnen Falle eine Kausalbeziehung richtig und vollständig festgestellt ist, dürfte klar sein. Noch ist niemandem eine solche Theorie gelungen; was wir erstreben ist nur, ihre Unmöglichkeit nachzuweisen und damit Raum für die verschiedenen Ausgestaltungen des kausalen Verhältnisses zu schaffen.

Auch hier geht man am besten von dem relativ rationalsten Gebiete, von der mathematischen Naturwissenschaft, aus. Da es sich bei ihr um Nachkonstruktion handelt, wird die Kausalbeziehung streng und allein zwischen den Momenten statthaben müssen, die der Quantifizierung zugänglich sind. Gefordert wird, daß, wenn die Größenverhältnisse sowie die Raum- und Zeitlagen aller Komponenten bekannt sind, sich das Geschehen vollständig ableiten läßt. Sobald wir freilich von Vollständigkeit reden, müssen wir ein endliches geschlossenes System voraussetzen. Bei der inneren Homogenität der Anschauungsformen kann das Verhalten eines solchen Systems nicht von seiner absoluten Raum- und Zeitlage, sondern nur von den inneren Verhältnissen des Systems abhängig sein. Da außerdem im idealen Grenzfalle nur konstruktiv beherrschbare, also vollständig in Momente auflösliche Gegenstände auftreten, so ist das System in dem Sinne allgemein, daß seine Eigenschaften von seiner individuellen demonstrativen Setzung unabhängig bleiben. Dazu kommt noch eine zweite Art von Allgemeinheit: die Verbindungen zwischen den verschiedenen Stadien des Systems müssen so gedacht werden, daß der spezielle Fall sich als Besonderung eines allgemeinen Gesetzes durch Einsetzung der quantitativen Verhältnisse des Systems ergibt. Diese neue Anforderung folgt aus der quantitativen Beherrschbarkeit, dem Hauptmotive der ganzen mathematischen Naturwissenschaft. Das Ideal wäre dabei unzweifelhaft die Rückführung aller besonderen Gesetze auf Spezialfälle eines

obersten Satzes. Man glaubt nun vielfach, im Satze der Erhaltung der Energie diesen obersten Grundsatz gefunden zu haben. Die Notwendigkeit aller Kausalität beruht, so meint man, darauf, daß man die gleiche Energiesumme in allen Stadien einer Veränderung nachweist. Indem Kausalverhältnisse auf Gleichungen zurückgeführt werden, stellen sie sich als Anwendungsfälle des Satzes der Identität, dieses ersten und, wie manche meinen, einzigen Grundsatzes der Vernunft dar[14]). Die Gleichheit des Energiequantums erlaube, die einzelne kausale Reihe aus der Mannigfaltigkeit des Wirklichen herauszulösen und der Vollständigkeit einer Kausalerkenntnis sich zu versichern. Das Erhaltungsgesetz sei demnach die vollständige und einzig mögliche Rationalisierung der Veränderung. Nun wissen wir bereits, daß Gleichungen, sofern sie als Teile eines Gedankenganges auftreten, stets ein Richtungsmoment in sich haben, daß also die beiden Seiten der Gleichung relativ zu dem Ganzen, dem sie angehört, nicht gleichwertig sind. Gilt dies schon von der Lösung einer mathematischen Aufgabe, so tritt bei der Kausalerklärung im zeitlichen Ablauf der Veränderung ein Richtungsmoment noch viel deutlicher hervor. Tatsächlich läßt sich aus dem Prinzip der Erhaltung der Energie nicht ein einziger Kausalverlauf gewinnen. Dieses Gesetz bestimmt, wie wir bereits wissen, die substanzielle Einheit in der Veränderung. Es ist dann allerdings maßgebend für alle Kausalverhältnisse der quantifizierenden Naturwissenschaft. Jede ihm widersprechende Veränderung ist unmöglich, und Einheit wie Vollständigkeit einer Kausalreihe werden mit seiner Hilfe bestimmt, weil eben Einheit und Vollständigkeit im Grunde Folgen des Erhaltungsgrundes einer Änderung sind. Fragt man nun aber, wie die Veränderung der quantitativ gleichbleibenden Energie, d. h. ihre Bewegung im Raume und ihre Umwandlung aus einer

Art in die andere erfolgt, so kann das Erhaltungsgesetz gar keine Antwort mehr darauf geben. Da Energie als Fähigkeit, Arbeit zu leisten, definiert wird, Arbeit aber immer eine Richtung in sich hat, so liegt ein Richtungsfaktor in der Definition jeder Art von Energie. Die Arten aber der Energie und ihrer Richtungsfaktoren sind in keiner Weise aus dem Erhaltungsgesetze ableitbar. Die potentielle Energie etwa einer auf eine gewisse Höhe gehobenen Wassermasse bringt unter geeigneten Bedingungen eine Bewegung des Wassers in der Richtung nach dem Erdmittelpunkte hervor. Diese Richtung ist durch das Anziehungsgesetz der Gravitation gegeben. In jeder Energieform läßt sich ein Intensitäts- oder Spannungsfaktor bestimmen und, solange wir es nur mit einer Energieform zu tun haben, findet Geschehen in der Richtung statt, daß sich dieser Spannungsfaktor vermindert. Dabei muß nun freilich die Energie stets in einer neuen Form auftreten und, wenn bei dieser neuen Form Spannungsfaktoren vorkommen, deren Differenzen durch Rückkehr in den Anfangszustand des Systems ausgeglichen werden, so sind Kreisprozesse unendlicher Art möglich. Es wäre dann, so groß und kompliziert man auch ein System denken mag, eine beliebig häufige Wiederholung derselben Lagen die notwendige Folge, und bei einer endlichen Welt dieser Art käme man in der Tat zu der ewigen Wiederkehr aller Dinge. Die Umwandlung der verschiedenen Energiearten ineinander hinge dann nur von der Konfiguration des Systemes ab, und man käme nicht nur zur Erhaltung der Energie sondern im ganzen System auch zu einer Erhaltung der Summe aller Spannungsdifferenzen oder Intensitäten. Es ist dabei hervorzuheben, daß dann ein echtes Geschehen ganz fehlte und alle Prozesse Kreisprozesse wären, oder jedes geschlossene System sich als perpetuum mobile ohne Energieerzeugung (perpetuum

mobile zweiter Gattung) darstellte. Die Richtung des Kreisprozesses wäre dann nur durch die Situation (die Maschinenbedingungen) bestimmt. Da jede Lage der anderen gleichwertig wäre, würde sich durch das Geschehen nichts Wesentliches ändern. Soll es ein echtes Geschehen d. h. eine allgemein wesentliche Änderungsrichtung geben, so kann nicht immer eine Energieform die Spannungsdifferenzen von neuem auftreten lassen, die in einer andern ausgeglichen sind, sondern es muß in irgend einem Maße eine dauernde Aufhebung von Spannungsdifferenzen geben. Dadurch aber wird dann ein Satz von der Art des zweiten Hauptsatzes der Energetik gefordert. Daß gerade die Wärme die Energieform ist, in der sich die endgültige Ausgleichung vollzieht, ist freilich unzweifelhaft ein gänzlich irrationaler Bestandteil dieses Satzes. Einen apriorischen Anteil aber wird man auch im zweiten Hauptsatz anzuerkennen haben, wenn man nicht echtes Geschehen aus der letzten Naturwissenschaft überhaupt ausschließen will. Dies ist vielleicht nur deshalb nicht allgemein anerkannt, weil die Wissenschaft die Änderungen noch nicht so vollständig beherrscht wie die Erhaltungen. Innerhalb der Mechanik zeigt sich übrigens der Richtungsfaktor unter Umständen noch in anderer Weise. Faßt man nämlich diese Wissenschaft rein konstruktiv auf, so kann man an Stelle der Kausalität die Ableitung eines Zustandes eines geschlossenen Systems zu einer bestimmten Zeit aus dem Zustande des Systems zu einer anderen Zeit setzen. Will man dann den Zustand des Systems nur durch die Lagebeziehungen der Teile zueinander bestimmt denken, so braucht man zwei Zustände zu zwei bestimmten aber beliebigen Zeitpunkten, um daraus den Zustand an jedem beliebigen anderen Zeitpunkt abzuleiten[15]. In dieser abstraktesten oder besser konstruktivsten Betrachtung wird alle Richtung

auf die Zeit reduziert. Der Begriff der Geschwindigkeit, sonst der wichtigste für das gerichtete Geschehen, wird ersetzt durch die zwei Zustände zu zwei bestimmten Zeiten. Aber eben diese Zweiheit und die in ihr enthaltene Zeitrichtung ist auch hier ein Rest des Richtungsfaktors in jeder Kausalität.

Die innere Vollendung der naturwissenschaftlichen Kausalität in dem strengen bisher betrachteten Sinne hat naturgemäß dazu geführt, in ihr die einzige volle Suffizienz unseres Postulates zu erblicken. Dem gegenüber dürfte es nicht unangebracht sein, auch hier auf die Ergänzungsbedürftigkeit dieser Erkenntnisweise aufmerksam zu machen. Der Vorzug, Rationalität im größten erreichbaren Maße zu besitzen, wird erkauft durch Wirklichkeitsferne. Nicht Realitäten erscheinen untereinander verbunden, sondern konstruierte Gegenstände, die den Realitäten so zugeordnet sind, daß die Kausalgesetze der konstruierten Gegenstände real gelten. Nun soll aber durch die Kausalität wie durch jede Kategorie die Wirklichkeit bestimmt gedacht werden. In zwei Richtungen verlaufen die Suffizienzversuche, die diese Seite des Postulates betonen. Einerseits bleibt man prinzipiell bei der physikalischen Kausalität, wie man kurz die bisher betrachtete Form nennen mag, stehen, ermäßigt aber deren Forderungen. Man begnügt sich also anstatt der Ableitung aus einem obersten Gesetze mit voneinander unabhängigen Regeln des Geschehens, sogenannten empirischen Gesetzen, und man erkennt als solche empirische Gesetze auch Verbindungen an, in denen qualitativ unterschiedene Gegenstände vorkommen. Dabei ist es entweder möglich, daß man diese Art von Erklärung nur als Vorstufe einer streng physikalischen gelten läßt, oder auch, daß man ihre dauernde Unentbehrlichkeit anerkennt. Anderseits fordert man eine prinzipiell andere Art der Kausalität. Diese hängt auf das innigste mit einem

veränderten Substanzbegriffe zusammen. Wir haben ja von der stofflichen eine formale Einheit der Substanz unterschieden und gesehen, daß sie ihre Vollendung in dem Gedanken der Entwicklungseinheit erhält. Hier hängen, wie wir sahen, Erhaltungsgesetz und Änderungsgesetz aufs engste zusammen. Es ist nun ergänzend hervorzuheben, daß dieser Substanzbegriff eine Analogie zu unserem Ich aufweist. Dieses Ich ist Einheit, und zwar gewiß in erster Linie deshalb, weil im individuellen Ich das Streben nach dem überindividuellen liegt. Es ist aber zugleich veränderliche und individuelle Einheit, und das Zusammensein dieser beiden Seiten wird von uns unmittelbar erlebt. Hier geht es uns nichts an, welche tiefsten philosophischen Fragen wir in dem Verhältnis des individuellen und überindividuellen Ich zueinander, zur Erlebniswirklichkeit, zu Werten und Zielen berühren. Denn hier kommt es nicht auf das erlebende, sondern auf das erlebte Ich an, freilich als auf ein von sich selbst erlebtes. Wir fühlen uns als Einheit im Wechsel, und wir fühlen die einzelnen Stadien unseres Wesens bald durch Fremdbestimmung, bald durch Selbstbestimmung verbunden. In Analogie dazu auch andere Kausalität verstehen zu wollen, ist oft als Anthropomorphismus gebrandmarkt, doch aber immer wieder unternommen worden. Aus dem früher kurz charakterisierten Ziele der historischen Wissenschaften folgt, daß es hier dauernd unentbehrlich ist; denn diese Wissenschaften, die individuelle Zusammenhänge verstehen wollen, lassen zwar aus der Wirklichkeit das für sie Unwesentliche fort, stehen aber sonst durchaus auf der Stufe, die wir als die des normalen menschlichen Individuums bezeichnet haben. Damit soll nun keineswegs gesagt werden, daß menschliches Wirken die einzige für diese Wissenschaften in Betracht kommende Form der Kausalität ist. Schon im gewöhnlichen Leben mischt sich diese Form mit

Vorstufen der physikalischen auf das Allermannigfaltigste, und dieselbe Mischung, die jedes Schema ablehnt, findet sich in den historischen Wissenschaften. Dabei wird man unbedingt hier diese Mischung nicht als bloße Vorstufe einer später zu erreichenden naturwissenschaftlichen Einsicht betrachten können. Gewiß sind auch in der Geschichte Gesetze als Veränderungsgründe unentbehrlich, aber sie sind hier nur Mittel, nicht Ziel. Und ihnen zur Seite treten ganz gleich berechtigt die unzerlegten Einfühlungen in das als Ganzes erfaßte Wesen eines Menschen.

Diese unsystematische, unterschiedslose Verwendung ganz verschiedener kausaler Erklärungsweisen kann in Wissenschaften, die einer Nachkonstruktion zustreben und deren Gegenstände inhaltlich begrenzt sind, nicht angängig sein. Darum stehen auch hier Biologie und Psychologie unter wesentlich anderen Bedingungen als Geschichte. In der Biologie streitet, wie man weiß, eine physikalische Richtung mit einer anderen, die eine prinzipiell verschiedene Form der Kausalität fordert. Für die physikalische Richtung ist das, was sich in den organischen Wissenschaften anders darstellt als in den anorganischen, lediglich unvollkommene Vorstufe streng physikalischer Erklärung. Damit aber wird die Einheit des Organismus aufgelöst. Wo diese Einheit als ein besonderer Substanzbegriff festgehalten wird, da muß die Beziehung auf sie auch die kausale Erklärung beeinflussen. Wer in Formerhaltung, Selbsterhaltung, Erblichkeit, Anpassung usw. letzte biologische Begriffe erblickt, der behauptet hier eine Erklärungsart, die im Vorstadium schon ein späteres angelegt sieht. Daß die wirkliche biologische Forschung solcher Betrachtungsweise nicht entbehren kann, wird niemand leugnen. Fraglich kann nur erscheinen, ob prinzipiell die vollständige Auflösung in eine andere Erklärungsart möglich ist. Hier kann die Entscheidung

sicher nur von allgemeineren philosophischen Erwägungen herkommen. Wer nur zwei schroff einander gegenüberstehende Wissenschaftsarten anerkennt, oder wer gar nur in der Physik eine Wissenschaft erblickt, der wird auch die Biologie schließlich ganz in Physik auflösen müssen. Wir haben bereits wiederholt dargetan, daß und warum wir keinen dieser beiden Standpunkte einnehmen können. Damit aber tritt die Forderung auf, der besonderen Einheitsbeziehung des Organischen auch in der Kausalerklärung gerecht zu werden. Wie dies geschehen kann, läßt sich bei der gegenwärtigen strittigen Lage dieser Gebiete nur in einer speziellen Untersuchung prüfen, die den Rahmen dieses Buches weit überschreiten würde.

Was die psychologische Kausalität betrifft, so stehen einander drei Hauptrichtungen gegenüber. Die eine erkennt eine solche überhaupt nicht an. Sie ist orientiert an der quantitativen Kausalität und pflegt besonders das Fehlen von Geschlossenheit und Erhaltungsgesetzen auf psychischem Gebiete zu betonen. Wir haben bereits gesehen, daß es falsch ist, die physikalische Kausalität auf Erhaltung reduzieren zu wollen. Immerhin ist anzuerkennen, daß in den Erhaltungsgesetzen der quantitativen Wissenschaft eben doch die Einheit des Kausalverlaufes und seine Gesetzlichkeit am besten garantiert wird. Da auch die Psychologie Gesetzeswissenschaft ist, so zeigt sich hier sicher ein dauernder Nachteil, aber man sollte diesen Nachteil nicht mit der Unmöglichkeit psychologischer Kausalität verwechseln. Eine zweite Gruppe von Psychologen sucht dann diese Kausalität in möglichster Analogie zur physikalischen zu bestimmen. Aus diesem Bestreben geht das hervor, was man als Assoziationspsychologie und in seiner ausgesprochensten Form als Vorstellungsmechanik bezeichnet. Die dritte Richtung betont auch hier die Beziehung zum

Ganzen des Seelenlebens und steht so in Analogie zu der spezifisch biologischen Richtung in der Biologie. Auch hier kann es sich für uns nicht darum handeln, diese Streitfragen zu entscheiden. Nur soviel sollte gezeigt werden, daß unsere logischen Gesichtspunkte geeignet sind, den eigentlichen Kern der Sache herauszuschälen.

Das Gemeinsame aller der verschiedenen Arten von Kausalität liegt im Postulate. Dieser Satz, so einfach er aussieht, gibt erst dem Kausalbegriff die nötige Weite, ohne dabei doch zu einer Vermischung der Kausalität, sei es mit den Strukturgesetzen, sei es mit dem bloßen tatsächlichen Nacheinandersein zu führen. Wir erhalten so gleichzeitig einen Wink für die allgemeine Bestimmung des Begriffes Kategorie.

§ 25. Der Begriff der Kategorie.

Auf den ersten Blick kann es wunderlich scheinen, daß für Grundformen des realen Zusammenhanges der Name „Kategorie“, d. i. Aussageform sich eingebürgert hat. Denkt man indessen daran, wie innig die erste Rechenschaft über das Erkennen mit der über die Sprache verbunden war, wie Redeteile und wesentliche Bestandteile des Erkennens füreinander eintraten, so wird man den Ausdruck geschichtlich verstehen. Freilich muß nun von uns alles Grammatische streng fortgelassen werden, wenn wir die Definition der Kategorie suchen. Und noch eines ist hinzuzufügen, was vielleicht nicht von vornherein so klar mitgedacht war, doch aber vorschwebte: Kategorien sind Formen, die dem Wirklichkeitszusammenhange angehören oder seine Erkennbarkeit begründen. Da es schon Aristoteles im wesentlichen auf die Wirklichkeit ankam, ist diese seit Kant durchgesetzte Einschränkung nicht als Willkür im Vergleich zur historischen Entwicklung anzusehen.

Sobald man nun an eine Definition des Begriffes Kategorie herantreten will, ergeben sich einige Schwierigkeiten. Die Notwendigkeit der Kategorie ist stets in Form eines Urteils auszusprechen. Trotzdem kann die Kategorie selbst nicht als Urteil bezeichnet werden. Daß die Substanz ein Urteil ist, wird niemand sagen, sondern nur, daß die Geltung des Substanzpostulates sich als Urteil fassen läßt, und daß aus der realen Existenz von Substanzen weitere Urteile folgen. Dasselbe läßt sich auch einsehen, wenn man an die innige Beziehung der Kategorien zur Wirklichkeit denkt. Wirklichkeit ist ja, wie wir wissen, kein Urteilszusammenhang, wiewohl ihre Erkenntnis sich in Urteilszusammenhängen darstellt. Man kann also die Kategorien nicht als Urteile bezeichnen, sondern nur sagen, daß ihre Notwendigkeit sich in bestimmten gültigen Urteilen ausdrückt.

Die Kategorien sind Bedingungen der Erkennbarkeit der Wirklichkeit; aber von einer Wirklichkeit, von einem Zusammenhange des Seins und Geschehens könnte gar nicht geredet werden, wenn die Kategorien nicht gälten. Sie sind also zugleich Voraussetzungen der Wirklichkeit selbst und der Erkennbarkeit der Wirklichkeit. Daß sie beides sind, hat Kant nachgewiesen und damit zugleich ihre Notwendigkeit deduziert. Wir müssen daher die Kategorien als reale Suffizienzen notwendiger Postulate bezeichnen. Wir unterscheiden damit kategoriales Postulat und kategoriale Suffizienz und werden noch sehen, daß diese Unterscheidung recht wichtig ist. Man könnte schwanken, ob man das Wort Kategorie auf den Suffizienten einschränken oder für die Einheit von Postulat und Suffizient brauchen soll. Es ist vorteilhafter, sich für das zweite zu entscheiden, weil auf diese Weise die Terminologie am einfachsten wird. Ich verstehe also unter einer Kategorie die Einheit eines notwendigen Postulates

und seiner realen Suffizienz[16]). Die kategorialen Suffizienten gehören der Realität an, haben also reale Existenz oder Inexistenz. Das kategoriale Postulat, als Grundsatz ausgesprochen, ist ein real gültiges Urteil, oder, schärfer gesagt, ein für alle Realität gültiges Urteil.

Den aufgestellten Begriff der Kategorie gilt es nun zu erläutern. Dabei bedürfen zwei Bestimmungen als die entscheidenden vor allem der Aufklärung: die Notwendigkeit des Postulates und die Realität der Suffizienz. „Notwendig" ist eine Bestimmung, die eine Ergänzung verlangt. Man muß fragen: notwendig wofür? Wohl spricht man von „schlechthin notwendig" und meint, daß die Notwendigkeit gewisser Bestimmungen nicht mehr relativ zu etwas anderem, sondern absolut genommen und daher unmittelbar eingesehen werden müsse. Indessen kann eine bloße Überzeugung, wenn man darunter ein subjektives Gefühl versteht, für sich allein niemals objektive Geltung garantieren. Sobald wir uns auf den schwanken Boden des Gefühlslebens stellen, werden wir die Erschütterungen spüren, die durch die Minierarbeit des psychologisch und soziologisch orientierten Kritikers hervorgebracht werden. Dem Gefühl erscheinen Vorurteile, die sich durch die Vergleichung mit den Vorurteilen anderer Menschen als bloße Gewohnheiten herausstellen, ebenso notwendig wie die Geltung des Kausalgesetzes. Im Sinne der Erkenntnistheorie ist notwendig nur das, wovon die Möglichkeit der Erkenntnis abhängt. Als Kriterium der Notwendigkeit tritt hier das Erkennen auf. Unter Erkennen aber verstehen wir Bildung eines begründeten Zusammenhangs wahrer Urteile. Wirklichkeitserkenntnis ist also Bildung eines Zusammenhangs wahrer Urteile von realer Geltung. Sage ich: notwendig ist, was diese Erkenntnis möglich macht, so muß ich den Sinn des Wortes „Möglichkeit" noch festsetzen. Es ist damit

gemeint nicht, daß mit Erfüllung des Postulates bereits die Erkenntnis da ist, sondern daß ohne seine Erfüllung die Erkenntnis nicht einmal gesucht werden kann. Das letzte, das auch wir ohne Begründung voraussetzen müssen, beschränkt sich also auf das wahre Urteil; denn daß aus dem wahren Urteil sich ein Zusammenhang von Urteilen als gefordert ergibt, wurde nachgewiesen. Ebenso ist klar, daß Wirklichkeit in jedem Sinne nur durch wahre Urteile vom Schein unterschieden werden kann. Diese Notwendigkeit ist ein teleologisch gebildeter Begriff, sofern sie als Notwendigkeit zu etwas gemeint ist und durch Werte und Ziele ergänzt wird. Dabei aber muß im Auge behalten werden, daß es sich um den Wahrheitswert handelt, der durch seine Selbstgarantie eine eigentümliche und einzigartige Stellung einnimmt. Es gibt Denker, die bei dem Worte „Teleologie" Mißtrauen empfinden; sie pflegen dann gerne statt dessen von Tatsachen zu reden und etwa die Kausalität als allgemeinste Tatsache zu bezeichnen. Das soll besagen, daß die Kategorien sich irgendwie auffinden oder vorfinden lassen. Nun kann ein gewisser Sinn auch diesem Ausdrucke gegeben werden. Wenn wir die Erlebniswirklichkeit als das bezeichnen, was das einzelne Individuum, sobald es zum Nachdenken erwacht, vorfindet, so liegen in ihr in der Tat die Kategorien. Indessen: Philosophie treiben bedeutet, die Probleme in dieser Erlebniswirklichkeit sehen. Insbesondere kann die Kategorien philosophisch nur erfassen, wer ihr Verhältnis zur Wirklichkeit als problematisch erkannt hat. Es genügt, noch einmal daran zu erinnern, daß zwar jeder Mensch, der seinem natürlichen Gefühle folgt, behaupten wird, daß es Dinge gibt, daß man ihn aber in jedem konkreten Falle durch die Frage, wie er die Einheit eines Dinges in Raum und Zeit abgrenzt, in die größte Verwirrung stürzen kann.

Wir bezeichnen die kategoriale Suffizienz als real, d. h. als in der Wirklichkeit aufweisbar. Wir schließen damit aus diesem Begriffe das aus, was rein konstruktive Urteile ermöglicht. Das Minimum der Denkfremdheit, die mögliche Position und Unterscheidung beliebiger Gegenstände, kann man auch als Suffizienz eines Postulates bezeichnen, und auch diese Suffizienz steht mit der Realität insofern in einer gewissen Verbindung, als die Aufweisung von Beispielen nur an Realitäten oder Momenten von Realitäten möglich ist. Aber wie die Realität hier nur tatsächliche, nicht logische Bedingung der Suffizienz ist, so ist umgekehrt diese Suffizienz für sich genommen noch nicht imstande, uns irgend eine Art von Erkenntnis der Realität zu geben. Natürlich ist diese Abgrenzung als terminologische Festsetzung zu betrachten und insofern willkürlich, doch liegt ihr eben ein wesentlicher Unterschied zugrunde. Es ist etwas anderes, nur konstruktive Erkenntnis zu treiben, als die Wirklichkeit erkennen zu wollen.

Während diese Abgrenzung kaum auf Widerspruch stoßen wird, erscheint es weniger selbstverständlich, daß die kategoriale Suffizienz entschieden von der Idee im Sinne Kants abgetrennt werden muß. Wenn man sieht, wie unvollkommen unsere kausale Erkenntnis immer bleibt, ja wie selbst das Postulat der Vergleichbarkeit nur fragmentarisch erfüllt ist, so möchte man geneigt sein, hier nur eine Strebensrichtung zu erblicken, die nach einem unerreichbaren Ideale hinzielt. Dagegen ist aber einzuwenden, daß ohne Suffizienz dieser Postulate überhaupt nichts Reales existiert. Kategorien sind Bedingungen der Gegenstände der Erfahrung — und daß die Bedingungen der Gegenstände der Erfahrung sich nur als notwendige Erfüllung von Erkenntnispostulaten ableiten lassen, macht ja eben Beweis und Sinn des Idealismus aus. Damit aber gewinnt diese Erfüllung selbst reale

Existenz oder Inexistenz und wird in jedem Stücke der Wirklichkeit, eben weil es ein Stück der Wirklichkeit ist, vorausgesetzt. Ein Ideal dagegen ist stets ein notwendig gefordertes und notwendig unerreichbares Ziel, und zwar, wenn man Ideal von Idee unterscheiden will, dieses Ziel hypostasiert gedacht. Hält man an diesen Begriffsbestimmungen fest, so wird man sagen müssen, daß die kategoriale Suffizienz überall vorhanden gedacht werden muß, also nicht bloßes Ideal ist. Da aber freilich infolge des Utraquismus diese Suffizienz unvollkommen bleibt, so ist in der Voraussetzung doch zugleich ein Ideal gesetzt. Die Schwierigkeit, die wir in dem Verhältnis von Voraussetzung und Ziel schon zu Anfang unserer Untersuchung gefunden haben, bleibt also bestehen, nur daß wir jetzt den Grund dieser Schwierigkeit einzusehen vermögen. Vordeutend sei gesagt, daß hier auch die Wurzel der so mannigfaltigen wissenschaftlichen Ausgestaltung der Kategorien liegt.

Raum und Zeit sind reale Suffizienten des Postulates überindividueller Demonstrabilität. Gemäß unserer Begriffsbestimmung der Kategorie muß man auch sie als kategoriale Suffizienten betrachten. Trotzdem bieten sie eine Reihe von Besonderheiten dar, die Kant veranlaßten, sie als Anschauungsformen den Kategorien gegenüberzustellen. Zunächst ist ihr allgemeines Vorhandensein in einer andern Weise selbstverständlich, als dies bei den übrigen Kategorien der Fall ist. Daß jede Realität räumlich und zeitlich bestimmt werden kann, erfordert nicht die besonderen Untersuchungen, die überall der Erkenntnis vergleichbarer Momente oder gar des substanziell Bleibenden und des Kausalzusammenhangs vorausgehen müssen. Wegen dieser höheren Sicherheit treten dann auch Raum und Zeit stets in die Suffizienz der anderen kategorialen Postulate ein. Die vollkommenste Vergleichbarkeit besteht bei den räum-

lichen und zeitlichen Eigenschaften; Dauer und Veränderung in der Zeit, räumliches Zusammensein und Ortsänderung sind überall, um mit Kant zu reden, Schemata der Substanzialität und Kausalität. Dies alles weist darauf hin, daß in der Tat die Kategorie der Demonstrabilität sozusagen auf einem anderen Niveau liegt als die anderen Kategorien. Verstehen läßt sich diese Priorität aus der Natur des Postulates. Ohne überindividuelle Demonstrabilität gibt es überhaupt keine vom Individuum unabhängigen realen Gegenstände, also auch keine Wirklichkeit, als welche ja vom Individuum notwendig unabhängig ist. Dieses Postulat bezieht sich noch nicht einmal auf die Möglichkeit von Wirklichkeitsurteilen, sondern auf die Möglichkeit realer Gegenstände. Gegenstände aber sind notwendige Bestandteile von Urteilen. Nun ist überindividuelle Gegenstandsbildung freilich selbst nur durch ein System von Urteilen möglich. Aber diese Urteile sind doch anderer Art als die eigentlichen Wirklichkeitsurteile. Weitere Folgen dieser Sonderstellung sind die Priorität von Raum und Zeit vor ihren Teilen und, damit innig zusammenhängend, die Einzigartigkeit jeder Anschauungsform. In den Anschauungsformen haben wir ein völlig nachkonstruierbares Moment jeder Realität. Wir brauchen für dieses alles nur auf die Untersuchungen des zweiten Teiles zurückzuweisen. Sachlich wichtig ist, daß man sowohl das Gemeinsame wie das Unterscheidende von Anschauungsformen und Kategorien einsieht; relativ untergeordnet ist im Vergleiche dazu die Frage, ob man Raum und Zeit als eine besondere Art kategorialer Suffizienz bezeichnen soll, wie hier geschah, oder ob man den Kategorienbegriff enger fassen und Raum und Zeit von ihm ausschließen soll. Man bedürfte in diesem Falle eines Oberbegriffes, als dessen Bezeichnung etwa: apriorische Realitätsform möglich wäre. Mich bestimmte

zu meiner Terminologie, daß auch die übrigen Kategorien einander nicht koordiniert sind, und daß Kants Unterscheidung psychologistisch unterbaut ist, also nicht einfach festgehalten werden kann. Insbesondere macht sich dabei die Vieldeutigkeit der Worte Begriff und Anschauung als Störung geltend.

Der kategoriale Grundsatz ist stets allgemein, und so kann man auch die kategoriale Suffizienz, obwohl sie immer an einem einzelnen Stücke der Wirklichkeit auftreten muß, als allgemein bezeichnen, weil sie in jedem einzelnen Falle sich in gleicher Weise wiederholt. Insofern als die kategoriale Suffizienz erst den Zusammenhang des Wirklichen herbeiführt, hat es Sinn, sie als Form aufzufassen, im Vergleich zu der die Eigenart jeder einzelnen Realität, ihre unableitbare Besonderheit, als ein diese Form erfüllender und von ihr geformter Inhalt erscheint. Indessen darf man dann nicht vergessen, daß es weder eine Form ohne Inhalt noch einen ungeformten Inhalt irgendwo in der Wirklichkeit gibt. Alle Ausdrücke, die das vorauszusetzen scheinen, sind bloße Bilder und als solche mit dem äußersten Mißtrauen aufzunehmen. So wenn es heißt, der erkennende Intellekt forme einen Stoff von Empfindungen, oder den leeren Formen werde erst durch die Erfahrung Stoff zur Erfüllung geboten. Daß es sich weder bei der einen noch bei der anderen Ausdrucksweise um einen zeitlichen Vorgang handeln kann, sieht man schon daraus, daß beide, sofern man sie überhaupt anerkennen will, gleichberechtigt sind. Aber auch in anderer Weise lassen sich diese Sätze schwer interpretieren. Sobald ich nämlich von einem Stoff von Empfindungen rede, ist das Postulat der Vergleichbarkeit schon erfüllt gesetzt, selbst wenn man dabei noch jeden Substanzialitätsgedanken fern halten will. Kategorien ihrerseits ferner haben nur als

reale Suffizienz von Erkenntnispostulaten Sinn. Es ist also in ihnen der nicht kategoriale Bestandteil der Wirklichkeit bereits vorausgesetzt. Mit anderen Worten, es begegnet uns hier auf höherer Stufe ein ganz ähnliches Verhältnis, wie bei den Evidenzanteilen des Urteils. Auch in jedem Stücke der Wirklichkeit finden wir zwei Bestandteile, die den beiden Evidenzanteilen entsprechen, wiewohl sie nicht mit ihnen zusammenfallen. Vielmehr muß ein Urteil, dessen Materie auch nur einen der beiden Bestandteile des Wirklichen herausheben will, doch, da es eben ein Urteil ist, beide Evidenzanteile enthalten. Wenn ich etwa den Satz ausspreche: jede Veränderung ist aus dem Vorstadium mit Hilfe von Kausalgesetzen zu begreifen, so tendiert dieses Urteil nur auf die kategoriale Formung der Wirklichkeit. Trotzdem setzt es in Begriffen wie „Veränderung" viel Denkfremdes voraus, aber freilich nur als allgemein vorhanden, nicht in seiner besonderen Beschaffenheit. Nimmt man umgekehrt ein Urteil, das als bloße Anerkennung eines erlebten Gegenstandes gelten kann, etwa: „ich sehe jetzt blau", und läßt man selbst in diesem Urteile alles das fort, was infolge der sprachlichen Formulierung an Kategorien darin steckt, behält also bloß die demonstrative Abgrenzung einer in unbestimmter Eigenart erlebten Empfindung übrig, ohne daß die Abgrenzung überindividuell bestimmt ist, und ohne daß die Empfindung irgendwie einem Qualitätskreis eingeordnet erscheint; — immer bleibt noch in der eindeutigen Position des Gegenstandes ebenso wie in der Relation irgend eines inhaltlich bestimmten Gegenstandes auf ein Jetzt oder Hier ein Minimum der Denkform übrig. So sind in jedem Urteile beide Evidenzanteile vorhanden, obwohl die Absicht des Urteils sehr verschieden zu ihnen beiden sich verhalten kann. Dabei komplizieren sich diese Verhältnisse in jedem einzelnen Beispiele noch

durch die Abhängigkeit einer Kategorie von der anderen. Überindividuelle Demonstrabilität und Vergleichbarkeit werden als erfüllt vorausgesetzt, sobald es sich um Substanzialität oder Kausalität handelt. Darum ist es auch viel leichter, sich einen relativ zu dieser zweiten Gruppe von Kategorien ungeformten Stoff vorzustellen; nur muß man sich hüten, ihn dann für kategorial überhaupt ungeformt zu halten.

Die einzelnen Kategorien sind im vorangehenden im Anschluß an die Tradition in einer gewissen Weite und Komplikation gefaßt worden. Daher rührt es, daß, obwohl sie sich alle relational erfassen lassen, doch z. T. mehrere Relationsarten in derselben Kategorie auftreten. So ist bei der Substanz eine Gleichheitsrelation vorhanden und eine mehr- eindeutige asymmetrische Zuordnung der Akzidenzen zur Substanz. Die Gleichheitsrelation ferner kann in diesem Falle entweder als Substituierbarkeit der Zustände der Substanz füreinander in allen nur von der Substanz abhängigen Relationen oder als mehr-eindeutige Zuordnung dieser Zustände zu dem einen Gegenstande Substanz gefaßt werden. Natürlich wäre es auch denkbar, die einzelnen Kategorien enger zu umgrenzen. Dann könnte die kategoriale Suffizienz mit einer bestimmten relationalen Suffizienz gleichgesetzt werden. Es läßt sich gar nicht leugnen, daß dies systematisch bedeutende Vorteile gewähren müßte. Auch die besonderen Formen, die die Forschungsrichtungen der Suffektion und Komprehension nach den einzelnen Kategorien annehmen, würden sich so besser und vollständiger entwickeln lassen. Hier muß es genügen, diese Möglichkeit anzudeuten.

§ 26. Die Kategorien in „Wirklichkeit“ und „Wissenschaft“.

Bei der Betrachtung der einzelnen als Beispiele herangezogenen Kategorien haben wir bereits gesehen, daß sich

die Art der Suffizienz in den verschiedenen Wissenschaften verschieden gestaltet. Trotzdem bleibt diese Mannigfaltigkeit beherrscht von dem einen und gleichen kategorialen Postulat und kann deshalb doch als eine Kategorie betrachtet werden. Nun beschränkt sich aber, wie wir ebenfalls bereits wissen, die Bedeutung der Kategorien nicht auf die Wissenschaft. Auch unsere Erlebniswirklichkeit ist überall kategorial geformt. Dadurch nehmen dann die Kategorien Teil an allen Schwierigkeiten, die dem Wirklichkeitsbegriff anhaften. Vor allem kann man ihre Zugehörigkeit zu einem bestimmten erkennenden Ich nicht so einfach festlegen, wie das wohl erwünscht scheint. Bedenkt man zunächst, daß das individuelle Ich selbst ein kategorial geformtes Stück der Wirklichkeit ist, so muß man, wie es scheint, jede Abhängigkeit der Kategorie vom individuellen Ich durchaus abweisen. Sieht man dann aber, wie schwankend die kategoriale Suffizienz in der Wirklichkeit ist, nimmt man hinzu, daß ihre nähere Bestimmung in der Wissenschaft doch überall durch einzelne wissenschaftliche Menschen erfolgte, so neigt man vielleicht dazu, eine engere Verbindung zwischen Kategorie und individuellem Ich zu suchen. Es ist augenscheinlich, daß man sich aus dieser Verwirrung nur durch geeignete Unterscheidungen wird retten können. Vor allem müssen wir uns erinnern, daß wir die Erlebniswirklichkeit in eine Reihe von Stufen auseinander gelegt haben. Von der Erlebnisgegenwart können wir hier füglich absehen, da sie keine erkenntnistheoretische Bedeutung hat, und es bleibt uns dann die erlebte, die erlebbare und die ideale Wirklichkeit übrig. Was nun die erlebte Wirklichkeit betrifft, so ist die in ihr vorhandene kategoriale Suffizienz der Forderung nach überindividuell, dem wirklichen Inhalte nach durchaus individuell. Gerade wegen dieses Zwiespaltes treibt die erlebte Wirklichkeit

über sich selbst hinaus und wird fortwährend durch die erlebbare korrigiert. Der überindividuelle Kern, der doch dem Anspruche nach in ihr steckt, an den wir alle glauben, ohne den wir uns gar nicht als ein Individuum unter anderen fassen könnten, führt dazu, die individuelle Gestaltung der erlebten Wirklichkeit für eine unvollkommene Vorstufe einer idealen Erlebniswirklichkeit anzusehen. Sobald man aber diesen ebenso notwendigen wie schwierigen Schritt tut, darf man nicht den Satz der Immanenz aus den Augen lassen. Dieser sagt, richtig verstanden, daß alle Gegenstände des Erkennens von den Erkenntnisformen abhängig sind. Die allgemeine Geltung der Kategorien läßt sich nur aus ihrer Notwendigkeit für das Erkennen beweisen, und die Einheit der Wirklichkeit ist Einheit nur dadurch, daß sie stets demselben Erkennen als erkennbar zugehört. Die Erkenntniseinheit, der die ideale objektive Einheit entspricht, ist das überindividuelle Ich. Sofern dann die kategoriale Formung in der erlebten Wirklichkeit doch eben auf die ideale Erlebniswirklichkeit hinweist, gehört auch sie ihrer Absicht nach dem überindividuellen Ich zu. Die Notwendigkeit, bei der Bestimmung der Kategorien von dem Postulate auszugehen, zeigt sich hier besonderes deutlich. Fragt man dann, wie die Wissenschaften sich zu dem Gegensatz von individuellem und überindividuellem Ich verhalten, so wird man sie unmöglich schlechthin dem individuellen zuordnen können, als welches sich vielmehr seinerseits in ihrem Dienste aufzuheben sucht. Es ist aber auch ausgeschlossen, sie als partiale, ergänzungsbedürftige Ziele einfach dem überindividuellen idealen Ich, dem die eine ideale Erkenntniseinheit zugehört, zuzuweisen. Das wissenschaftliche Ich ist vielmehr ein Mittelding zwischen beiden, es bildet die Sprossen der Leiter, auf der das individuelle Ich sich zum überindividuellen zu erheben sucht. Alles dies

widerstreitet gar nicht der Überindividualität des Wahrheitswertes. Die Wahrheit jedes Urteils ist vom Individuum schlechthin unabhängig; aber das Ziel alles Erkennens ist ein System wahrer Urteile in dem früher dargelegten Sinne, und dieses Ziel fordert überindividuelle Bestimmung auch aller Gegenstände des Urteils. Diese Gegenstände sind nun zunächst immer nur individuell bestimmt, so daß das als Wahrheit überindividuell gewertete Urteil seiner Materie nach individuell ist. Auch die Materie des Urteils von diesen dem individuellen Ich zugehörigen Bestandteilen zu befreien, ist eine niemals restlos lösbare Aufgabe der Wissenschaft.

Sofern keine Wirklichkeit ohne Kategorien gedacht werden kann, wird der Zusammenhang der Wirklichkeit durch die Kategorien hergestellt oder konstituiert, und man kann ihnen danach relativ zur Wirklichkeit *konstitutive Bedeutung* zuschreiben. Ein durch diese konstitutive Leistung gewonnener Zusammenhang wird von allen Wissenschaften mit Ausnahme der Logik und der rein konstruktiven Mathematik vorausgesetzt. Sein allgemeines Dasein, seine ideale Möglichkeit ist logische Voraussetzung aller Wirklichkeitswissenschaften. Dagegen ist die erlebte Wirklichkeit in ihrer schwankenden und unbestimmten Art zur logischen Voraussetzung durchaus ungeeignet. Sie bildet vielmehr lediglich Ausgangsmaterial für die wissenschaftliche Arbeit. So gelingt es uns hier, einige frühere Bestimmungen noch etwas schärfer zu fassen.

Wenn wir von der Wissenschaft absehen, können wir auch sagen: In der Erlebniswirklichkeit steht nur das kategoriale Postulat apriori fest, während seine Suffizienz einen durchaus unbestimmten und schwankenden Charakter hat. Indessen ist dieser Satz doch nicht für alle Kategorien in derselben Weise richtig. Die überindividuelle Demon-

strabilität muß erfüllt sein, damit überhaupt die Erlebnisse der verschiedenen Individuen auf eine Einheit gebracht werden können. Darum steckt die Einheit des Raumes und der Zeit schon tief in der Erlebniswirklichkeit begründet. Und doch ist prinzipiell auch hier das Verhalten kein anderes als bei den übrigen Kategorien. Ein individueller Rest bleibt ja, wie wir gesehen haben, in dem Ausgangspunkte und der Maßeinheit auch hier übrig, und die innere Homogenität der Anschauungsform gehört zwar für uns, nicht aber für alle Individuen, zur Erlebniswirklichkeit. Wir sollten nicht vergessen, daß noch Aristoteles der homogene Raum fehlte, und daß wenigstens in der ästhetischen Anschauung für uns alle absolute Größenmaße eine letzte Bedeutung behalten. Damit will ich es keineswegs lediglich auf Eigentümlichkeiten der historischen Entwicklung schieben, daß wir den Raum und die Zeit in ihrer absoluten Bedeutung soviel fester mit der Erlebniswirklichkeit verknüpft haben. Wir müssen uns erinnern, daß sie in gleicher Weise von jeder Wissenschaft vorausgesetzt werden. Auch die Geschichte stützt sich ja auf Chronologie und Topographie. Raum und Zeit liegen eben dem Zusammenhang der Wirklichkeit so zugrunde, daß ohne sie weder ein Stück noch ein Moment zur Wirklichkeit gehören kann.

Da wir bei der Besprechung der einzelnen Kategorien über die Verhältnisse der Suffizienz unter dem Einfluß der verschiedenen wissenschaftlichen Ziele schon vieles gesagt haben, wird es sich hier nur um eine prinzipielle und allgemeine Zusammenfassung handeln. Die mathematische Naturforschung als nachkonstruktive Wissenschaft im strengsten Sinne des Wortes quantifiziert und rationalisiert. In ihr wird aus der Vergleichbarkeit Meßbarkeit, aus der Substanz Größenerhaltung, aus der Kausalität Verbindung durch allgemeine Gesetze, die bei letzter Vollendung sich

als durch die Lage des besonderen Systems bedingte Spezialfälle eines obersten Veränderungsgesetzes erweisen müßten, das allenfalls auch in ein Richtungs- und ein Ablaufsgesetz zerfallen könnte.

Indem die übrigen allgemeingesetzlichen Wissenschaften oder Naturwissenschaften im weiteren Sinne des Wortes das erkennen wollen, was die quantifizierende Naturwissenschaft ausschließt, ergeben sich bei ihnen in bekannter Weise besondere Schwierigkeiten, deren Auflösung bisher weder der Wissenschaftstheorie noch den betreffenden Einzelwissenschaften in allgemein befriedigender Weise gelungen ist. In der Psychologie, um uns hier auf diese zu beschränken, ist das Postulat der Vergleichbarkeit durch ein System qualitativer Unterschiede zu befriedigen, der Substanz entspricht (freilich nur in sehr unvollkommener Weise) die organische Einheit des individuellen Seelenlebens, der Kausalität bei dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft eine Anzahl nebeneinanderstehender empirischer Kausalgesetze. Eine geschlossene psychische Kausalität ist bei dem fortwährenden Auftreten neuer psychischer Inhalte, die wir nur auf der physischen Seite weiter verfolgen können, niemals erreichbar. Soll aber auch nur für die herausgelösten psychischen Reihen eine Kausalerklärung gegeben werden, so sind Ergänzungen unbedingt nötig, die in Form von Dispositionen, mitschwingenden Vorstellungen u. dgl. wenn auch keine psychische Erhaltungsgröße so doch eine Einheit und Kontinuität des psychischen Prozesses herbeiführen.

Unter anderen Bedingungen als alle bisher betrachteten Wissenschaften steht die Geschichte, da sie auf Nachkonstruktion im Prinzip verzichtet (Nachkonstruktion höchstens als Hilfsmittel zur Herstellung eines direkt verlorenen Zusammenhanges anwendet). Sie will ja das unter einem Wert-

gesichtspunkt Wesentliche der einmaligen Wirklichkeit erfassen. Darum steht ihre kategoriale Suffizienz der Erlebniswirklichkeit sehr nahe. Die Geschichte spricht überall von qualitativ verschiedenen Dingen, von Menschen, Handlungen usw. Determiniert aber sind die in ihr entscheidenden Begriffe durch den Wertgesichtspunkt. Die Einheit eines historischen Verlaufes, einer Volksindividualität oder auch dessen, was als wesentlich zu einem historisch bedeutsamen Menschen gehört, steht überall unter diesen Gesichtspunkten. Man könnte daher geneigt sein, in der Geschichte zwei Arten von Suffizienzen zu unterscheiden: einerseits die im Material der Geschichte überall vorhandenen und von der Wissenschaft einfach aufgenommenen Kategorien der Erlebniswirklichkeit, anderseits die spezifisch historischen, auf einen Wert bezogenen Eigenschaften, Individuen und Entwicklungen. Nur diese letzteren sind wissenschaftlich determinierte Kategorien.

Diese ganze Darstellung, die überall von den Verschiedenheiten der wissenschaftlichen Ziele ausgeht, läßt sich sozusagen umkehren. Man kann nämlich versuchen, aus der Doppelheit der in jeder Kategorie gestellten Ansprüche, der Rationalität und der vollständigen Erfassung der Realität, die Verschiedenheit der wissenschaftlichen Ziele abzuleiten, wobei man allerdings nicht ohne Heranziehung noch anderer Gesichtspunkte auskommen wird. Dabei ist nie zu vergessen, daß in keiner Wirklichkeitswissenschaft eine der beiden Forderungen ganz unberücksichtigt bleiben kann. Es darf wohl dem Leser überlassen werden, sich den ganzen Gedankengang von dieser Seite her zu rekonstruieren. Das Wichtige dabei ist die Einsicht, daß es sich beim Verhältnis von Kategorien und Wissenschaften nicht um eine rein äußerliche Anpassung der Kategorie an eine ihr fremde Determination der Ziele handelt, sondern daß in der Forderung

jeder Kategorie selbst die Verschiedenheit der Ziele angelegt erscheint.

Man pflegt heute die Theorie der besonderen Wissenschaften als Methodologie zu bezeichnen. Man denkt dabei, der herrschenden Geistesrichtung der Gegenwart gemäß, mehr an die werdende als an die vollendete Wissenschaft, mehr an den Weg als an das Ziel. Man kann sich diese Bezeichnung gefallen lassen, weil ja wirklich jede Wissenschaft sich uns fortwährend als werdend darstellt, wenn man nur nicht vergißt, daß der Weg überall durch das Ziel bestimmt sein muß. Bedenklich kann diese Verwendung des Ausdruckes „methodologisch“ allerdings werden, wenn man den Nebensinn einer Bedeutung nur für den Weg nicht sorgfältig ferne hält. Da wir nach unserem Kategorienbegriffe die Einheit der Kategorie durch die Einheit des Postulates bestimmen, können wir nicht zwei Arten von Kategorien als konstitutive und methodologische unterscheiden, sondern müssen streng genommen von konstitutiver Bedeutung der Kategorie für die Wirklichkeit und methodologischer Bestimmung ihrer Suffizienz durch die besonderen Ziele der Wissenschaften reden. Als brauchbare Abkürzung sei der Ausdruck: „methodologisch determinierte Kategorie“ vorgeschlagen. Es kommt dabei auch zum Ausdruck, daß es sich hier nicht um zwei koordinierte Arten handelt, sondern daß das Verhältnis der konstitutiven Bedeutung zur methodologischen Bestimmung komplizierter und erst durch besondere Untersuchung festzustellen ist [17]).

Die methodologisch determinierte Kategorie hat als solche keine konstitutive Bedeutung. Schon das Nebeneinanderbestehen der verschiedenen wissenschaftlichen Ziele verhindert dies. Auch kann man bei der prinzipiell verschiedenen Stellung der verschiedenen Wissenschaften

zur Wirklichkeit nicht etwa eine einheitliche Formel für die Wirklichkeitsbedeutung der methodologisch determinierten Kategorien finden. Vor allem ist natürlich mit einer einfachen Negation hier so wenig wie irgendwo das Problem gelöst. Der Satz: „keine Wissenschaft ist die Wirklichkeit, und also kann auch keine methodologisch determinierte Kategorie die entsprechende Stelle in der Wirklichkeit einnehmen“ ist ebenso wahr wie unfruchtbar. Kant hat, wie man weiß, das Wort Natur bald im Sinne der Wirklichkeit, bald im Sinne der mathematischen Naturwissenschaft gebraucht. So wenig man diese Unklarheit der Terminologie nachahmen soll, ebensowenig darf man doch übersehen, daß hier, wie fast immer, wo bei einem großen Denker ein doppeldeutiges Wort auftritt, ein Problem sich verbirgt, das durch die bloße Unterscheidung der beiden Seiten des Doppelsinnes nicht gelöst wird, ja sogar in Gefahr ist verschüttet zu werden. Die konstitutive Kategorie hat etwas Unfaßbares. Sie ist wandelbar und eigentlich nur von Seiten des Postulates her bestimmt. Sobald man die Suffizienz wirklich klar erfassen will, wird man zu einer „methodologischen“ Bestimmung hingetrieben. Wir wissen ja bereits, daß in dem Postulate der Kategorie selbst der Keim für das Auseinandergehen der Suffizienten in verschiedene methodologische Richtungen liegt. Umgekehrt aber streben doch die Wissenschaften wieder nach der Wirklichkeit, und in jeder methodologischen Kategorie liegt eine Tendenz, konstitutiv zu werden. Man wird mir vorwerfen, daß ich in dem letzten Satze von den Kategorien wie von Realitäten spreche, und ganz gewiß kann man, streng genommen, nicht von der Tendenz eines Begriffes reden. Aber sobald man sich den Problemen nähert, die uns jetzt beschäftigen, kommt man in Versuchung, dies zu tun. Es ist bereits vorläufig einzusehen, daß es sich hier nicht mehr um reine

Erkenntnisprobleme handelt, wie der Begriff „Wirklichkeit“ ja überhaupt nicht vollständig von der Erkenntnis allein her gefaßt werden kann. Man braucht die Probleme, die in dem Kantschen Gebrauch von „Natur“ liegen, nur über die einseitig naturwissenschaftliche Orientierung Kants hinaus zu erweitern, so kommt man zu dem letzten Problem der Bedeutung der Wissenschaft, damit aber zu einer Frage, die über das Gebiet der Erkenntnistheorie hinausführt. Um den Ort und wenigstens die Richtung einer Lösung für dieses Problem zu bestimmen, müssen wir das Wertsystem des Erkennens als Ganzes skizzieren und seine Grenzen und notwendigen Ergänzungen uns klar machen.

Vierter Teil.

Das Wertsystem des Erkennens.

In einer Reihe von Untersuchungen, deren innerer Zusammenhang überall hervortrat, auch wo wir scheinbar neue und selbständige Ansätze machten, haben wir die Voraussetzungen des Erkennens aufgesucht und sind von ihnen aus zu den Erkenntniszielen aufgestiegen. Die einzelnen Ergebnisse zeigten sich stets eng miteinander verknüpft: unsere Untersuchungen strebten zum System. Die Fäden sind angezettelt, aus denen das Gewebe entstehen muß, aber noch ist nicht gezeigt worden, wie dieses Gewebe selbst sich flicht. Es liegt in der Natur der Philosophie, daß wir uns damit nicht begnügen können. Um unseren Untersuchungen einen philosophischen Abschluß zu geben, müssen wir zeigen, wie nun das Wertsystem des Erkennens sich aufbaut, und wie es zu einem System aller Werte überhaupt steht. Indessen müssen wir auch hier noch, wo wir Ausschau halten, unsere Aufgabe begrenzen. Wir wollen nicht etwa ein System der Logik als Wertwissenschaft aufstellen, sondern wir beschränken uns darauf, zu zeigen, wie ein solches System möglich ist und welche Aufgaben es zu lösen hat.

Keineswegs handelt es sich im folgenden nur um veränderte Wiederaufnahme schon gewonnener Resultate. Das Streben nach einem systematischen Zusammenhange darf niemals mit einer nur äußerlichen Ordnung verstreuter Materialien verwechselt werden. Ein wissenschaftlicher Be-

griff kann erst wirklich beurteilt werden, wenn er seine systematische Stellung erhalten hat, und daher muß das Aufsuchen dieser Stellung Anlaß zu neuer, klärender Begriffskritik geben. So wird sich erst jetzt eine letzte Untersuchung einiger entscheidender Begriffe, wie Wert, Logik, Begriff, Anschauung an ihrem Platze befinden. Begriffe klären sich ja durch Auflösung in Urteile. Urteile bestimmen sich aber durch den Urteilszusammenhang. Den Urteilszusammenhang beherrscht das zu lösende Problem. Ganz natürlich also, daß sich die letzten Grundbegriffe erst klären lassen, wenn die allgemeinsten Probleme untersucht werden. Versucht man, ohne diesen Zusammenhang den Begriffen nahe zu kommen, so wird man zwischen unverbundener Nebeneinanderstellung zahlreicher Bedeutungsvarianten und ganz willkürlichen Festsetzungen hin- und herschwanken. Was man aber bei begriftlichen Untersuchungen wirklich will, ist weder eine Untersuchung des vorwissenschaftlichen oder wissenschaftlichen Sprachgebrauches, noch erschöpft es sich in der Aufstellung einer eindeutigen und willkürlichen Terminologie. Vielmehr handelt es sich darum, die für einen bestimmten wissenschaftlichen Zusammenhang wesentlichen Gegenstände richtig zu bestimmen.

Wir teilen uns die Aufgabe dieses letzten Buches in drei Teile. Zuerst müssen wir zusammenschauend das Wesen der Erkenntniswissenschaft oder der Logik im weitesten Sinne des Wortes bestimmen. Damit füllen wir zugleich eine Lücke, die wir, abgesehen von gewissen Andeutungen, bei der früheren Untersuchung der Arten der Wissenschaften gelassen haben. Der schwierige Begriff der Wertwissenschaft ist an der Logik mit zu entwickeln. Im zweiten Kapitel werden wir dann zu zeigen haben, was von einem Wertsystem des Erkennens zu fordern ist. Dabei muß das Verhältnis der Ziele zu den Voraussetzungen end-

gültig geklärt und die Frage beantwortet werden, ob und wie weit ein Abschluß des Erkennens sowohl wie der Erkenntniswissenschaft denkbar ist. Indem wir hier unerreichbare Grenzen finden, werden wir auf die Notwendigkeit einer sachlichen Ergänzung hingewiesen. Das Wertgebiet des Erkennens bestimmt sich nicht vollständig aus sich selbst heraus. Es gibt neben ihm andere Wertgebiete, und erst das Verhältnis zu diesen anderen Gebieten vollendet das System der Logik. Hier stoßen wir auf die letzten Probleme der Philosophie, die freilich mit dem kalten Lichte der Logik nur sehr unvollkommen und einseitig beleuchtet, keineswegs durchschaut werden können.

Kapitel X.

Logik als Wertwissenschaft.

§ 27. Wert und Wertwissenschaft.

Wir haben bisher den Begriff „Wert" wiederholt benutzt, auch wohl den Umfang seines Gebrauches vorläufig umschrieben, aber ihm noch keine besondere Untersuchung gewidmet. Nun ist dieser Begriff manchem als Grundbegriff anstößig. Er scheint komplizierte psychologische Voraussetzungen zu enthalten und darum nicht in die prinzipiellsten Teile der Philosophie hinein zu gehören. Bisher konnten wir solche Fragen beiseite lassen; denn wir arbeiteten im Grunde nur mit dem Gegensatz von wahr und falsch — abgesehen von wenigen Stellen, an denen wir die Eigenschaften der Wahrheit durch Vergleichung mit anderen Werten näher bestimmten. Selbst an diesen Stellen war die Richtigkeit unsrer Vergleichung lediglich von dem rechten Erfassen der koordinierten Wertarten, nicht von dem Oberbegriff des Wertes überhaupt abhängig. Jetzt aber, wo wir die Logik

als Wertwissenschaft bestimmen wollen, ist es durchaus nötig, daß wir genaue Auskunft über den Grundbegriff „Wert" geben. Da es sich um einen Grundbegriff handelt, so kann natürlich keine Analyse gefordert werden. Noch weniger ist es möglich, eine Definition im Schulsinne zu liefern. Letzte Gegenstände, und das sind ja Grundbegriffe stets, lassen sich nur durch ihre Notwendigkeit für den zu untersuchenden Zusammenhang rechtfertigen und durch ihre Beziehungen zu anderen Gegenständen bestimmen. Nach Ansicht vieler und bedeutender Mathematiker sind die Gegenstände der Mathematik durch ihre gegenseitigen Beziehungen vollständig definiert. In der Tat kommt es innerhalb der reinen Konstruktion nur auf die Konstruktionsprinzipien an, diese aber bestehen stets in den Grundsätzen der Relationen. Welcher Art die Gegenstände sonst sind, macht hier nichts aus. Aber sobald man auf die Bedeutung und Anwendbarkeit der Mathematik reflektiert, tritt etwas Neues hinzu. Um die apriorische notwendige Geltung zu zeigen, ist es nötig, die Axiome, d. h. die Grundsätze der Konstruktion als Suffizienten notwendiger Postulate zu erweisen. Dabei werden dann zugleich die Gegenstände, noch abgesehen von ihren gegenseitigen Beziehungen, direkt bestimmt werden müssen — und das kann bei letzten Gegenständen notwendiger Art nur so geschehen, daß man ihre erkenntnisnotwendige Stellung aufzeigt. Bei den letzten Gegenständen zufälliger oder irrationaler Art, den letzten Qualitäten, findet sich übrigens ein ganz analoges Verhalten. Auch sie müssen aufgewiesen werden, und diese Aufweisung läßt sich näher und vor allem annähernd überindividuell bestimmen nur durch den Nachweis ihrer Relationen zu bestimmten anderen Qualitäten und zu demonstrablen Gegenständen der Körperwelt. Damit dürfte dargelegt sein, was allein von der Bestimmung eines Grundbegriffes wie „Wert"

gefordert werden kann. Um diese Forderung zu erfüllen, überblicken wir rasch unter dem neuen Gesichtspunkte unsern bisherigen Gedankengang.

Aus dem Gegensatze von wahr und falsch und aus den Eigentümlichkeiten des Urteils als dessen, was allein wahr oder falsch sein kann, haben wir eine Reihe von Folgerungen gezogen. Die Anwendbarkeit dieses Gegensatzes umgrenzt die Einheit des Erkenntnisgebietes. Nun ist ein wahres Urteil von einem falschen nicht durch eine allen wahren Urteilen zukommende, allen falschen fehlende Eigenschaft zu unterscheiden. Weder zeichnet sich das wahre Urteil durch irgend ein besonderes Element aus, noch stehen seine Elemente in anderer Beziehung zueinander als beim falschen Gedanken. Wenn man unter dem Kriterium der Wahrheit irgend eine am wahren Urteil selbst aufzuweisende Eigentümlichkeit versteht, so gibt es ein solches Kriterium nicht. Also kann das wahre Urteil vom falschen nur durch eine Relation des ganzen Urteils unterschieden sein. Dabei hängt Wahrheit oder Falschheit an der Urteilsentscheidung, wie schon daraus hervorgeht, daß sich aus jeder Urteilsmaterie durch Bejahung und Verneinung sowohl ein wahres wie ein falsches Urteil bilden läßt. Bejahung oder Verneinung ist gleichbedeutend mit der Anerkennung oder Nichtanerkennung der Urteilsmaterie durch das erkennende Ich. Diese Anerkennung steht aber nicht in der Willkür dieses Ich, sondern ist von ihm gefordert, beziehungsweise ihm verboten. Analysiert man die Gründe dieser Forderung oder dieses Verbotes, so stößt man auf die notwendige Zweiheit der Evidenzanteile. Da nun aber nicht die Evidenzanteile, als welche ja unabhängig von einander in keiner Weise faßbar sind, sondern nur das stets beide Anteile enthaltende Urteil wahr oder falsch sein kann, so ist trotz dieser Zweiheit „wahr" ein letzter Begriff und (da

kein Stück oder Moment des Urteils) eine äußere Relation. Wir haben diese Relation als Relation zum erkennenden Ich bestimmt. Dagegen lassen sich Einwände erheben. Man kann sagen, es müsse sich doch irgendwie ergeben, warum das eine Urteil anerkannt werden soll, das andre nicht. Und zwar kann man auch meinen, den Grund dafür zu kennen, nämlich in der Beziehung des Urteils zu dem Wirklichkeitszusammenhang, der ja kein bloßer Urteilszusammenhang sei. Nun ist es ganz richtig, daß die Erlebniswirklichkeit nicht vollständig als Urteilszusammenhang bestimmt werden kann. Aber doch ist die Zugehörigkeit irgend eines Gegenstandes zu irgend einem Teile der Wirklichkeit und ebenso die Gültigkeit eines seiner Materie nach allgemeinen Urteiles für die Wirklichkeit nur durch wahre Urteile zu bestimmen. Unsere Analyse der Erlebniswirklichkeit hat uns ferner gezeigt, wie wenig hier der feste Boden vorhanden ist, auf dem der gesunde Menschenverstand zu ruhen glaubt. Dazu kommt aber, daß durchaus nicht alle wahren Urteile Wirklichkeitsurteile sind. Beziehung zur Wirklichkeit, auch wenn sie überhaupt faßlich wäre, könnte also nicht allen wahren Urteilen gemeinsam sein. Es bleibt uns daher nur die Beziehung zum erkennenden Ich übrig, die wir als geforderte Anerkennung bezeichnen. Da diese Relation ein Letztes ist, kann sie nur aufgewiesen und formal charakterisiert werden. Sie ist viel-eindeutig, da jedes Urteil auf dasselbe Relatum bezogen ist; denn wir wissen, daß das erkennende Ich überindividuell und einzig ist. Da das Relatum nie Referent werden kann, Bereich und umgekehrtes Bereich sich also ausschließen, ist die Relation intransitiv. Das Bereich ist auf Urteile beschränkt. Das umgekehrte Bereich umfaßt nur den einzigen Gegenstand „erkennendes Ich“. Diese formalen Eigenschaften sind den Relationen wahr und falsch gemeinsam. Zueinander stehen

beide in dem Verhältnis, daß ihre Bereiche einander ausschließen, zusammen aber die Klasse Urteil vollständig ausfüllen. Die Klasse „Urteil“ kann dabei durch Analyse als bejahte oder verneinte Relation zwischen Gegenständen definiert gedacht werden. Die umgekehrten Bereiche von wahr und falsch fallen zusammen.

Natürlich gewinnt man mit solchen formalistischen Bestimmungen nicht allzuviel; denn sie enthalten bei näherer Analyse doch stets die Wahrheit als Voraussetzung. Immerhin können sie dazu dienen, die Eigenschaften der Wahrheit einzuprägen und festzuhalten.

Diese allgemeine Charakteristik der Wahrheit weist nun eine Reihe von Zügen auf, die auf anderen Gebieten wiederkehren. Sie heben wir heraus, wenn wir Wahrheit als Wert bezeichnen. Um alle Mißverständnisse zu vermeiden, sei betont, daß es sich nicht etwa um den Wert der Wahrheit für irgend etwas Anderes, sondern um die Wahrheit als Wert handelt. Es wird dadurch, daß wir die Wahrheit als einen Wert bezeichnen, diesem Begriffe nichts Neues hinzugefügt, sondern nur hervorgehoben, daß ihm mit einer Reihe anderer Begriffe gewisse Merkmale gemeinsam sind. Wir haben also hier noch zwei Aufgaben zu lösen: erstlich müssen wir diese gemeinsamen Merkmale genau bestimmen, zweitens aber die Bedeutung des aus ihnen gebildeten Oberbegriffs „Wert“ ableiten.

Wo eine Klasse von Gegenständen von einem Ich in einer bestimmten Richtung anerkannt oder abgewiesen wird, reden wir von einem Wertgegensatz. Es ist also „Wert“ und „Unwert“ stets ein Paar von Relationen, deren Bereiche einander ausschließen, zusammen aber eine Klasse von Gegenständen vollständig umfassen. Das umgekehrte Bereich dieser Relation wird stets und aus-

schließlich durch ein Ich oder eine Klasse von Subjekten gebildet. Bei dieser ganz allgemeinen Bestimmung fassen wir auch eine rein individuelle Wertung mit unter den Wertbegriff. Nicht zwar der Gefühlsgegensatz Lust — Unlust ist an sich ein Wertgegensatz, wohl aber die Annehmlichkeit oder Unannehmlichkeit, die sich psychologisch als mit einem Objekt verbundene Lust oder Unlust darstellt. Von Werten wie Wahrheit, Sittlichkeit unterscheidet sich die Annehmlichkeit dadurch, daß hier durchaus nicht von einem Anspruche an das wertende Ich geredet werden kann. Mir ist jetzt Wein oder Käse angenehm, ein andermal vielleicht unangenehm. Es könnte unter diesen Umständen zweifelhaft erscheinen, ob es zweckmäßig ist, diesen Gegensatz unserem Oberbegriffe mit unterzuordnen; indessen spricht mehreres dafür. Erstlich einmal findet wenigstens psychologisch ein gewisser Übergang zwischen der Annehmlichkeit und anderen Werten statt [1]). Ein Gegenstand der regelmäßig und vielen angenehm ist, scheint dadurch einen gewissen Anspruch auf allgemeine Werthaltung zu erheben. Dem Psychologen wird so Annehmlichkeit leicht in eine Reihe mit den übrigen Werten rücken. So wenig nun „Wert" in unserem Sinne ein psychologischer Begriff ist, so bleibt doch eine Terminologie vorzuziehen, die auch für die Psychologie und die von ihr abhängige Soziologie brauchbar ist. Ferner hat man auf diese Weise den Vorteil, sich wenigstens terminologisch mit den Hedonisten auf demselben Boden zu befinden. Die Werte, die einen Anspruch des Gegenstands an das Individuum enthalten, werden wir dann als geforderte Werte auszuzeichnen haben. Nicht-geforderte Werte haben zu ihrem umgekehrten Bereiche stets eine mehr oder minder große Anzahl individueller Ichs. Geforderte Werte richten sich ebenfalls nicht begrifflich not-

wendig an ein überindividuelles Ich, scheinen aber doch stets auf ein solches wenigstens hinzudeuten. Rein individuelle, nicht-geforderte Werte sind nicht Grundlage eigentlicher Wertwissenschaften.

Welche Bedeutung hat es nun, daß wir die Wahrheit zu den Werten und näher zu den geforderten Werten rechnen? Für die im Erkennen allein weilende Betrachtung wäre dies unnötig; denn die Wahrheit kann nicht nur ohne irgend welche anderen Werte abgeleitet werden, sondern sie ist sogar der einzige geforderte Wert, dessen Anspruch wenigstens einen indirekten Beweis zuläßt. — Aber dieser Vorzug des Wahrheitswertes, der in der Selbstgarantie liegt, ist doch nur ein logischer Vorzug. Die Beweislücke, die bei den anderen geforderten Werten besteht, ist zwar methodologisch für den Aufbau der ihnen entsprechenden Wertwissenschaften von höchster Bedeutung, begründet aber keineswegs eine sachliche Inferiorität gegenüber dem Wahrheitswerte. Für die wissenschaftliche Betrachtung dieser außerlogischen Wertbegriffe weist freilich die Analogie mit dem logischen den Weg. Andrerseits ist es für die gesamte Philosophie höchst wichtig, daß die Priorität des logischen Wertes nicht aus einer methodischen in eine sachliche verfälscht wird. Man sieht, es sind nicht mehr rein logische, sondern allgemein philosophische Probleme, für die der Begriff „Wert" Bedeutung hat. Daß man die Logik als Wertwissenschaft auffaßt, ist nicht für ihren inneren Aufbau, wohl aber für ihre Stellung zu den übrigen philosophischen Wissenschaften entscheidend. Freilich darf auch der, der diese Bezeichnung in rein logischen Untersuchungen lieber vermeidet, nicht vergessen, daß doch eben alle Kennzeichen des Wertbegriffes in dem Wahrheitsbegriff stecken, daß ihm sonach keines dieser Kennzeichen sondern nur der

Hinweis auf die Existenz außerlogischer Werte am Wertbegriffe entbehrlich ist.

Aus den vorangehenden Bestimmungen des Wertes läßt sich nun auch der Begriff der Wertwissenschaft ableiten. Eine Wertwissenschaft ist ein System wahrer Urteile über Wertungen und Werthaltungen, nebst den zur Bildung dieser Urteile nötigen Urteilen anderer Art, Fragen und Festsetzungen. Sofern eine Wertwissenschaft von allgemeinen Voraussetzungen über eine bestimmte Art des Wertes und die zugehörigen Gegenstände ausgeht, kann sie rein konstruktiv sein. Es ist dabei klar, daß nichtgeforderte Werte nur hypothetische Konstruktionen ergeben, während kategorische Konstruktion, d. h. Konstruktion, deren Resultate den Anspruch auf Geltung für die Werte der Ichs erheben, nur von geforderten Werten ausgehen kann. Darum ist die Anerkennung geforderter Werte geradezu der Angelpunkt aller Philosophie. Und wenn Platon nichts anderes geleistet hätte als jene Entdeckung der Selbstgarantie des Wahrheitswertes, so müßte er schon darum allein als Führer aller echten Philosophie gelten.

Die weitere Ausgestaltung der Wertwissenschaft hängt von den Eigenschaften des leitenden Wertes und des gewerteten Gegenstandes ab. In jedem Falle gehört dazu eine formale Charakteristik des leitenden Wertes und des Gewerteten. Es ist mindestens denkbar, daß auf einem Gebiete sich außerdem nichts aussagen läßt, d. h. daß die einzelnen Beurteilungen einfach und unverbunden nebeneinander stehen. Mehr bedeutet es demgegenüber schon, wenn sich Grade des Wertes angeben lassen. Indessen diese Art der Erweiterung des wissenschaftlich beherrschbaren Gebietes, an die man in Analogie zur Quantifikation in der Naturwissenschaft und in der Geldwirtschaft zuerst zu denken pflegt, ist hier durchaus nicht die wichtigste. Ent-

scheidend vielmehr ist, ob sich aus dem leitenden Wert weitere Werte ableiten lassen, so daß ein teleologischer Zusammenhang entsteht. Das Wort teleologisch ist dabei nicht im engen Sinne von „als Mittel zu einem Zweck betrachtet" gemeint, bezeichnet vielmehr jede durch einen leitenden Wert vermittelte Verbindung. Es ist leicht zu zeigen, daß die Beziehung von Zweck und Mittel durchaus nicht die einzige hier in Betracht kommende Art ist. Um allgemeine Bestimmungen einzuführen, nennen wir die Klasse von Gegenständen, auf die der leitende Wert oder der entsprechende Unwert anwendbar ist, das e n g e r e o d e r i n n e r e G e b i e t d i e s e s W e r t e s. Es bilden also z. B. die Urteile das engere Wertgebiet der Wahrheit. Nun können die Gegenstände dieses Gebietes Teile haben, die, ohne selbst schon Träger des leitenden Wertes zu sein, doch gewisse Forderungen erfüllen müssen, um als Teile in Betracht zu kommen. Ich erinnere beispielshalber an die Begriffe „Gegenstand" und „Identität". In diesem Falle zeigt sich die Unselbständigkeit schon darin, daß man wohl von mangelhafter Erfüllung der Identität, nicht aber von einem ihr entgegenstehenden Unwert reden kann. Wiederum weiter führt es, wenn die Gegenstände des engeren Gebietes nicht nur eine Klasse, sondern zugleich ein Ganzes mit Rücksicht auf den Wert bilden. Wir haben gesehen, daß auf logischem Gebiete so der Fortschritt von der Wahrheit zur Wissenschaft gewonnen wird. Es wäre mindestens denkbar, daß alle diese Beziehungen sich auf einem Gebiete fänden, noch ohne daß der Wert als ein vom Menschen zu erreichender, d. h. als Zweck in Betracht käme. Natürlich bringt eine solche Einsetzung des Wertes zum Zweck eine neue Erweiterung des Betrachtungsgebiets mit sich. Den ganzen Inbegriff nun der abgeleiteten Werte, Forderungen und Zusammenhänge, die auf einem der angedeuteten oder einem anderen Wege sich

als mittelbar dem leitenden Wert zugehörig erweisen, nebst den Klassen von Gegenständen, auf die sie anwendbar sind, bezeichnen wir als das äußere Wertgebiet, äußeres und inneres Wertgebiet zusammen als weiteres Wertgebiet. Es hat keinen Sinn, diese Verhältnisse hier in ihrer abstrakten Möglichkeit weiter zu verfolgen. Konkrete Beispiele dafür haben die voranstehenden Untersuchungen genügend geliefert.

Es könnte noch gefragt werden, ob es über den besonderen Wertwissenschaften eine übergeordnete allgemeine Wertwissenschaft gibt. Man müßte darunter das System der wahren Urteile verstehen, die allgemein aus geforderten Werten überhaupt folgen. Es ist ziemlich klar, daß dies nur sehr wenige und inhaltarme, wiewohl systematisch vielleicht wichtige, Sätze sein können. Neben dieser logisch den einzelnen Wertwissenschaften übergeordneten und daher sachlich von ihnen vorausgesetzten Betrachtung gibt es dann noch eine Wissenschaft, die die einzelnen Wertgebiete in ihrer Eigenart voraussetzt und ihre logischen und realen Verhältnisse zueinander untersucht. Diese Wissenschaft, die zum System der Werte führt, ist die eigentliche Kernaufgabe der Philosophie. Sie baut sich aber erst über den einzelnen Wertwissenschaften auf.

§ 28. Psychologie und Logik.

Wir haben nunmehr die Voraussetzungen entwickelt, die uns gestatten, das viel erörterte Verhältnis zwischen Psychologie und Logik zu erfassen. Erst durch diese abgrenzende Bestimmung kann der Begriff der Logik vollkommen klar werden. Wiederholt schon mußten wir einer Vermischung von Psychologie und Logik entgegentreten. Aber die bloße Auseinanderhaltung der Aufgaben, deren Notwendigkeit ja fast allgemein anerkannt ist, ge-

nügt nicht. Vielmehr ist es notwendig, nicht nur die Gründe des Unterschiedes genau zu erfassen, sondern auch darzulegen, wie die logischen Grundbegriffe unabhängig von Psychologie gebildet werden können. Endlich bedeutet aber Unterscheidung und Auseinanderhaltung nicht Beziehungslosigkeit. Es ist gar keine Frage, daß zwischen Psychologie und Logik auch positive Beziehungen bestehen. Man wird dem Verhältnis beider Wissenschaften nur gerecht, wenn man auch dies berücksichtigt. Freilich läßt sich die positive Beziehung erst verstehen, wenn man beide Wissenschaften vorher streng auseinander gehalten hat.

Alle, die in der Logik eine psychologische Wissenschaft sehen, stützen sich darauf, daß es die Logik mit dem Denken zu tun habe, und daß das Denken als Tätigkeit des Geistes doch zum Gebiete der Wissenschaft vom Geiste, der Psychologie, gehören müsse. Diese Argumentation geht von einer naiv realistischen Bestimmung des Objektes einer Wissenschaft aus. Sie nimmt an, daß das Objekt vor der wissenschaftlichen Tätigkeit fertig da sei, während es in Wahrheit erst durch diese Tätigkeit zwar nicht geschaffen, aber als besonderes Objekt ausgesondert wird. Man täuscht sich über diesen Sachverhalt nur darum so leicht, weil Unterschiede, die den Trennungen der Wissenschaften verwandt und zum Teil auch entnommen sind, tief in unser gewöhnliches Denken und damit in die Erlebniswirklichkeit selbst eingedrungen sind. Wenn man zwei ganz verschiedenen wissenschaftlichen Betrachtungsweisen denselben Gegenstand zuschreibt, so kann man damit nur auf denselben Ort eines raumzeitlichen Zusammenhangs oder auf Inexistenz oder Geltung für denselben Umkreis raumzeitlicher Zusammenhänge abzielen. In unserem Falle könnte man etwa sagen: es sind die nämlichen geistigen Tätigkeiten, deren allgemeine Eigen-

schaften die Psychologie nachkonstruiert, und an die der Anspruch erhoben wird, den logischen Normen zu gehorchen. Aus dieser Formulierung wird sofort klar, daß selbst in dem eben bestimmten eingeschränkten Sinne nur ein Teil der Logik mit einem Teile der Psychologie dasselbe „Objekt" hat. Auf logischer Seite fallen alle die Untersuchungen heraus, die keine normative Wendung enthalten, also die reinen Wertbestimmungen. Aber auch die Normen selbst sind als solche nicht Objekte der Psychologie, sondern nur das durch sie normierte Denken. Natürlich erörtern wir hier sachliche Fragen, nicht rein terminologische. Will jemand den Namen Psychologie so bestimmen, daß auch alle Wertwissenschaften darunter fallen, so ist dagegen als gegen eine bloße Namengebung nur vom Standpunkte der Zweckmäßigkeit aus zu protestieren. Gefordert müßte aber jedenfalls werden, daß die verschiedenen „Teile" dieser Universalpsychologie durch besondere Namen unterschieden und vor allem sachlich auseinandergehalten werden.

Die folgenden Auseinandersetzungen stehen überall unter der Voraussetzung der an früheren Orten entwickelten Begriffe von Psychologie und Logik. Es wird daher gut sein, diese Begriffe noch einmal kurz auseinanderzusetzen. Unter Logik verstehen wir die Wissenschaft, die das Wertgebiet der Wahrheit zum Gegenstande hat. Der leitende Wert Wahrheit selbst, die Urteile, als das, was allein wahr oder falsch sein kann, die komplexen Ziele des Erkennens, deren Notwendigkeit sich aus der Natur des Urteils ergibt, ferner die Möglichkeit, aus wahren Urteilen andere wahre Urteile abzuleiten, müssen von ihr untersucht werden. Psychologie dagegen ist nachkonstruierende Wissenschaft des auf das individuelle Subjekt bezogenen Erlebniszusammenhangs mit der Absicht,

ihn überindividuell erkennbar zu machen. Damit setzt die Psychologie durchaus eine überindividuell erkennbare Außenwelt und eine Mehrheit psychischer Individuen voraus. Wie für alle anderen Einzelwissenschaften sind ferner die allgemeinen Bedingungen des Wahrheitfindens oder Erkennens auch für die Psychologie selbstverständliche Voraussetzungen. Drückt man sich erkenntnistheoretisch aus, so kann man sagen, daß die Psychologie verankert ist in dem Verhältnis des individuellen Subjekts zum überindividuellen, und zwar so, daß sie das individuelle Subjekt zum Objekt des überindividuellen macht. Die moderne Psychologie läßt sich auch als Ergänzungswissenschaft zu der naturwissenschaftlichen Körperwissenschaft ansehen.

Schwierigkeiten dürften sich auch für den, der die voranstehenden Unterscheidungen anerkennt, aus einigen Grundbegriffen der Logik ergeben, die ohne Psychologie nicht faßbar erscheinen. In zwei entgegengesetzten Weisen sucht man sich in solchen Fällen gewöhnlich zu helfen: entweder stützt man sich auf Begriffe wie Wert, Urteil, Ich, um trotz allen Gegengründen die Logik von der Psychologie abhängig zu machen, oder man fordert im Interesse der Trennung beider Wissenschaften die Ausmerzung dieser Begriffe aus der Logik und verlangt, daß keine komplexen psychologischen Gegenstände als Grundbegriffe der Logik fungieren. Man entgeht der Wahl zwischen diesen beiden Ausflüchten, wenn man sich das Wesen des Begriffs völlig klar macht. Logisch gehört zu einem Begriff das und nur das, was in seine Bildung eingegangen ist. Ein Begriff ist also eindeutig bestimmt durch die letzten Gegenstände, Thesen und Urteile, in die er sich zerlegen läßt. Unzerlegbare Begriffe, wenn man den letzten Gegenständen diesen Namen geben will, lassen sich ihrerseits nur mit Hilfe von Urteilen, in denen sie als Gegenstände auftreten, aufzeigen; sowenig

sie also noch urteilshaltig sind, so können sie doch nur mit Hilfe von Urteilen bestimmt werden. Da nun der ganze Urteilszusammenhang der Psychologie von dem der Logik verschieden ist, so müssen auch die in die Begriffe eingehenden oder zur Aufzeigung der letzten Begriffe verwendeten Urteile in beiden Wissenschaften verschieden sein. Es kann also nicht die Rede davon sein, daß Psychologie und Logik die gleichen Grundbegriffe haben, oder daß die Grundbegriffe der Logik komplexe psychologische Begriffe sind. Wo dieser Anschein entsteht, muß es sich entweder um Doppeldeutigkeit von Namen oder um ein komplizierteres positives Verhältnis beider Wissenschaften zueinander handeln. Wir haben das nun für die wichtigsten Fälle darzulegen.

Der Begriff „Wert" selbst ist, wie wir gesehen haben, für die isoliert gedachte Logik nur insofern Grundbegriff, als die in ihm zusammengefaßten Bestimmungen auch in dem Begriffe „Wahrheit" vorkommen. Indessen können wir uns nicht auf diese relative Entbehrlichkeit des Wertes für die Logik berufen, da es uns darauf ankommt, alle Wertwissenschaften als prinzipiell von der Psychologie unabhängig zu erweisen. Wir haben im vorigen Paragraphen diesen allgemeinen Wertbegriff untersucht. Wo eine Klasse von Gegenständen von einem Ich in bestimmter Richtung anerkannt oder abgewiesen wird, reden wir von einem Wertgegensatz. Wir haben so das Wort Wert auf jede objektiviert gedachte Schätzung ausgedehnt, nicht nur auf geforderte Werte, auf Ansprüche an das Individuum, beschränkt, haben aber zugleich betont, daß jede nicht nur hypothetische Wertkonstruktion einen geforderten Wert voraussetzt. Die Psychologie findet nun in ihrem Materiale den Gegensatz von Wert und Unwert vor. Sie hat nicht etwa einen Wertunterschied zu begründen, vielmehr nur

das tatsächliche Auftreten solcher Unterschiede zu erklären. Für sie sind die einzelnen Werthaltungen, mögen sie nun einer größeren oder geringeren Anzahl von Menschen gemeinsam oder nur einem einzelnen vielleicht nur in einer besonderen Stimmung eigentümlich sein, real inexistent. Diesen, wie allen andern psychischen Tatsachen gegenüber hat sie die Aufgabe, sie zu analysieren und kausal zu erklären. Den Gegensatz „Wert, Unwert" wird sie dabei stets auf den Gegensatz der Lust- und Unlustgefühle und den damit zusammenhängenden, wiewohl nicht notwendig damit zusammenfallenden, aneignender und abweisender Willensrichtungen zurückführen. Ob diese Gegensätze sich für die Psychologie als letzte Gegenstände darstellen, ist strittig aber für uns gleichgültig, da auch die Anhänger einer Analysierbarkeit der Grundgefühle in diesen relativ konstante Zusammensetzungen anerkennen. Der Wertgegensatz enthält nun eine assoziative Übertragung der Gefühle auf Gegenstände. Wie daraus eine konstante Richtung des Willens auf bestimmte Gegenstände entsteht, wie diese im Gegensatz zu momentanen Anwandlungen als Anspruch auftritt, kann ontogenetisch oder phylogenetisch insbesondere durch die Sozialpsychologie abgeleitet werden. So entsteht in der Tat der Anschein, als sei der Begriff eines Wertanspruchs, von dem wir harmlos ausgehen, etwas höchst Komplexes. Demgegenüber ist festzuhalten, daß in unserem Begriffe eines Wertanspruches die psychischen Komponenten gar nicht vorkommen. Sie sind für die Wertwissenschaft nicht vorhanden, wenn diese den Anspruch lediglich nach seiner Berechtigung im allgemeinen und in besonderen Fällen untersucht. Es ist weder bewiesen noch wahrscheinlich, daß die berechtigten Werte oder ihre einzelnen Arten psychologisch einheitlich zusammengesetzt oder auf eine besondere Weise entstanden sind. Umge-

kehrt sind die Folgen, die in einer Wertwissenschaft als notwendige Ergebnisse einer bestimmten Art von Werthaltung erwiesen werden, keineswegs psychologisch notwendig mit der Willensrichtung auf diesen Wert oder besser auf einen so gewerteten Gegenstand verbunden. Dazu gehört vielmehr noch, daß die Folge als solche bewußt ist und gebilligt wird. Und bekanntlich ist unser wirkliches Seelenleben keineswegs ein logisches Schließen, der wollende Mensch vielmehr stets ein „Mensch mit seinem Widerspruch". Welche positiven gegenseitigen Hilfsleistungen der Wissenschaften sich aus dem Wertbegriff ergeben, werden wir noch weiterhin zu untersuchen haben.

Größere Schwierigkeiten noch als der Wert scheint das Ich zu bieten, wenn man Logik und Psychologie getrennt zu halten beabsichtigt. Es ist begreiflich, daß manche Logiker diesen Ausdruck am liebsten ganz aus den prinzipiellen Teilen ihrer Wissenschaft verbannen möchten. Der richtig verstandene Satz der Immanenz, so kann man ihre Meinung deuten, macht die Gegenstände des Denkens von den Gesetzen des Denkens abhängig. Diese Gesetze aber als für jedes denkende Ich verbindlich, bedürfen doch zu ihrer Aufstellung keiner Rücksicht auf ein Ich. Es ist durchaus zuzugeben, daß eine Bezeichnungsweise, die etwa nur von der Erkenntniseinheit spräche, sich innerhalb der reinen Logik ganz wohl durchführen ließe. Aber diese Einheit ist dann doch jedem nur aus seinem Ich heraus verständlich, freilich nicht als sein empirisches Ich selbst, doch aber als das Ziel, dessen mögliche Setzung ihm auch das empirische Ich erst eigentlich zu einem Ich macht. Noch weniger entbehrlich erscheint das Ich für das System der Werte. Es ist verständlich, daß das sozusagen partikularistische Interesse einer einzelnen wissenschaftlichen Betrachtungsart nach Bezeichnungen strebt, die gleichsam

obertonfrei sind. Aber in den Grundbegriffen stecken überall Probleme, die über die einzelne Disziplin hinausreichen, und darum ist das anscheinend Unzweckmäßige hier wie so oft das wahrhaft Angemessene — in den Worten, mit denen wir diese Grundbegriffe bezeichnen, sollen die Beziehungen anklingen, die sich bei Überschreitung des Spezialgebiets an sie knüpfen. Reden wir so dem allgemeinen Gebrauch des Ausdrucks „Ich" das Wort, so muß um so mehr auf eine genaue Unterscheidung der verschiedenen Ichbegriffe hingearbeitet werden. Die Psychologie setzt die Mehrheit individueller Bewußtseinszusammenhänge als Material voraus. Jeder psychische Inhalt ist nur im Zusammenhange eines solchen Ich aufweisbar. Die fast paradoxe Aufgabe der Psychologie, den prinzipiell individuellen Zusammenhang überindividuell erkennbar zu machen, muß man auf doppeltem Wege zu lösen suchen: durch allgemeine Bestimmung der individuellen Inhalte, Strukturgesetze und Kausalgesetze einerseits, durch Einordnung in den überindividuellen Zusammenhang der einheitlichen Wirklichkeit andererseits. Aus guten Gründen pflegt die moderne Psychologie diesen überindividuellen Zusammenhang in der Form der mathematischen Naturwissenschaft vorauszusetzen, wobei freilich bekannte Schwierigkeiten besonders dadurch entstehen, daß die den seelischen Vorgängen direkt zugeordneten Funktionen der Organismen mehr als eine nur physikalische Erklärung zu verlangen scheinen. Indessen gehen uns hier diese Schwierigkeiten nichts an, da sie der Psychologie und Biologie gemeinsam sind. Die Einheit des psychologischen Ich ist in jedem Falle der Einheit des Organismus analog zu fassen; der innere Zusammenhang der psychologischen und der biologischen Grundprobleme tritt recht lebhaft hervor, wenn man sich diesen Satz klar macht. Für die Psychologie ist also die Bezogenheit jedes

psychischen Vorganges auf ein individuelles Ich eine vorausgesetzte Eigentümlichkeit ihres Materials, die Stellung der einzelnen Arten und Momente des psychischen Geschehens in und zu diesem Zusammenhange ebenso wie die Bestimmung der Unterschiede verschiedener individueller Ichs dagegen Aufgabe. Für die Logik als reine Wertwissenschaft kommt nur die Abhängigkeit jeder Erkenntnis von den Erkenntnisformen in Betracht. Durch die Einheit dieser Formen gehört jede Erkenntnis dem einen Erkenntniszusammenhange an, den man als überindividuelles Ich bezeichnet, weil er allein vom Ich aus erreichbar ist. Das individuelle Ich als solches ist also in der reinen Logik nur Gerüst, das abgebrochen werden soll. Sobald man freilich von den allgemeinsten Grundsätzen des Erkennens zu ihrer Durchführung und insbesondere zur Wissenschaft übergeht, muß man auch das individuelle Ich voraussetzen, dem die Verwandlung in das überindividuelle Ziel wird. Aber selbst hier kommt das individuelle Ich nur in Betracht, sofern es sich dieses Ziel steckt, und sofern es beim Erstreben dieses Zieles als individuell unter gewissen einschränkenden Bedingungen steht: also im Grunde nur als allgemeines wissenschaftliches Ich. Die besonderen persönlichen Eigenschaften des Forschers nicht nur, sondern sogar die allen Menschen gemeinsamen und für die Ausbildung des Selbstgefühls so wichtigen nicht-intellektuellen Gefühle und Triebe haben hier ganz fern zu bleiben. Erst für Probleme, die außerhalb der eigentlichen Wissenschaftstheorie liegen, tut man gut, sich daran zu erinnern, daß im Ich alle diese verschiedenen Seiten zu einer Einheit zusammenwachsen. Trotz dieses Zusammenhanges, den wir durch den gemeinsamen Ausdruck „Ich“ im Bewußtsein halten, ist für Psychologie und Logik das Ich zunächst in ganz verschiedenem Sinne Gegenstand, und keine von

beiden Wissenschaften kann sich die Ergebnisse der andern angliedern oder durch sie widerlegt werden.

Bei allen andern Grundbegriffen ist die Auseinanderhaltung von Psychologie und Logik viel leichter. Den Begriff des Urteils z. B. haben wir rein von der Wahrheit her definiert; hier ist die rein logische Begriffsbildung klar. Und dasselbe gilt von den Teilen des Urteils, von Gegenstand und Relation, von Materie und Entscheidung. Erst wenn man diese rein logischen Gegenstände als normativ auffaßt, entsteht aus ihnen ein Anspruch an den einzelnen Menschen. Sobald man von Urteilsbildung, Urteilsakt usw. redet, denkt man an die Prozesse in der einzelnen menschlichen Seele, durch die diese den logischen Normen genug zu tun sucht. Auch diese Anspruchsbegriffe, wie wir sie nennen können, sind keine psychologischen Begriffe, insofern man aus rein psychologischen Gedankengängen heraus gar keine Motive hätte, sie zu bilden. Aber freilich stellen sie an die Psychologie eine Aufgabe, nämlich zu untersuchen, wie die Befriedigung eines solchen Anspruches unter den Bedingungen des individuellen Seelenlebens sich vollziehen kann. Die Unterscheidung von Wahrheit und Irrtum ist gewiß nicht psychologisch zu begründen, aber daß, um mit Bacon zu reden, idola tribus und idola fori entstehen, folgt aus psychologischen Gesetzen und ist eine zwar nicht für die reine Logik, doch aber für die praktische Durchsetzung logischer Normen wichtige Einsicht.

Was bisher an einigen entscheidenden Grundbegriffen festgestellt wurde, ist nun allgemein zu formulieren. Die reine Logik, die es nur mit den inneren Zusammenhängen der Erkenntnis zu tun hat, bedarf gar keiner Anleihen bei der Psychologie. Es ist sogar nicht unausführbar, ihre Grundbegriffe so zu fassen, daß der Schein einer Berührungslosigkeit mit der Psychologie entsteht. Will man das aber

tun, so zerschneidet man zugleich die Verbindungsfäden, die die Logik mit dem System der Werte verknüpfen, und macht sich den Übergang zur eigentlichen Wissenschaftstheorie unnütz schwer. Sachlich ist es viel angemessener, die so vielen Gebieten gemeinsamen Namen „Ich“ und „Wert“ beizubehalten, dabei aber innerhalb jedes Gedankenkreises nur die jeweils aufgenommenen Eigenschaften als Gegenstände zu setzen. Man kann, soweit nötig, durch determinierende Eigenschaftswörter daran erinnern. Sobald das logische Wertsystem normativ gewendet wird, entstehen Anspruchsbegriffe, die an sich nichts Psychologisches enthalten, aber doch, als an das individuelle Ich gerichtet, eine Berührungsfläche mit der Psychologie darbieten. Unter den Grundbegriffen gehört hierher der der Evidenz, den wir früher in diesem Sinne analysiert haben. Geht man dann von der Norm zur Durchsetzung der Norm über, so gelangt man zu Erfüllungsbegriffen, die, von logischen Gesichtspunkten her gebildet, nun doch psychologische Bestandteile aufnehmen müssen. Die Identität des Gegenstandes ist ein rein logischer Begriff, die Festhaltung dieser Identität ein Anspruchsbegriff, die Erfüllung dieses Anspruches durch die Mittel der Bezeichnung ein Erfüllungsbegriff. Auf diese Stufe, auf der Logisches und Psychologisches sich so innig verflechten, gehört die von Husserl in neuerer Zeit besonders ausgebildete Bedeutungslehre. Der Fehler der älteren Psychologie bestand in der als selbstverständlich vorausgesetzten und doch falschen Annahme, daß die Erfüllungsbegriffe der Logik und der übrigen Wertwissenschaften psychologische Grundbegriffe seien. Die gröbsten Irrtümer dieser Art sind mit dem Sturze der Vermögenspsychologie gefallen; aber nicht immer gelingt es auch modernen Psychologen, Begriffe wie Vorstellung, Gefühl und Wille ganz frei von Wert-

erfüllungen zu halten. Es ist an dieser Stelle zu betonen, daß gerade auch für die praktischen Aufgaben der angewandten Logik eine streng psychologische Psychologie mit wertfreien Grundbegriffen, die sich zugleich alle Hilfsmittel und Ergebnisse der modernen Wissenschaft zunutze macht, erforderlich ist.

Es ist übrigens nicht auszuschließen, daß psychologische Einsichten der Logik auch außerhalb der angewandten Wissenschaft gewisse Dienste leisten. Wir haben am Beginn unserer Untersuchung den Begriff des überindividuellen Ich mit Hilfe psychologischer Erwägungen dem Verständnis näher zu bringen gesucht. Das ist unschädlich, solange man nur den vollendeten Begriff psychologiefrei denkt. Analysiert man einen solchen Weg mit Hilfe der jetzt gewonnenen Gesichtspunkte, so findet man, daß er von Erfüllungsbegriffen über Anspruchsbegriffe zu reinen Wertbegriffen fortschreitet, also den Gang der reinen logischen Wissenschaft umkehrt. Auch hier, wie so oft, ist das der Sache nach erste vom Standpunkte unseres gewöhnlichen Denkens aus gesehen das fernste.

Natürlich leistet nicht nur die Psychologie der Logik Dienste, sondern bedarf wie jede andere Wissenschaft der logischen Grundlegung. Ja diese Fundierung hat bei ihrer gegenwärtigen Lage für sie größere Bedeutung als für weiter durchgebildete Wissenschaften, wie etwa die Physik. Außerdem empfängt die Psychologie in den Anspruchs- und Erfüllungsbegriffen von der Logik wie von den übrigen Wertwissenschaften Aufgaben, die neben ihrem praktischen durchaus auch theoretisch-psychologisches Interesse bieten. So hindert die prinzipielle Scheidung der Aufgaben in nichts die fruchtbare Wechselwirkung der Wissenschaften, sondern macht diese im Gegenteil erst recht möglich, indem sie an Stelle eines verworrenen Durcheinanders eine

klare Erkenntnis der Berührungspunkte und gegenseitigen Hilfsdienste setzt.

§ 29. Die Teile der Logik.

Daß die Logiker sich untereinander so wenig verstehen, liegt großenteils daran, daß viele nur eine unter den verschiedenen Teilaufgaben ihrer Wissenschaft sehen und fremde Untersuchungen, statt sie an ihrem Orte gelten zu lassen, abweisen. Schon aus diesem Grunde werden wir nicht umhin können, uns die Einteilung der Logik und den Zusammenhang ihrer Teile untereinander klar zu machen. Dazu kommt aber, daß die Gesamtaufgabe erst aus den Teilen in ihrer ganzen Größe und Bedeutung erkannt werden kann. Es soll natürlich hier nicht etwa die zweckmäßigste Gliederung eines logischen Lehr- oder Handbuches angegeben werden. Uns beschäftigt lediglich die prinzipielle Untersuchung, welche Aufgaben sich aus dem Begriffe der Logik systematisch notwendig ergeben. Da das System dieser Aufgaben keine lineare Reihe bildet, so werden für die Darstellung verschiedene Reihenfolgen möglich sein, ganz abgesehen noch davon, daß didaktische Rücksichten vielfach andere Einteilungsprinzipien empfehlen können.

Logik ist die Wissenschaft von dem Wertgebiet, dessen leitender Wert die Wahrheit ist. Unter Wertgebiet verstehen wir dabei das weitere Wertgebiet. Hierdurch ist zunächst eine allgemeine Bestimmung darüber getroffen, was zur Logik gehört und was nicht. Da und nur da, wo der wissenschaftliche Urteilszusammenhang durch den leitenden Wert Wahrheit bestimmt ist, haben wir es mit logischen Untersuchungen zu tun. Es genügt dazu nicht etwa, daß die in den Urteilen eines Zusammenhangs auftretenden Gegenstände eine Beziehung zu dem Wahrheitswerte enthalten — sonst

müßte die Psychologie des Erkennens und die Geschichte der Wissenschaft zur Logik gehören — vielmehr müssen die inneren vom leitenden Werte abhängigen Verhältnisse des Wertgebietes als solche oder die Durchsetzung des Wertes und der von ihm abgeleiteten Ziele den Gedankengang beherrschen. Die notwendigen Bedingungen der Wertentscheidung bilden überall das eigentliche Bindeglied in logischen Untersuchungen.

Schon im vorigen Paragraphen haben wir die Logik als reine Wertwissenschaft von ihrer normativen Wendung und ihrer realen Erfüllung und Durchsetzung unterschieden. Was dort für die einzelnen logischen Grundbegriffe ausgeführt wurde, gilt ebenso für die logischen Urteile und damit für die ganze Logik. Unter *reiner Logik* verstehen wir demnach die wissenschaftliche Untersuchung des Wertgebietes, dessen leitender Wert die Wahrheit ist, ganz ohne Rücksicht darauf, wie sich das Individuum zu diesem Wertgebiete verhält. Einheit der Erkenntnis ist hier lediglich das rein erkennende überindividuelle Ich. Es ist nicht korrekt, die so rein ausgesprochenen Wertgrundsätze als Normen zu bezeichnen, da eine Norm oder ein Befehl etwas zu Normierendes verlangt. Die reine Logik aber kann so getrieben werden, daß das menschliche Denken als von ihr normiert ganz außer Betracht bleibt; oder, besser gesagt, die Urteile der Logik als reiner Wertwissenschaft setzen lediglich das überindividuelle Subjekt, keineswegs aber den einzelnen Menschen voraus. Innerhalb dieser reinen Logik sind wiederum zwei Aufgaben zu unterscheiden. Es ist zu untersuchen, was allgemein dem auf seine Wahrheit hin zu Bewertenden zukommt, welche Zusammenhänge und abgeleiteten Werte, welche gültigen Grundsätze sich für das Gebiet des Erkennens ableiten lassen. Dies nennen wir *prinzipielle Logik*. Nun enthält aber das als wahr Be-

wertete selbst notwendig eine Wahrheitsentscheidung oder, was dasselbe bedeutet, jedes Urteil ist eine Bejahung oder Verneinung. Aus der Wahrheit eines Urteils oder mehrerer Urteile folgt die Wahrheit oder Falschheit anderer Urteile. Alle Wissenschaften haben es mit solchen Folgerungen zu tun. Die Logik hat die allgemeinen Grundsätze dafür aufzustellen. Natürlich können diese Grundsätze als allgemein nicht an der besonderen Natur der Gegenstände haften, sondern nur an dem, was allen Urteilen gemeinsam ist, oder doch an den wesentlichen Unterschieden dieser gemeinsamen Eigenschaften. Gemeinsam aber ist allen Urteilen, daß sie Bejahung oder Verneinung einer Relation zwischen Gegenständen sind. Den Gegenständen gemeinsam ist lediglich die Gegenstandsetzung oder Identität, die, wie wir wissen, kein Prinzip zu Urteilen, also auch kein Prinzip zu Folgerungen ist. Aus der Bejahung oder Verneinung ergibt sich der Satz des Widerspruchs, der es ermöglicht, aus jedem wahren Urteil ein falsches abzuleiten und umgekehrt. Aber dieser Satz vermag für sich allein niemals wahre Urteile aus wahren zu folgern. Dazu ist vielmehr überall die Urteilsrelation erforderlich, und zwar gehört zu allen wirklich fruchtbaren Folgerungen Kenntnis allgemeinster formaler Unterschiede der Relationen. Diese Unterschiede sind nun aber nur Unterschiede der möglichen Folgerungen und beziehen sich nicht auf den sachlichen Inhalt der Relation oder der zugehörigen Gegenstandsklasse. Jene Unterschiede der Folgerungsmöglichkeiten lassen sich teleologisch aus dem Ziel des Urteilszusammenhangs ableiten, sind also selbst logischer Art. Die vollständige Übersicht über die so ermöglichten Folgerungsweisen kann man in der Form eines Algorithmus zu geben suchen. Aber nicht nur äußerlich hat die f o r m a l e L o g i k Ähnlichkeit mit der Mathematik, auch sachlich läßt sie sich als allgemeine

Grundwissenschaft der Mathematik ansehen; denn das System der Folgerungsweisen gibt das allgemeine Schema aller rein konstruktiven Zusammenhänge. Es ist daher begreiflich, daß in der wirklichen Ausübung der Wissenschaften formale Logik und Mathematik zusammen gepflegt werden. Will man beide Gebiete prinzipiell trennen, so muß man der Logik die Kenntnis der allgemeinen Folgerungsweisen, der Mathematik die Konstruktion aller Systeme zuweisen, die sich daraus unter Voraussetzung gewisser Eigenschaften der Urteilsgegenstände ergeben. Diese Eigenschaften müssen sich als rein konstruktiv durch Axiome über Relationen ausdrücken lassen. Der Mathematik gehören Systeme mit rein hypothetischen Axiomen ebenso gut an, wie solche mit apriorisch gültigen. Erst bei der Frage der Anwendbarkeit der Mathematik auf Realitäten unterscheiden sich beide.

Die Bezeichnung „formale Logik“ ist im Anschluß an die übliche Ausdrucksweise gewählt und auch insofern berechtigt, als sich dieser Teil der Logik behandeln läßt, ohne daß auf die sachliche Begründung der Folgerungsregeln Rücksicht genommen zu werden braucht. Im übrigen sind die Wörter Inhalt und Form so belastet, daß sie bisher absichtlich vermieden wurden. In einem bestimmten Sinne ist natürlich die ganze Logik formal; denn sie hat es mit den allgemeinen Bedingungen des Wahrheitswertes, nicht mit der aus dem besonderen „Inhalt“ sich ergebenden Wahrheit des einzelnen Urteils zu tun. Nur muß man, wenn man sich so ausdrückt, das Mißverständnis fernhalten, als gehörten zu jenen allgemeinen Bedingungen des wahren Urteils nur die Denkformen, oder als werde der prinzipielle Gegensatz der Evidenzanteile überwunden, wenn man die allgemeine Notwendigkeit der Denkfremdheit, weil allgemein, als formal, und weil zugleich zum Denken

gehörig, als Denkform bezeichnet. Man würde auf diese Weise lediglich das Wort „Form" in zwei verschiedenen Bedeutungen gebrauchen.

Die formale Logik erscheint in der Ausführung so verschieden von der prinzipiellen, daß formale und prinzipielle Logiker einander oft gar nicht verstehen. Trotzdem hängen beide auf das innigste zusammen; denn die Möglichkeit der formalen Logik beruht auf der Grundbedingung dieser Wertwissenschaft. Das Erkennen erkennt hier den in ihm selbst liegenden Wert, das Bewertete enthält den Erkenntniswert selbst. Daraus entsteht die Möglichkeit, sowohl vom Werte wie vom Bewerteten auszugehen. Die Selbstgarantie des Denkens und die Entscheidungshaltigkeit jedes Urteils sind zwei Folgen desselben Verhältnisses. Man hat sich diesen Zusammenhang kaum je klar gemacht und wohl eben deshalb seine Folgen überschätzt. Hier scheint nämlich das verborgene Motiv für die immer wiederholten Bemühungen zu liegen, die ganze formale Logik aus dem Satze des Widerspruchs abzuleiten. Gewiß ist sie ohne ihn unmöglich, aber sie setzt viel mehr voraus: die Grundeigenschaften des Urteils und die formalen Verschiedenheiten der Relationen.

Alle Grundbegriffe und Grundsätze der reinen Logik lassen sich normativ wenden. Sobald man einen Erkenntniswillen voraussetzt, muß dieser sich, um wahre Urteile zu bilden, nach jenen Gesetzen richten. Das gilt ebenso von den logischen Prinzipien wie von den Ableitungen der formalen Logik, die durch diese Wendung zu Folgerungsregeln werden. Die normative Wendung ergibt nun aber keine bloße Wiederholung; sondern, da sie einen Intellekt voraussetzt, der irren kann, enthält sie auch eigene Grundbegriffe, unter denen die Evidenz der wichtigste ist. Es ist durchaus nötig, reine Logik und normative Logik be-

grifflich zu trennen, in der wirklichen Ausführung der logischen Wissenschaft aber werden diese beiden Teile fast stets verbunden miteinander auftreten. Nur ist dann aus der reinen Norm alles fern zu halten, was den besonderen Bedingungen ihrer Durchführung angehört. Nimmt man diese Bedingungen hinzu, so entsteht eine neue Stufe, deren Begriffe Erfüllungsbegriffe sind; wir wollen sie als praktische Logik bezeichnen. Wir ziehen diesen Ausdruck dem naheliegenden „technische Logik" vor, weil man oft auch die formale Logik technisch nennt.

Mit dieser Einteilung nun kreuzt sich eine zweite, die in mancher Beziehung noch wichtiger ist. Aus der Natur des Urteils folgt die Notwendigkeit des Urteilszusammenhangs. Da unser gesamtes Erkennen unter der Bedingung des Utraquismus steht, so tritt der nur mit Hilfe von Demonstrationen erfaßliche Zusammenhang der einen Wirklichkeit als Ziel auf. Um aus der Wirklichkeit einen Zusammenhang zu machen, oder besser, um die Wirklichkeit als Zusammenhang zu konstituieren, dienen die Kategorien. Bezeichnen wir die Logik, die es mit beliebigen Urteilen und Urteilsgefügen zu tun hat, als allgemeine Logik, so können wir hier den Kantschen Ausdruck transzendentale Logik anwenden. Nur brauchen wir als Gegensatz mit guter Absicht nicht das Wort formale Logik, weil die logische Prinzipienlehre durchaus nicht lediglich formal ist, sondern wir ziehen den Ausdruck „allgemeine Logik" vor. Die transzendentale Logik ist im Sinne der ersten Unterscheidung Prinzipienlehre. Ihr entspricht keine normative und praktische Wissenschaft, weil, wie wir sahen, die Wirklichkeit sich nicht als rein logischer Zusammenhang bestimmen läßt, sondern notwendig über sich hinaus zur Wissenschaft weiter treibt. Der so geforderte dritte Teil der Logik könnte als Wissenschaftslehre bezeichnet werden, wenn dieser Ausdruck nicht

von seinem Schöpfer Fichte einen sehr viel weiteren Sinn erhalten hätte. Wir reden daher lieber von Wissenschaftstheorie, obwohl dies Wort recht schwerfällig klingt. Diese Theorie setzt, wie wir wissen, das die Wissenschaft wollende Ich und damit auch eine individuelle Determination im Ich voraus. Trotzdem lassen sich die Wissenschaften als reine Ziele betrachten, was denn auch die prinzipielle Wissenschaftstheorie tut. Erst wenn man von den idealen Wissenschaften zur wissenschaftlichen Arbeit übergeht, wird dieser Teil der Logik als Methodologie normativ und bei Aufnahme der besonderen Erfüllungsbedingungen praktisch. Da ferner aus den besonderen Bedingungen der Wissenschaften auch Determinationen der Folgerungsregeln sich ergeben, kann man auch von einer formalen Methodologie reden. Daß diese begrifflich unterschiedenen Teile hier noch weniger als bei der allgemeinen Logik in der wirklichen Arbeit getrennt sein werden, ist klar. Für die prinzipielle Betrachtung der Wissenschaften, welche ja die Wissenschaft notwendig als vollendet setzt, paßt der Ausdruck Methodologie so wenig, daß wir sie lieber als Wissenschaftstheorie im engeren Sinne bezeichnen. Nach diesen Bemerkungen wird die folgende Tabelle verständlich sein.

Teile der Logik.

	Charakteristik der Hauptteile			Unterteile. Einteilungsgrund: Stufen der Wertdurchsetzung			
				reine Wertwissenschaft			
	Name	Zusammenhang	zusammenhangbildend	prinzipiell	formal	normativ	praktisch
Einteilungsgrund, Zusammenhang	allgemeine Logik	Urteilsgefüge	Relation	prinzipielle Logik	formale Logik	normative Logik	praktische Logik
	transzendentale Logik	Wirklichkeit	Kategorie als konstitutiv	transzendentale Logik	—	—	—
	Wissenschaftstheorie	Wissenschaft	Methodologisch determinierte Kategorie	Wissenschaftstheorie im eng. Sinne	formale Methodologie	normative Methodologie	praktische Methodologie

Die Untersuchungen dieses Buches gehören in ihren wesentlichen Teilen der prinzipiellen Logik und zwar sowohl der allgemeinen wie der transzendentalen an. Obwohl wir diese beiden Teile unterscheiden, ist es uns doch vor allem wichtig, dem Aberglauben ein Ende zu machen, als sei die allgemeine Logik aus dem Satze des Widerspruches allein abzuleiten und durch eine Kluft von der transzendentalen geschieden. Gerade der Utraquismus, der durchaus bereits der allgemeinen Logik angehört, hindert diese Trennung. Wie wir den Zusammenhang dieser beiden ersten Teile betonen, so auch den von transzendentaler Logik und Wissenschaftstheorie. Wir konnten und wollten darum methodologische Erwägungen nicht beiseite lassen, obwohl sie nirgends unsere eigentliche Aufgabe bildeten.

Kapitel XI.

Die Ziele des Erkennens.

§ 30. Begriff und Anschauung.

Noch immer fehlt uns eine klare und einfache Formulierung für die Erkenntnisziele. Sie sind als Urteilszusammenhänge, als Wissenschaften bestimmt worden. Es wurde gezeigt, daß und warum sich die Wissenschaften nicht einer einzigen Universalwissenschaft einordnen lassen. Aber gerade in dem transgredienten Moment, das so nicht nur dem Urteil, sondern auch der Wissenschaft anhaftet, liegt etwas Unbefriedigendes. Ein Ziel, so scheint es, muß als erreicht wenigstens gedacht werden können. Dazu kommt die neue Schwierigkeit, daß Erkenntnis doch zugleich Erkenntnis der Wirklichkeit sein will, und daß die Wirklichkeit weder als ein fertiges abzubildendes Ganzes dem Erkennen gegenüber steht, noch ein rationales Gebilde ist. Die naive

Sicherheit der großen alten Rationalisten beruht darauf, daß sie an diese beiden falschen Voraussetzungen ohne Untersuchung glaubten. Ihnen war es selbstverständlich, daß unser Geist etwas abspiegelt, was einfach da ist, und sie zweifelten nicht daran, daß das wahrhaft Wirkliche in diesem Daseienden objektive Vernunft oder doch objektiv vernünftig sei. So fiel das Erkenntnisziel, die vollendete Vernunft und die wahre Wirklichkeit in eins zusammen, und alle Schwierigkeiten reduzierten sich auf das Verständnis unserer Unvollkommenheit, auf die Erklärung, warum wir doch eben so ganz anders zu unseren Erlebnissen stehen, als dieses Ideal es fordert. Seit Kants kopernikanischer Tat müssen wir statt von einer Welt vom Erkennen ausgehen; was vorher das Letzte war und die verwickeltste Aufgabe der Erklärung bot, ist nun das erste und unerklärlich in dem Sinne, in dem überall die obersten Grundsätze der Ableitung spotten. Mit dieser Umwälzung verbindet sich bereits bei Kant die Überzeugung von einer Doppelheit in jeder Erkenntnis. In dem berühmten Satze, „Gedanken ohne Inhalt sind leer, Anschauungen ohne Begriffe blind", ist diese Einsicht niedergelegt, aber nicht exakt formuliert. Der Mangel in Kants Formel ist ein doppelter. Einmal fehlt die klare Einsicht, daß der Utraquismus sich auf jedes Urteil bezieht, anderseits sind in „Begriff" und „Anschauung" Ausdrücke gebraucht, die eher auf Erkenntnisziele als auf Voraussetzungen hinweisen. Natürlich liegt auch hier keine bloße Verwirrung vor, sondern es besteht ein wirklicher Zusammenhang zwischen dem Utraquismus der Voraussetzungen und den Zielen. Aber dieser Zusammenhang ist nicht Identität, sondern bedarf besonderer Ableitung. Die Vieldeutigkeit der Worte Anschauung und Begriff haben wir bereits dadurch eingeschränkt, daß wir beide Ausdrücke aus unserem ersten

Grundsatz des Utraquismus fortgelassen haben. Wir schließen dadurch besonders bei „Begriff“ eine bei Kant öfter auftretende Bedeutung aus, die Begriff mit Kategorie, begriffbildender Funktion oder normativ gefaßtem Denkanteil gleich setzt. Kants eigenste Gedanken zu Ende gedacht zerstören Kants Terminologie. Kein Wunder; denn diese Terminologie kann nur auf dem Boden der rationalistischen Abbildtheorie leben, auf dem sie entstand, und diesen Boden hat Kants Kritik abgegraben.

Unsere weitere Untersuchung knüpfen wir an die übrig bleibenden Bedeutungen von Begriff und Anschauung an, nicht in dem Sinne einer Sonderung aller der verschiedenen Verwendungen dieser Wörter, die in der Geschichte aufgetreten sind, doch aber mit der Absicht, die wesentlichen Denkmotive bloß zu legen, die ihnen zugrunde liegen. Gewiß liegt hier wie oft der Gedanke nahe, daß der Logiker gut täte, sich um die überlieferte Ausdrucksweise gar nicht zu kümmern und aus seinen Prinzipien heraus sich seine Termini festzusetzen. Aber es entsteht bei solchem Vorgehen die Gefahr, daß er für die Probleme, die seinem zufälligen Ausgangspunkt ferner liegen, blind wird. Auch die Logik hat etwas Nachkonstruktives in sich. Sie ist zwar nicht Nachkonstruktion irgend eines wirklichen Denkens oder, besser gesagt, irgend welcher wirklicher Vorgänge, die den Anspruch erheben, Erkenntnis zu sein; aber sie ist doch eine Wertkonstruktion der notwendig geforderten Erkenntnisziele, deren Eigenart aus den Eigenschaften des als wahr Gewerteten und damit aus den Bedingungen des wirklichen Erkennens folgt. Diese Ziele sind klar geworden im Laufe der Geschichte der Philosophie. Wenn wir unter „Entwicklung“ nicht das Auftreten neuer Ziele, sondern nur die Herausstellung der stets geforderten Ziele für das Bewußtsein der wissenschaftlichen Menschen verstehen, so

können wir sehr wohl sagen, daß sich diese Ziele im Laufe der Geschichte entwickelt haben. Begreiflich genug also, daß uns die historisch gewordenen Wortbedeutungen zwar gewiß keine Norm, wohl aber einen Boden darstellen, aus dem der Denker „ein Antäus an Gemüte“ sich neue Kraft holt, wenn er in der dünnen Luft selbstgeschaffener Ausdrücke seine Stärke schwinden fühlt.

Begriff und Anschauung werden oft als Gegensätze gebraucht, sind aber doch nicht so einfach gegensätzlich, daß beide am besten miteinander geklärt werden könnten. Vielmehr zeigt schon die Möglichkeit eines Ausdrucks wie „konkreter Begriff“, daß beiden doch auch etwas Gemeinsames zukommt. Es wird daher richtig sein, zuerst den Begriff allein zu betrachten, da dieser viel eindeutiger auf Erkenntnis bezogen ist als die Anschauung. Hier tritt uns in der Tat sogleich eine Frage entgegen, die uns in den Kern der Zielprobleme hineinführt. Begriff bedeutet zugleich ein Erkenntnisziel und einen möglichen Urteilsgegenstand. Dadurch entsteht die Frage: kann ein Urteilsgegenstand Erkenntnisziel sein, während doch jede Erkenntnis ein ganzes Urteil ist, und sich bisher alle Erkenntnisziele als Urteilsgefüge ergeben haben? Wir können vielleicht hier weiter kommen, wenn wir uns erinnern, daß Begriff nicht immer als absoluter, sondern meist als ergänzungsbedürftiger Ausdruck gebraucht wird. Wir reden vom Begriff der Zahl, des Säugetiers, des Rechtsstaates oder der Wissenschaft. In solchen Ausdrücken ist der Begriff von der Sache, die begriffen werden soll, zugleich verschieden und doch mit ihr eins; denn was ist das Säugetier anders als sein vollständiger Begriff? Es ist ja keine Realität, sondern hat nur reale Inexistenz. Man könnte allenfalls sagen, daß in der Sache Säugetier diese Inexistenz in einem gewissen Umkreise von Realitäten zum Begriff hinzukäme, aber wie

stände es dann mit rein normativen Begriffen wie Wissenschaft, oder mit rein konstruktiven wie Zahl? Höchstens wäre es möglich, hier der Inexistenz entsprechend das notwendige Gefordertsein bzw. die apriorische Geltung zu betonen. Überall, so sehen wir, wird der bloße Begriff zum Begriff einer Sache durch seine Beziehung auf den einen Wirklichkeitszusammenhang. Nun ist aber der Begriff nicht nur der Sache, sondern außerdem einer unbegrifflichen Auffassung der Sache entgegengesetzt. Diese Unterscheidung gehört augenscheinlich der praktischen Logik an und trennt verschiedene Durchsetzungsstufen der logischen Norm voneinander. Unter Begriff versteht man dann das erreichte Ziel, während man die Vorstufe, von der der wissenschaftliche Mensch zur Begriffsbildung weiter geht, und die je nach der geschichtlichen Lage mehr oder minder fern von dem Ziele steht, doch aber immer schon Erkenntnisarbeit enthält, als Vorstellung bezeichnet. Da dieses Wort außerordentlich vieldeutig ist, wollen wir an seiner Statt das Wort Vorbegriff anwenden, das schon durch seine Bildungsart sich als Anspruchsbegriff mittlerer Stufe kennzeichnet. Die Wortbedeutung ist die häufigste Erfüllung des Vorbegriffs. Begriff und Vorbegriff sind beide Heraushebungen eines Gegenstandes; aber während der Begriff seinen Gegenstand scharf abgrenzt und in letzte Gegenstände, Urteile und Thesen analysiert, pflegt beim Vorbegriff die Abgrenzung mehr oder minder unbestimmt zu bleiben, und die Analyse zu fehlen oder unvollkommen zu sein. Wenn sich nun also der Begriff doch wieder als ein Urteilsgefüge im weiteren Sinne des Wortes herausstellt, so wiederholt sich unsere anfängliche Frage in der Form: warum faßt sich das Urteilsgefüge in Begriffe zusammen?

Einige wollen in solchen Zusammenfassungen lediglich eine Bequemlichkeit, eine Denkökonomie sehen. Indessen

schon der Umstand, daß Begriffe als ganze Urteilsgegenstände werden, d. h. daß neue Beziehungen von ihnen bejaht oder verneint werden können, die nicht etwa ihren einzelnen Bestandteilen, sondern dem Begriff als ganzem zukommen, beweist das Gegenteil. Die Einheit eines solchen Urteils würde nicht zerstört werden, wenn man in dem das Urteil aussprechenden Satze an Stelle des Begriffswortes seine ausführliche Definition setzte. Aber dadurch würde man auch nicht den Begriff vermeiden; denn diese Definition träte eben doch für einen einheitlich gedachten Gegenstand ein. Die Bildung komplexer Gegenstände bleibt Vorbedingung aller Erkenntnis, die über die elementarsten Verbindungen hinausgeht. Aber noch mehr, auch ein ganzer, selbst ein rein konstruktiver Erkenntniszusammenhang ist doch eben nicht eine bloße Summe von Urteilen, sondern muß als Zusammenhang ebenfalls in begrifflicher Einheit gedacht werden. Als diese Einheit tritt er vielfach in Urteilen auf, ohne daß damit der Anspruch erhoben würde, den Urteilszusammenhang in allen seinen Teilen zu kennen. Der Zusammenhang kann, ohne daß er vollständig bekannt ist, als geforderter Gegenstand definiert sein; ja er muß das, wenn man überhaupt irgendwie entscheiden will, was dazu gehört oder nicht. Will man hier Begriff und begriffene Sache trennen, so bilden jene Postulate den Begriff, der Zusammenhang als Ganzes die begriffene Sache. Erläutern wir das an einem Beispiel. Wir bestimmen Logik als Wertwissenschaft des Erkennens, eine Bestimmung, die näher Wissenschaft von dem Wertgebiete, dessen leitender Wert Wahrheit ist, bedeutet. Damit ist der Begriff der Logik gegeben, nicht die Logik selbst, deren Vollendung vielmehr vollständige Erfüllung der Forderung bedeutet, die in diesem Begriffe steckt. Es ist daher begreiflich, daß Begriffe auch in konstruktiven Wissenschaften Urteilsgegen-

stände werden können, selbst wenn über die Existenz des Begriffenen in dem betreffenden Zusammenhange gar nichts ausgemacht ist. Quadratwurzel aus zwei ist auch für den ein ganz legitimer Begriff, der nur ganze Zahlen anerkennt; nur würde die begriffene Sache fehlen. Hieraus wird das Verhältnis von Begriff und Sache in demonstrativen Zusammenhängen klar. In diesem Falle kann der Begriff in zwei ganz verschiedenen Weisen bestimmt werden: von der demonstrativen Abgrenzung her, oder von der hier als Nachkonstruktion auftretenden Konstruktion her. Der Gegensatz entspricht unserem Methodengegensatz von Komprehension und Suffektion. Eigentlich ist nur im zweiten Falle der Begriff gegeben, im ersten dagegen die Sache als zu begreifende. Ganz eigentümlich gestaltet sich das Verhältnis in der Geschichte. Hier soll eine historische Erscheinung in ihrer durch Beziehung auf einen Wert bestimmten Bedeutung erkannt werden. Auch dabei kann man von der demonstrativen Abgrenzung der Erscheinung oder von der Wertbezogenheit ausgehen. Man kann also z. B. die Literaturbewegung des Sturmes und Dranges einerseits als eine von einem bestimmten Kreise von Männern in einer bestimmten Zeit angeregte Bewegung, anderseits als eine bestimmt gerichtete Bewegung, die der Aufklärung aus ihr selbst heraus Opposition macht, ansehen. Im ersten Falle wird alles, was Goethe im Anfang der 70er Jahre schrieb, zum Sturm und Drang gerechnet werden müssen, im zweiten werden wir z. B. im Goetz auch Spuren früherer Richtungen finden können.

Bei unserer Ausdehnung des Begriffs „Begriff“ kann nicht davon die Rede sein, daß der Begriff allgemein sein müßte. Innerhalb der konstruktiven Zusammenhänge gibt es nicht-allgemeine Begriffe, wie Quadratwurzel aus zwei, und inbezug auf die Wirklichkeit sind die eigentlich histo-

rischen Begriffe prinzipiell nicht-allgemein. Richtig ist nur, daß niemals alle Merkmale einer stets unerschöpflichen besonderen Realität in den Begriff aufgenommen werden können.

Fraglicher könnte es sein, ob wir nicht die Wesentlichkeit für das Erkennen unter die Merkmale des Begriffes hätten aufnehmen sollen. Es sträubt sich etwas in uns dagegen, grünblaues Dreieck einen Begriff zu nennen. Indessen besteht doch die Möglichkeit, beliebige Zusammenhänge als geklärte Gegenstände zusammenzufassen, und diese wichtige Funktion bedarf eines Ausdrucks für ihre Erzeugnisse. Wir ordnen also auch solche ohne wesentliches Interesse gebildete einheitliche Gegenstände dem allgemeinen Begriff „Begriff" unter, zumal es ja sehr leicht ist, die wesentlichen Begriffe eben als solche zu kennzeichnen. Der Begriff ist wie das Urteil rein ideal als vollzogen im überindividuellen Ich denkbar. Er gehört danach der reinen Wertwissenschaft an, und es ist ihm äußerlich, im Sinne der Normation als Anspruch gedacht zu werden.

Das eigentümliche Verhältnis, das in nachkonstruktiven Wissenschaften zwischen Begriff und Sache besteht, wird oft durch die Wörter konkret und abstrakt bezeichnet. Indessen liegt in diesen Wörtern, wie sie gewöhnlich gemeint werden, ein Rest der falschen, weil allzu engen Begriffstheorie der Subsumtionslogik. Konkret im vollen Sinne des Wortes ist eigentlich die einzelne Realität. Durch die Kategorie der Substanzialität gefaßt, wäre dann das einzelne Ding, zugleich als Inbegriff seiner Eigenschaften und Veränderungen gedacht, konkret. Danach müßte „Säugetier" „Mensch" „Neger" ebenso wohl abstrakt genannt werden wie weiß oder sauer. Konkretheit fiele mit Voll-Erlebbarkeit zusammen. Da jede volle Realität unerschöpflich ist, während der Begriff als vollständig zerlegbar gedacht werden muß,

so wäre ein konkreter Begriff unmöglich. Begriffliches Denken oder Denken überhaupt ist diskursiv, bewegt sich in Urteilen, deren Gegenstände im Falle echten Denkens stets durch ihre Analyse ersetzbar sind. Trotzdem scheint es die Aufgabe des Begriffes zu sein, diese diskursiven Schritte wieder zur Einheit zusammen zu denken. Und wenn wir von Erkenntnis der Wirklichkeit reden, so tritt der konkrete Begriff doch wieder als Ziel auf, freilich als Ziel, das jenseits der Verschiedenheit der Wissenschaft liegt und in jeder Weise unerreichbar oder ideal ist. Trotzdem liegt eine tiefe Weisheit in Hegels Forderung des konkreten Denkens. Soll nämlich die Realität rational erfaßt werden, so muß in der Tat der Begriff konkret sein. Man muß nur gewissermaßen das Vorzeichen umkehren, d. h. die Unmöglichkeit dieser Rationalisierung einsehen, um die Wahrheit in Hegels Forderung zu finden.

Um aber diese Verhältnisse deutlicher zu erfassen, müssen wir uns der Einteilung der Logik nach Stufen der Wertdurchsetzung erinnern. Solange wir innerhalb der reinen Wertwissenschaft bleiben, ist Begriff jeder Urteilsgegenstand, der im idealen Zusammenhange des Erkennens auftritt. Komplexe Gegenstände sind notwendig, weil sie als Ganze in Urteilen auftreten. Sie sind, in dem idealen Wertzusammenhange betrachtet, zugleich als Einheiten und als vollständig in ihre Bestandteile analysiert anzusehen. Schwierigkeiten ergeben sich erst, wenn man zur normativen Wendung übergeht, dann aber sogleich in hohem Maße.

Der Begriff als Einheit von Bestimmungen, die sich nur diskursiv fassen lassen, bleibt, normativ gewendet, eine Forderung an das erkennende Individuum, die im strengen Sinne nicht erfüllt werden kann. Es ist ganz richtig, daß es psychologisch keine Begriffe, sondern nur Begriffsrepräsentanten gibt, wobei freilich diese Repräsentanten

durchaus nicht immer die Form vollständiger Vorstellungen von Realitäten zu haben brauchen, vielmehr auch z. B. als bloße Zeichen verbunden mit einem unbestimmten Wissen um ihre Bedeutung dasein können. Stellt sich der Begriff so als ein Anspruch dar, so kann man auch von einer idealen Erfüllung dieses Anspruches reden. Diese würde vorhanden sein, wo Einheit und Deutlichkeit in demselben psychischen Akte sich vereinten. Unmittelbare Einheit ist Anschauung, und so entsteht das paradoxe Ergebnis, daß der Übergang vom Urteil zum Begriff normativ gewendet ein Hinstreben der Erkenntnis zur Anschauung bedeutet. Die Begriffsbildung selbst erscheint als ein Schritt der Anschauung entgegen. Indessen die Bedeutung dieses Satzes kann erst verstanden werden, wenn wir uns auch das Wesen der Anschauung klar gemacht haben.

Bei der Vieldeutigkeit des Wortes Anschauung hat es wiederum keinen Zweck, von einer Übersicht über den Sprachgebrauch auszugehen; nur an eine bestimmte Seite des Sprachgebrauches sei erinnert und zwar an die, die unseren Absichten nahe liegt, da sie mit Anschauung etwas Wertvolles und besonders mit anschaulich ein Wertprädikat bezeichnet. Wir nennen den Stil eines Schriftstellers anschaulich, wenn aus den Worten sich eine so lebendige und deutliche Vorstellung des Geschilderten ergibt, als ob wir es unmittelbar erlebten. Anschauung ist Vollerlebnis; aber Vollerlebnis wäre, für sich genommen, nicht Gegenstand einer Werthaltung, da wir ja immer voll erleben. Vielmehr gehört zum anschaulichen Erleben ein deutliches bewußtes Erfassen der Teile und der Bedeutung des Erlebten. Es erscheint nun nicht mehr als störender Doppelsinn, daß Anschauung wie alle Wörter auf „ung“ zugleich eine Tätigkeit und das Ergebnis dieser Tätigkeit bezeichnet; denn die Tätigkeit ist als besondere

durch ihr Ziel bestimmt, das Ziel aber wiederum nur in der Tätigkeit faßbar. Nehmen wir ein einfaches Beispiel. Wir erfassen einen Menschen, der uns aus irgend einem Grunde wichtig erscheint, anschaulich, während er etwa ruhig mit einem anderen sich unterhält. Für unser Erleben ist eine solche Anschauung einfach und einheitlich, mag auch die nachträgliche Analyse noch soviel daran unterscheiden. Sie ist auch in sich geschlossen, wir vermissen nichts, solange wir eben wirklich anschauen; andererseits ist die Anschauung bestimmtes Erfassen eines bestimmten Gegenstandes, kein träumerisches Schweifen vom einen zum andern. Sie ist keineswegs auf Ruhendes oder Sichtbares beschränkt, vielmehr vermag der Musikalische ein Musikstück durchaus anschaulich zu erfassen. Auch können mehrere Sinne an einer Anschauung beteiligt sein, wenn man z. B. ein Tier zugleich in seinen Bewegungen und den von ihm hervorgebrachten Lauten erfaßt. Daß der Ausdruck „Anschauung“ vom Gesichtssinn hergenommen und erst sekundär auf andere Sinnesgebiete ausgedehnt worden ist, hat in der Fähigkeit des Sehens seinen Grund, größere Komplexe rasch und in beliebiger Reihenfolge zu durchlaufen und als Einheit zu erfassen. Der Gesichtssinn ist also der Anschauung besonders günstig, und daraus erklärt sich die Bezeichnung als Benennung a potiori. Anschauung ist also einheitliches, volles und dabei deutliches Erlebnis. So definiert ist Anschauung ein Anspruchsbegriff und muß in Wertwissenschaften begründet werden, während über Möglichkeit und Art seiner Erfüllung die Psychologie Auskunft zu geben hat.

Alle Gegenstände des ästhetischen Wertes sind in diesem Sinne Anschauungen. Aber auch in der Zusammenfassung zur Einheit, die der Begriff darstellt, zeigt sich ein entsprechendes Streben innerhalb des Erkennens. Nicht, daß

anschauliche Erfassung vielfach ein Vorstadium der Erkenntnis darstellt, auch nicht, daß die Wirksamkeit des Erkennens auf das praktische Leben an eine Zurückführung seiner Ergebnisse in anschauliche Form gebunden ist, kommt hier in Betracht; vielmehr strebt die Erkenntnis als solche, da sie sich nicht mit Urteilsgefügen zufrieden geben kann, sondern diese wieder in die Einheit des Begriffes zusammenfaßt, die Mängel der Diskursivität innerhalb ihrer selbst aufzuheben. Wollten wir bildlich reden, so könnten wir sagen, der Begriff ist die Sehnsucht des erkennenden Verstandes nach der Anschauung.

Aber die Anschauung wird nun ihrerseits durch den Begriff gefördert. Nur das diskursive Denken macht Anschauung möglich, indem es sie vorbereitet. Wenn man von der Begrifflosigkeit der ästhetischen Anschauung redet, so meint man damit nicht, daß keine Ergebnisse begrifflichen Denkens in die Anschauung hineingehen. Unbekanntes kann nicht angeschaut werden, solange es im strengsten Sinne unbekannt bleibt, und Raum und Zeit sind Anschauungsformen, eben weil sie als inexistent in jeder Anschauung erlebbar und doch zugleich rational beherrschbar sind.

Obwohl so aufeinander angewiesen, sind Begriff und Anschauung durch die herrschende Wertung prinzipiell verschieden. Im Begriff als solchem stecken stets Urteile, die den Anspruch auf Wahrheit machen. Selbst der rein konstruktive Begriff fordert mindestens, daß die in ihm zusammengedachten Bestimmungen vereinbar sind; sobald der Begriff gar als Begriff einer Sache gedacht wird, sollen seine Bestimmungen einem konstruktiven oder demonstrablen oder zugleich konstruktiven und demonstrablen Zusammenhang angehören. Da nun nur das Urteil wahr sein kann, so fordert die Wahrheitsprüfung immer

wieder die Zerlegbarkeit des Begriffes in Urteile. So sehr der Begriff strebt, Einheit zu sein, so sehr hat er doch das zersetzende Element der Diskursion in sich. Der echte Begriff ist vollständig in Thesen und Urteile auflösbar, die nur noch letzte Gegenstände enthalten. Freilich diese letzten Gegenstände sind dann wiederum nur an Erlebnissen aufweisbar, und diese Aufweisung hilft zugleich, die Erlebnisse zur Anschauung zu machen. Immer aber bleibt im Begriff die Bedeutung für einen Zusammenhang gewertet, immer zerstört diese Forderung die Ganzheit und Einheit. Volle Erfüllung gewinnt die Anschauung nur da, wo auf diese Forderung ganz verzichtet wird, wo jede Transgredienz aufgehoben ist: in der rein immanenten, sich selbst genügenden ästhetischen Anschauung.

Die Rolle, die Anschauungen in der Forschung wie in der wissenschaftlichen Darstellung spielen, liegt also tief im Wesen des Erkennens begründet. Alle Erfüllung des Doppelanspruches des Begriffs, Erkenntnis zugleich und Einheit zu sein, kann nur teilweise ihr Ziel erreichen, weil eben die beiden Seiten dieses Anspruches einander zum Teil widerstreben. Alle Hilfsmittel, durch die wir versuchen, eine Fülle logischer Beziehungen als Einheit zu denken, haben die Tendenz Voll-Erlebnisse zu werden. Am meisten gilt dies von den unentbehrlichsten Begriffssymbolen, den Wörtern der historischen Sprachen. Sie vermitteln dem Begriff die Fülle geschichtlichen Lebens und führen umgekehrt die Ergebnisse wissenschaftlichen Denkens in das volle Leben der Sprache und der durch sie geeinten Menschen zurück. Braucht man, was übrigens nicht empfehlenswert ist, das Wort Begriff in laxem Sinne und versteht alles bei dem Begriffswort Gedachte mit darunter, so kann man von einer Gefühlsbetonung der Begriffe, von Begriffswandlungen, von einem geschichtlichen Eigenleben

der Begriffe reden. Der Intellektualität der Anschauung steht also eine Re-Intuitivirung des Begriffs gegenüber.

Sobald man von dem Verhältnis des Begriffs zur Anschauung redet, gleitet man von der Höhe der reinen Wertwissenschaft auf das Niveau der Anspruchs- und Erfüllungsbegriffe herab. Wir wissen bereits, daß dieses Sinken keinen bloßen Verlust bedeutet. Aber nach wie vor bleibt es dabei, daß das Ziel des Erkennens zunächst nur als Urteilszusammenhang gefaßt werden kann. Begriffe sind, solange wir auf dieser Stufe bleiben, immer nur Knotenpunkte in diesem Zusammenhange; und der Begriff des Zusammenhangs selbst als eines Ganzen bleibt ein Ideal im strengen Sinne des Wortes. Die Rolle, die der dem Erkennen doch fremde Anspruch der Anschauung spielt, sobald der Begriff erfüllt werden soll, weist darauf hin, daß das Wertgebiet des Erkennens, als menschliches Wertgebiet gedacht, ergänzungsbedürftig bleibt. Daß diese Ergänzungsbedürftigkeit mit dem Utraquismus zusammenhängt, ist bisher mehr eine Vermutung als eine deutliche Erkenntnis. Wir müssen versuchen, es dazu zu erheben. In jedem Urteil finden sich beide Evidenzanteile, aber so, daß keiner von beiden ohne den anderen irgendwie erfaßt werden kann. Ihre Trennung gelingt nur dadurch, daß sie unabhängig variiert werden können, d. h. daß der gleiche Anteil der Denkform mit verschiedenen Denkfremdheiten zusammentreffen kann. Die umgekehrte Trennung ist auch in dieser Weise erschwert; denn nicht nur irgend ein sondern sogar ein bestimmter Anteil der Denkform, nämlich die Gegenstandsetzung, ist jedenfalls unentbehrlich. Wir wissen längst, daß alle Ausdrücke, die einen Evidenzanteil für sich bezeichnen sollen, stets irgendwie den anderen mitbedeuten. In der Denkfremdheit nun enthält jedes Urteil etwas rational Unaufgelöstes. Die vielen unterscheidbaren Etwas

bezeichnen diese Grenze selbst in den logischen Grundsätzen und in den Sätzen der reinen Arithmetik. So ist jede Erkenntnis von etwas abhängig, das ihr eine Grenze setzt. Die ganze Fülle dieses Denkfremden nun, das doch durchformt werden soll, ist nie beherrschbar. Dadurch folgt aus dem Utraquismus der Voraussetzungen die Idealität der Ziele. Ideale Ziele bedürfen aber zu ihrer partiellen Erfüllung einer Anleihe bei einem Fremden. Der Begriff der Anschauung, der als Fremdling in den Zielen des Erkennens eine Rolle spielt, deutet auf das ästhetische Gebiet und damit auf das System der Werte.

§ 31. Die notwendige Mehrheit der Erkenntnisziele.

Es ist oft aufgefallen, daß die philosophischen Konstruktionen der Erkenntnis mit der wirklichen Arbeit der Wissenschaften nicht übereinstimmen. Dort führt das Einheitstreben dazu, das ganze Gebiet der Erkenntnis nicht nur durch den leitenden Wert, sondern auch durch das Ziel und die wesentlichen Mittel zu seiner Erreichung einheitlich zu kennzeichnen. Hier zeigt sich eine Verschiedenheit von Zielen, Auffassungsweisen und Methoden, die zwischen Geschichte und Mathematik, zwischen Physik und Ethik außer dem gemeinsamen leitenden Werte der Wahrheit nur noch ziemlich äußerliche und zufällige Berührungsflächen bestehen läßt. Wir haben früher, von der Mannigfaltigkeit der vorhandenen Wissenschaften ausgehend, diese Probleme zum Gegenstande unserèr Untersuchung gemacht. Jetzt müssen wir versuchen, die dort gewonnenen Ergebnisse als notwendig zu beweisen.

Der Ausgangspunkt für einen solchen Beweis muß im Utraquismus liegen, weil dieser schon in den Voraussetzungen jedes einzelnen Urteils eine Zweiheit nachweist. Dadurch daß in die Evidenz jedes Urteils aufeinander

30*

irreduzible Bestandteile der Denkform und der Denkfremdheit eingehen, entstehen auch für den Urteilszusammenhang, als welchen sich das Erkenntnisziel darstellt, von vornherein mehrere Aufgaben. Es lassen sich Zusammenhänge ausbilden, deren denkfremde Anteile auf den entsprechenden Evidenzanteil ihrer Grundurteile oder Axiome beschränkt bleiben. Diese konstruktiven Zusammenhänge entsprechen der Anforderung an das Erkenntnisziel, echter Zusammenhang von Urteilen zu sein, weitaus am besten. Aber es fehlt hier die Rücksicht auf den anderen Anteil jedes Urteils. In dem vollständig gedachten Ziele der Erkenntnis müssen beide Seiten wiedergefunden werden. Rein von der Denkform, von der rationalen Seite her läßt sich dieses Ziel als vollständig begründeter Erkenntniszusammenhang ableiten. Da der leitende Wert die Wahrheit ist, da nur Urteile wahr sein können, und da die Transgredienz dieses Wertes oder die Relationsnatur des Urteils einen Zusammenhang fordert, so muß das Ziel als Zusammenhang von Urteilen bestimmt werden; und zwar muß der Übergang von jedem Urteil zu den mit ihm unmittelbar zusammenhängenden Urteilen wiederum durch Urteile als notwendig erweisbar sein. Diese letzte Forderung faßt man gewöhnlich in dem Worte „Begründung“ zusammen. So ist der vollständig begründete Urteilszusammenhang teleologisch oder wertwissenschaftlich als Erkenntnisziel abgeleitet. Dabei aber ist auf die Denkfremdheit noch keine Rücksicht genommen, und so kommt es, daß, wenn wir ein derart relativ rationales Ziel setzen, beliebig viele wahre Urteile außerhalb bleiben. Da nun aber jedes wahre Urteil zum engeren Wertgebiet der Erkenntnis gehört, und da das Gesamtziel eines Wertsystems, wenn ein solches überhaupt bestehen soll, das ganze engere Wertgebiet umfassen muß, so entsteht die

Frage, in welcher Form nun dieser Inbegriff aufgenommen werden kann. Alle denkfremden Bestandteile, die ja durch das Wort „denkfremd“ nur negativ charakterisiert sind, haben positiv das gemeinsam, daß sie zur Einheit des erkennenden Ich gehören. Die objektive Einheit aber, die diesem erkennenden Ich überhaupt zugeordnet ist, haben wir früher als ideale Erlebniswirklichkeit charakterisiert. Dieser ideale Zielbegriff enthält wieder den Gedanken eines erkannten Zusammenhanges, der aber zugleich erlebt ist. Will man die Seite des Erlebens herausheben, ohne den Zusammenhang mitzusetzen, so kann man von dem Inbegriff aller möglichen Erlebnisse reden. Freilich Denkform enthält auch dies noch, wie es ja nach dem Grundsatz des Utraquismus nicht anders sein kann, aber sie wird möglichst beschränkt, und der Ton auf die Seite der Denkfremdheit gelegt. Es ist, wie wir wissen, unvermeidlich, daß man solche unpassende Ausdrücke gebraucht. Zieht man nun beide Seiten des Zieles zusammen, so kann man als Erkenntnisziel bezeichnen: Der Inbegriff aller möglichen Erlebnisse soll als vollständig begründeter Urteilszusammenhang erfaßt werden. Hier scheint ein einheitliches Ziel vorzuliegen. In Wahrheit aber enthält diese Einheit eine Zweiheit, und bei der wirklichen Durchführung macht sich diese Zweiheit sofort geltend.

Ja es könnte gefragt werden, ob nicht das so aufgestellte Ziel sogar eine begriffliche Unmöglichkeit enthält. Der Inbegriff aller möglichen Erlebnisse, das bedeutet doch eine ganz unbestimmte Mannigfaltigkeit. Hat es Sinn, diese als einheitlichen Zusammenhang erfassen zu wollen? Insbesondere wenn man hinzufügt, daß doch zum Erlebnis das erlebende, individuelle Ich gehört, wird diese Frage dringend. Indessen als möglicher Gegenstand der Erkenntnis gehört jedes Erlebnis dem einen überindividuellen Zusammenhange

an. Dies drückt sich vor allem in dem Postulate der überindividuellen Demonstrabilität aus. Die Suffizienz dieses Postulates ist Bedingung dafür, daß unser Zielbegriff überhaupt Sinn hat. Die Sonderstellung der Anschauungsformen allen anderen Kategorien gegenüber wird hier von neuem klar. Um aber die Bedingungen, unter denen wir uns allein diesem Ziele nähern können, zu bestimmen, müssen wir seine zwei Seiten, die Vollständigkeit des Zusammenhangs und seine Natur als eines einheitlichen Urteilszusammenhangs, besonders betrachten. Hier wird dann das Ziel normativ, wir haben es mit Erfüllungsbegriffen zu tun und müssen daher die besonderen Schranken, in die die Erfüllung eingeschlossen ist, mitberücksichtigen.

Die Vollständigkeit des Erkenntniszieles fordert: jedes mögliche Erlebnis, das als Erlebnis zunächst einem individuellen Ich zugehört, soll dem überindividuellen Zusammenhange eingeordnet werden, der nur noch das überindividuelle Subjekt des Erkennens voraussetzt. Man muß aber, wenn man an das absolute Ziel denkt, diesen Satz ganz streng und in seiner vollen Ausdehnung verstehen. Es läge nämlich nahe, aus ihm abzuleiten, daß alles, was sich nicht vollständig überindividuell erfassen läßt, aus dem Erkenntnisziele fortgelassen werden muß. Man könnte versuchen, auf diese Weise die Nachkonstruktionen der mathematischen Physik als einheitliches und letztes Erkenntnisziel abzuleiten. Aber wir wissen bereits, daß jede mögliche Nachkonstruktion es als Konstruktion mit inhaltlich gesetzten Gegenständen zu tun hat, und daß inhaltlich gesetzte Gegenstände relativ zu Realitäten stets allgemein sind. Es kann also auch eine Besonderes nachkonstruierende Wissenschaft nur ein Allgemeines im Besonderen nachkonstruieren. Zum Erlebniszusammenhang aber gehört die ganze unerschöpfliche Fülle des Besonderen. An dieser Stelle treten sofort die be-

kannten Antinomien des Unendlichen auf. Indessen erlauben diese doch ein einheitliches Streben ins Unendliche. Hier aber soll gezeigt werden, daß nicht einmal diese Einheit des Strebens möglich ist, weil die damit verbundene verarmende Konstruktion stets die Fülle der Realität beiseite läßt. Als unerschöpflich ist diese Fülle überhaupt nie vollständig zu fassen; wohl aber kann man begreiflich machen, daß ergänzende Aufgaben entstehen, zu deren positiver Kennzeichnung (als Geschichte) freilich noch andere Bestimmungen nötig sind. Aber die mathematische Physik ist nicht nur prinzipiell unfähig, die Besonderheit zu fassen, sondern sie muß ganz allgemein gewisse Seiten des Erlebnisses entfernen. So beseitigt sie die Qualitäten durch Zuordnung quantitativer Bestimmungen. Hier zeigt sich die Notwendigkeit anderer Ergänzungswissenschaften, als deren Typus wir die Psychologie ansehen durften. Es entsteht so von neuem das Problem, diese verschiedenen Wissenschaften zur Einheit zusammen zu denken. Als Schema dieser Einheit ergibt sich der eine durch Raum und Zeit bestimmte Zusammenhang. So entsteht das psychophysische Problem mit seiner ganzen Schwierigkeit. Es ist hier nicht unsere Absicht, das weiter ins einzelne zu verfolgen; wir wollten nur zeigen, wie die Forderung der Vollständigkeit sofort zu einer Mehrheit ganz verschiedener Wissenschaften führt, deren Einheit dann neue Probleme stellt.

Nun soll ferner der eine Zusammenhang des absolut gedachten Erkenntniszieles nicht nur alle möglichen wahren Urteile vollständig enthalten, sondern zugleich überall begründeter Urteilszusammenhang sein. Wirkliche Begründung des Überganges von einem Urteile zum andern fordert aber, daß die Urteilsrelation in den zusammenhangbildenden Urteilen Prinzip des Fortschrittes ist. Dies ist

nun in den konstruktiven Wissenschaften der Fall. Wir erkennen so, daß die rein konstruktiven Wissenschaften, noch ganz abgesehen von ihrer Bedeutung für die Nachkonstruktion, einen eigenen Wert haben, sofern sie die eine Seite des Erkenntniszieles in voller Reinheit darstellen. Dabei bleibt ihr Grundmangel, sobald man sie mit dem absoluten Ziele vergleicht, bestehen: sie können nirgends aus sich heraus neue Denkfremdheit aufnehmen. Ihre Gegenstände sind lediglich inhaltlich gesetzte Gegenstände, und sobald man ihre nachkonstruktive Bedeutung erwägt, der Realität gegenüber partial und allgemein. Das nachkonstruktive Ideal verlangt also eine Verarmung der Inhaltlichkeit, während die Vollständigkeit des Zieles seinen möglichsten Reichtum fordert. Man wird dagegen einwenden, daß doch unzweifelhaft die nachkonstruktive mathematische Physik indirekt unsere Erlebniswirklichkeit auf dem Wege der Suffektion bereichert hat, insofern die Ergebnisse der Konstruktion aufgefunden worden sind. Dabei aber ist nie zu vergessen, daß diese Ergebnisse als solche nur Postulate waren, denen dann Stücke oder Momente von Realitäten als Suffizienten entsprachen. Jede neu aufgenommene Inhaltlichkeit ist im Grunde eine Grenze der Konstruktion. Daß überhaupt bei dieser Gegensätzlichkeit beider Seiten des Erkenntniszieles doch eine gewisse Annäherung daran möglich ist, liegt an der Einheit der Anschauungsformen und daran, daß die Kategorien der Substanzialität und Kausalität neben ihrer nachkonstruktiven Suffizienz noch eine andere inhaltlich erfüllte haben, die vom individuellen Ich und seinem Wirken ausgeht.

Das Gesamtziel der Erkenntnis ist also eine bloße Idee. Es zerfällt in Partialziele, die seine einzelnen Seiten gesondert zur Durchführung bringen. Auch diese Partialziele sind, wie wir wissen, niemals völlig erreichbar.

Vollendete Wissenschaft ist, wenn man vielleicht von einzelnen rein konstruktiven Wissenschaften absieht, immer noch ein Ideal im strengen Sinne. Dies folgt aus den uns bekannten Antinomien des Unendlichen. Aber es handelt sich hier um Ideale niederer Stufe im Vergleich zum Gesamtideal des Erkennens. Diese Ideale niederer Stufe können dann wenigstens als Zielbegriffe umschrieben werden, während auch das bei der idealen Erlebniswirklichkeit unmöglich ist.

Die Doppelheit der Evidenzanteile und die Relationsnatur des Urteils waren die Vorbedingungen, aus denen die absolute Idealität des vollständigen Erkenntniszieles folgte. Mit anderen Worten kann man diese beiden Prinzipien den begrifflichen Ausdruck des suchenden Intellekts nennen. Daß unser Intellekt sucht, ist vielleicht am schärfsten in der Anschauungsform der Zeit ausgedrückt. Immer wieder hat man der Zeit die Ewigkeit gegenüber gestellt. Auch wir haben hervorgehoben, daß die Wahrheit jedes Urteils überzeitlich ist, und daß gerade die Zeit selbst, sofern sie dem Postulate überindividueller Demonstrabilität genügt, dazu dient, zeitliche Gegenstände in von der Zeit unabhängiger Form zu erfassen. Hier erscheint das Dasein der Zeit neben dem Raume, als welcher in ewigem Nebeneinander ruhende Ordnung ist, als ein dritter Ausdruck desselben Grundverhältnisses. Man mißverstehe diese Andeutung nicht. Wir sind weit entfernt davon, sie für eine Ableitung der Zeit zu halten; aber der innere Zusammenhang des ewigen Rätsels der Zeit mit den Grundbedingungen unserer Erkenntnis kann doch so etwas klarer eingesehen werden.

Noch ein anderes Ergebnis, das früher isoliert und zufällig erschien, tritt jetzt in neue Beleuchtung. Wir hatten unter den Antinomien des Unendlichen der Zeitreihe des

Geschehens nach der Richtung der Vergangenheit hin eine besondere Stellung angewiesen. Es war dies die unausweichlichste Antinomie, der selbst durch willkürliche Konstruktionen keine Scheinlösung gegeben werden konnte. Wir verstehen das jetzt: in der vollständig erklärten Gegenwart tritt das ideale Ziel gewissermaßen vollständig in die Unruhe der eigentlichen Form des suchenden Intellektes, der Zeit, herein. Daß daraus sich eine unlösbare Schwierigkeit ergeben muß, ist klar. Die Antinomien haben gezeigt, daß die Partialziele der nachkonstruktiven Wissenschaften Ideale sind. Unsere letzte Betrachtung hat bewiesen, daß das absolute Erkenntnisziel ein Ideal noch höherer Ordnung darstellt. Sobald man die Welt oder die ideale Erlebniswirklichkeit als Ganzes voraussetzt, geht man von einem absoluten Ideale aus, und zwar nicht als von einem Ideale, sondern als von etwas selbstverständlich Daseiendem. Was nur teleologisch als gefordertes und unerreichbares Ziel zum Gegenstand werden kann, davon sagt man bestimmte Eigenschaften aus, als handle es sich um eine demonstrativ begrenzte Realität. Wir haben hier den indirekten Beweis dafür geführt, daß man vom strebenden Intellekt und seinen Zielen, niemals aber von der fertigen Welt auszugehen hat, wenn man die Erkenntnis erkennen will. Es wird sich noch weiterhin ergeben, daß von hier aus die Weltanschauung, um dieses später zu bestimmende Wort vorläufig zu gebrauchen, ihre entscheidende Färbung erhält.

§ 32. Der Weg zum System der Wissenschaften und der Kategorien.

Die Mannigfaltigkeit wissenschaftlicher Ziele wurde im 8. Kapitel vorgeführt, im vorangehenden Paragraphen als notwendig und in ihrer Verschiedenheit unaufhebbar nachgewiesen. Damit ist nun aber eine neue Aufgabe gestellt.

Da die Wissenschaften sich aus den Prinzipien und Bedingungen des Erkennens ergeben, müssen sie sich auch theoretisch ableiten lassen. Es ist ganz unmöglich, sich hier bei einem bloßen Nebeneinander zu beruhigen. Da das Denken in der Logik sein eigenes Wertgebiet erforscht, muß ihm dessen Bildung prinzipiell durchsichtig sein. Da es nun, wie nachgewiesen wurde, nicht etwa eine oberste Wissenschaft gibt, zu der sich alle andern wie Teile oder wie bloße Mittel und Vorbereitungen verhalten, so muß es ein System der Wissenschaften geben, d. h. die grundsätzlichen Verschiedenheiten müssen sich prinzipiell ableiten und in ihrem gegenseitigen Verhältnis zueinander bestimmen lassen.

Wenn wir freilich hier eine Möglichkeit aussagen, so ist dies doch zunächst eine geforderte Möglichkeit, und dieser Forderung entspricht in der wissenschaftlichen Arbeit vor allem ein Tun und nicht ein Erreichen. Mit andern Worten: es ist noch fraglich, ob das System der Wissenschaften ein erreichbares Ziel, oder ein Ideal ist. Indem ich betone, daß es jedenfalls trotz aller Vorarbeiten und errungenen Einsichten noch nicht als erreicht betrachtet werden darf, möchte ich doch seine Unerreichbarkeit nicht behaupten. Daß die Wissenschaften unablässig fortschreiten und dabei auch ihre innere Struktur erst im Laufe ihrer historischen Entwicklung entdecken, ist richtig. Aber damit ist nicht gesagt, daß immer wieder neue prinzipiell wichtige Unterschiede auftreten. Im Gegenteil möchte man geneigt sein, wie die allgemeinen Voraussetzungen des Erkennens, so auch seine verschiedenen aus diesen Voraussetzungen ableitbaren Ziele im Prinzip für übersehbar zu halten. Bei dem reinen System der Ziele hat man es ja mit einer Konstruktion zu tun. Erst wo diese Konstruktion sich den historisch erwachsenen Wissenschaften zuwendet,

wird sie nachkonstruktiv. Nur diese Nachkonstruktion scheint eine unvollendbare Aufgabe in sich zu enthalten.

Es wurden soeben von den Wissenschaften, als prinzipiell verschiedenen Zielen, die historisch gewordenen Wissenschaften unterschieden. Das mag manchem paradox erscheinen, erweist sich aber als durchaus notwendig. Die wissenschaftliche Arbeit gehört, wie alles menschliche Tun, der Erlebniswirklichkeit an und hat an ihren Schwierigkeiten Teil. Der einzelne wissenschaftliche Arbeiter übernimmt eine bestimmte Organisation und Ausbildung seiner Wissenschaft und hat an ihr fortzuarbeiten. Diese Organisation ist keineswegs aus rein logischen Gesichtspunkten zu verstehen. Daß sich etwa die Lehre von den menschlichen Krankheiten zu einer solchen Fülle verschiedener Disziplinen ausgestaltet hat, während von den Krankheiten der Insekten nur gelegentlich geredet wird, oder während auch die Varianten der Organausbildung des Menschen, die innerhalb der Gesundheitsbreite liegen, geringeres Interesse erregen, hat offensichtlich praktische Ursachen. Auch die Zusammenfassung soziologischer, historischer, ethischer und technisch praktischer Sätze, die gewöhnlich den Inhalt der Nationalökonomie ausmacht, ist wohl nicht unter rein wissenschaftlichen Gesichtspunkten so abgegrenzt worden. Ähnlich verhält es sich mit Arbeitsgebieten wie Geographie. Freilich dürfen wir in den letzten Fällen „praktisch“ nicht bloß als außerwissenschaftlich nützlich verstehen, sondern in erster Linie als für die Wissenschaft selbst zweckmäßig. Es ist weit leichter für denselben Menschen, verschiedene Gesichtspunkte der Betrachtung zu vereinigen, als ein ganz verschiedenes Material in allen Einzelheiten zu überblicken. Mit der theoretisch geforderten Verschiedenheit der Ziele kreuzt sich, noch ganz abgesehen vom außerwissenschaftlichen Nutzen, die wissenschaftlich-

praktisch zweckmäßige Einteilung nach dem Materiale. Alle diese Verzweigungen in ein einheitliches System aufzunehmen, ist von vornherein eine hoffnungslose Aufgabe. Den praktisch abgegrenzten Forschungsgebieten gegenüber gibt es für die Wissenschaftstheorie nur das Bemühen, die verschiedenen Bestandteile in jedem von ihnen herauszufinden und in ihrem gegenseitigen Zusammenhang zu begreifen. Diese Aufgabe aber ist nachkonstruktiv und gehört einer Stufe an, auf die hinabzusteigen wir hier keinen Anlaß haben, wenn auch zuzugeben ist, daß für praktisch-methodologische Fragen eine Beschäftigung mit diesen Komplikationen erforderlich wird.

Die rein logische Theorie hat überall die Art der Betrachtungsweise oder, was dasselbe bedeutet, die Prinzipien des Zusammenhanges als kennzeichnend für die einzelne Wissenschaft anzusehen. Mit einer nicht ganz glücklichen Wendung bezeichnet man dies als Scheidung nach der Methode, weil ja der Weg vom Ziele bestimmt wird. Man versteht dabei unter Methode nur die Verwandlung des vorwissenschaftlichen Materials in Gegenstände der Wissenschaft, nicht die Menge von Hilfsmitteln, durch die dieses Material gewonnen und bearbeitbar gemacht wird. Da man auch in diesem zweiten Falle von Methode spricht, entstehen leicht Mißverständnisse. Daher fordert man wohl im Gegensatz zu dieser methodischen eine gegenständliche Einteilung der Wissenschaften. Versteht man hier unter „Gegenständen einer Wissenschaft" das, was in endgültigen wissenschaftlichen Urteilen als Gegenstand auftritt, so ist zwischen dieser und der vorigen Bestimmung gar kein Unterschied. In einem Urteile, das dem vollendet gedachten Zusammenhange einer Wissenschaft angehört, kann nur ein nach den Prinzipien dieser Wissenschaft gebildeter Begriff als Gegenstand vorkommen.

Dann aber deckt sich die Abgrenzung nach den Gegenständen völlig mit der nach den Zusammenhangsprinzipien. Nur wird man den Ausdruck, daß die Wissenschaften nach ihren Gegenständen eingeteilt werden, deshalb nicht für zweckmäßig halten können, weil diese Gegenstände unabhängig von der Verschiedenheit der wissenschaftlichen Ziele gar nicht als solche existieren. Allzuleicht schiebt sich daher, wenn man von den Gegenständen ausgeht, an die Stelle des Gegenstandes das Material, wobei unter Material am liebsten nicht etwa ein Moment, sondern ein demonstrativ abgegrenztes Stück der Erlebniswirklichkeit verstanden wird. Einer solchen Abgrenzung freilich, die etwa noch dazu die praktisch zusammen bearbeiteten Forschungsgebiete an Stelle der prinzipiell verschiedenen Wissenschaften setzt, hat die Logik aufs entschiedenste zu widerstreiten.

Wir wissen nun, was ein System der Wissenschaften bedeutet, und wir haben in vorangegangenen Teilen dieser Untersuchungen eine Reihe von prinzipiellen Verschiedenheiten teils abgeleitet, teils aufgenommen. Daß sich die verschiedenen Gesichtspunkte, unter denen sich diese Unterschiede ergeben, noch nicht auf einen gemeinsamen Generalnenner bringen lassen, macht den Mangel unsrer bisherigen Ergebnisse aus, den wir durchaus nicht zu verschleiern beabsichtigen.

Die allererste und ursprünglichste Trennung war die in das erkennende Ich und die Erkenntnis als Objekt. Dabei aber ist immer festzuhalten, daß weder ein Gegenstand ohne erkennendes Ich, noch ein erkennendes Ich ohne Gegenstand sein kann. Trotzdem treten beide Seiten für die Aufgabe des Erkennens auseinander. In den Erkenntnisgegenständen ist das Ich als Form dieser Gegenstände objektiviert enthalten. Für den naiven Menschen nicht

nur, sondern auch für die Vertreter der Einzelwissenschaften gehört diese Form zum Gegenstande selbst. Der Zusammenhang, der hier erstrebt wird, stellt sich überall als gegenständlich begründeter Zusammenhang dar. Erst der Philosoph, der Logiker, hat sich darauf zu besinnen, daß alle Prinzipien dieses Zusammenhangs ihrerseits sich nur vom Ich aus verstehen lassen. Und zwar sind es Postulate des überindividuellen Ich. Von hier aus ergeben sich zwei Zusammenhänge: der objektive und der, wenn man an das überindividuelle Subjekt denkt, als subjektiv zu bezeichnende der Postulate. Die zweite Reihe geht vom Werte aus, während die erste den Wahrheitswert als selbstverständlich voraussetzt, und das Bewertete als in einem Seienden begründet annimmt. Nun tritt aber als rational nicht vollständig ableitbare Komplikation hinzu, daß der leitende Wert der Wahrheit nicht der einzige geforderte Wert ist. Wohl läßt sich dies aus der Transgredienz der Wahrheit heraus verstehen, doch aber tritt hier auch auf philosophischer Seite in der Eigenart dieser Ergänzung etwas Unableitbares hinzu.

Auf der Seite der Seinswissenschaften können wir, wie gezeigt wurde, zunächst mit Hilfe der beiden Seiten des absoluten Erkenntniszieles: Rationalität und Vollständigkeit, verschiedene getrennte Wissenschaften ableiten. Aber diese Ableitung ist nicht vollständig. Schon innerhalb der nachkonstruktiven Wissenschaften muß bei den Ergänzungswissenschaften, als welche sich Psychologie und Biologie darstellten, etwas Neues herzugezogen werden. Man erfaßt dieses vielleicht am besten, wenn man daran denkt, daß das Ich sich selbst in sehr verschiedenem Maße in den Gegenständen der Wissenschaften wiederfindet. In der Physik werden nur die reinen Erkenntnisformen des überindividuellen Ichs vorausgesetzt, während schon in der

Biologie mit der Einheit des Organismus die prinzipielle Einheitsform des individuellen Ichs in den Gegenstand selbst hineintritt. Und in der Psychologie wird das individuelle Ich selbst Gegenstand. So kann man sagen, daß in dieser Reihe zunehmend Anteile des Ich objektiviert erscheinen. Das von der Vollständigkeit ausgehende Erkenntnisziel andererseits wäre bei der Unerschöpflichkeit jeder Realität begrifflich unmöglich, wenn hier nicht ein anderes Auswahlprinzip hinzuträte: die Beziehung auf einen überindividuellen Wert. Sie hebt ihre Gegenstände nicht, wie die Nachkonstruktion, aus der Erlebniswirklichkeit heraus, aber sie grenzt sie intensiv und extensiv innerhalb der Erlebniswirklichkeit ab, und setzt so einen wenigstens als Ziel denkbaren Begriff der Universal-Geschichte an Stelle der prinzipiell unmöglichen absolut vollständigen historischen Erkenntnis.

Es wäre wohl nicht unmöglich, diese Unterschiede in eine Tabellenform zu bringen; aber diese Tabelle könnte, da das echte System mehr als zwei Dimensionen haben dürfte, die Verhältnisse nicht adäquat wiedergeben und müßte überdies provisorisch sein, weil das gegenseitige Verhältnis der verschiedenen Unterscheidungsgründe zueinander noch der endgültigen Klärung harrt. Ich ziehe daher vor, auf einen doch nur provisorischen Abschluß dieser Art zu verzichten, da praktische Gründe, die in einem Lehr- oder Handbuch dergleichen fordern könnten, in diesen Untersuchungen nicht maßgebend sind.

Das zweite Ziel, das ein System der Logik sich zu stecken hat, und dem seit Kant immer wieder intensivste Arbeit gewidmet wurde, ohne daß doch bisher irgendwie von einem Abschluß zu reden wäre, liegt im System der Kategorien. Wir wissen bereits, daß man hierfür von den Postulaten auszugehen hat. Übersieht man noch einmal

unsere früheren Ausführungen, so kann man sagen, daß ein Teil der Kategorien für sich genommen nur Urteile über Realitäten ermöglicht, während erst die zweite Gruppe den realen Zusammenhang selbst zur Urteilsmaterie macht. In der ersten Gruppe können wir das Postulat der überindividuellen Demonstrabilität als gegenstandbildend, das der Vergleichbarkeit als urteilsbildend bezeichnen, und wir können nach demselben Prinzip in der zweiten Gruppe Substanzialität und Kausalität unterscheiden. Unter den Bestandteilen des Urteils erscheinen dann die Gegenstände für Demonstrabilität und Substanzialität, die Relationen für Vergleichbarkeit und Kausalität maßgebend. Andererseits ermöglichen freilich auch Demonstrabilität und Substanzialität Urteile, fordern also Relationen. Eine solche Übersicht bleibt ferner insofern äußerlich, als die Kategorien nicht einfach nebeneinander stehen, sondern ihre Suffizienten sich mannigfaltig verflechten. So tun die Anschauungsformen zugleich dem Postulat der Vergleichbarkeit und dem der Demonstrabilität vollkommenstes Genüge. Unter den Momenten, die von der Vergleichbarkeit an den Realitäten gefordert werden, ist die Anschauungsform eben eines und zwar relativ zur Vergleichbarkeit das vollkommenste. Dazu tritt, daß jede Kategorie sich wieder in verschiedene miteinander eng verbundene Postulate zerlegen läßt, so die Vergleichbarkeit in Zerlegbarkeit und in Ordenbarkeit der Momente, die Substanzialität in Persistenz und Einheit. Es bleibt in gewissem Grade willkürlich, ob man die komplexen Postulate, oder die Teilpostulate einem System der Kategorien zugrunde legen will. Auch sei nochmals darauf hingewiesen, daß bisher kein Beweis dafür geliefert wurde, daß unsere vier Grundpostulate wirklich die einzigen sind.

Zu einem vollständigen System der Kategorien gehörte dann überall die methodologische Determination der Kate-

gorien. Auch hier wäre mit einer bloßen Tabelle gar nichts getan. Vielmehr käme es darauf an, den früher angedeuteten teleologischen Zusammenhang der verschiedenen Seiten jedes kategorialen Postulates mit den verschiedenen Arten der wissenschaftlichen Ziele im einzelnen nachzuweisen.

Gemäß den Absichten dieser Arbeit haben wir nicht in diese Untersuchungen einzutreten, sondern durften uns begnügen, die hier vorliegenden Aufgaben zu umgrenzen.

Kapitel XII.

Übergang zum System der Werte.

An vielen Stellen haben uns unsere Untersuchungen gleichsam von selbst über das bloß logische Gebiet hinausgeführt. Die Wahrheit wurde als Wert anderen Werten nebengeordnet, in der Erlebniswirklichkeit fanden wir den Schauplatz, auf dem diese verschiedenen Werte sich gemeinsam durchzusetzen suchen. Innerhalb des logischen Gebietes selbst aber weist die Idealität des Zieles etwas Unbefriedigendes auf. Schon in der realen Erkenntnis sucht man durch die Veranschaulichung des Begriffs der Unruhe zu entgehen, die aus der Transgredienz des Wahrheitswertes folgt. Die eine Seite des absoluten Erkenntnisideales, die Vollständigkeit, führte, sofern sie partial erreicht werden sollte, mit der Wertbeziehung außerlogische Werte in die Seinswissenschaften hinein.

Alles das zeigt neue Aufgaben. Das Wertgebiet der Erkenntnis ist ein unvollständiges System, nicht nur in dem Sinne, daß sein Ziel ein Ideal, sein absolutes Ziel sogar ein Ideal zu Idealen oder ein Ideal höherer Stufe ist, sondern auch insofern, als es auf andere Gebiete neben ihm zur

Ergänzung seiner selbst angewiesen ist. So führt die Logik überall zum System der Werte hin. Hier, wo wir nicht einmal ein System der Logik geben, sondern nur Anfang und Endpunkt, sowie einige Umrisse dieses Systems untersuchen wollten, können wir es natürlich noch viel weniger unternehmen, diese letzten und höchsten Probleme systematisch zu behandeln. Aber da unsere Untersuchungen prinzipieller Natur sind, würde ihnen durchaus der letzte Abschluß fehlen, wenn wir es nicht wenigstens noch versuchen wollten, den Weg zum System der Werte zu zeigen, soweit er durch das Gebiet des Erkennens hindurch oder doch an seinen Grenzen entlang führt.

§ 33. Der Primat der praktischen Vernunft und die Selbstgarantie der Wahrheit.

Wir haben die Wahrheit dem Begriffe des geforderten Wertes untergeordnet. Ein wahres Urteil ist dann dadurch definiert, daß es bejaht werden soll. Dieses „Sollen" ist zunächst an das überindividuelle erkennende Ich gerichtet, fällt aber bei diesem mit seiner Befolgung ohne weiteres zusammen; denn das Ich, das nur wahre Urteile bejaht, für das wahre Urteile wahr sind, ist überindividuell. Dem individuellen Ich ist damit die Aufgabe gestellt, sich zum überindividuellen zu erheben. Ein ethisches Moment scheint auf diese Weise in die Logik selbst nicht nur hineinzudringen, sondern sogar ihr übergeordnet werden zu müssen. Daß es wahre Urteile gibt, ist letzte unabweisliche Voraussetzung. Aber gewissermaßen Voraussetzung dieser Voraussetzung scheint es zu sein, daß es ein Sollen gibt und damit einen verpflichteten Willen und in der Anerkennung oder Ablehnung dieser Verpflichtung den Unterschied zwischen Gut und Böse. Ist so der ethische Wert Voraussetzung des logischen, so kann man in der Tat von einem Vor-

rechte oder Primat der praktischen Vernunft reden. Kants Gedanke, oft bekämpft, nicht selten mißverstanden, scheint durch diese von Fichte stammende, von Rickert erneuerte Wendung [2]) neue Bedeutung zu gewinnen.

Aber gegen diesen Gedankengang macht sich ein Bedenken geltend, sobald man die Selbstgarantie der Wahrheit ins Auge faßt. Wahrheit ist der einzige geforderte Wert, dessen allgemeine Ableugnung einen Widerspruch einschließt. Geht man hiervon aus, so könnte man umgekehrt geneigt sein, den ethischen Wert logisch zu unterbauen — ein Gedanke, der seit Sokrates und Platon immer nahe gelegen hat und in der Widerspruchslosigkeit als einem Kriterium des Sittlichen, sofern es allgemein durchgeführt erscheint, auch bei Kant anklingt [3]). Freilich läßt sich nun weiter auch der Versuch denken, gerade die Selbstgarantie der Wahrheit zu noch höherer Würde der Sittlichkeit zu benutzen. Wenn das Sollen in der Wahrheit mitgesetzt ist, wenn es sogar eine im Vergleich zur Wahrheit höhere Voraussetzung darstellt, so ist in der Selbstgarantie der Wahrheit der ethische Wert erst recht mitgarantiert.

Indessen diese letzten Erwägungen lassen gerade durch die Möglichkeit entgegengesetzter Folgerungen vermuten, daß noch Unklarheit der Begriffe vorliegt. In der Tat ist in ihnen keineswegs alles berücksichtigt, was wir in früheren Untersuchungen gefunden haben. Wir müssen uns daran erinnern, was die Charakterisierung der Wahrheit als eines geforderten Wertes bedeutet. Es handelt sich hier zunächst um eine rein begriffliche Unterordnung. Der Oberbegriff „geforderter Wert“ ist natürlich im Begriffe Wahrheit mitgesetzt. Keineswegs aber folgt daraus ohne weiteres, daß dieser Oberbegriff noch andere Arten unter sich hat. Wenn

man diesen anzuerkennenden Wert dem Individuum gegenüber als ein Sollen bezeichnet, so darf man in diesem Worte nicht das Auszeichnende des ethischen Sollens mitsetzen. Tut man dies, so läuft man vor allem Gefahr, die rein logische Selbstgarantie der Wahrheit falsch zu verstehen. Es kann nicht ohne inneren Widerspruch geleugnet werden, daß es wahre oder, was dasselbe sagt, als wahr anzuerkennende Urteile gibt. Auch daß jedes Individuum in sich gebunden ist, den Wahrheitswert dieser wahren Urteile anzuerkennen, ist damit ausgedrückt. Wenn man aber diese Bindung als Sollen bezeichnet, so darf man damit nur andeuten wollen, daß es sich nicht um ein naturgesetzliches Müssen handelt. Keineswegs aber ist man ohne Heranziehung weiterer Voraussetzungen berechtigt, eine Pflicht zur Wahrheit aus dem Wahrheitswerte allein abzuleiten. Imperative, die fordern, daß man wahr reden, daß man an der Herausarbeitung der Wahrheit tätig sein soll, sind nicht mehr rein logischer Natur und haben daher auch nicht Teil an der Selbstgarantie der Wahrheit. Der Satz, nichts ist wahr, enthält einen Widerspruch in sich selbst, der andere aber, daß dem Menschen Täuschung zukömmlicher ist als Wahrheit, daß es daher gefordert ist, an der Unterdrückung mindestens einiger Wahrheiten mitzuarbeiten, kann ohne logischen Widerspruch diskutiert werden. Damit soll natürlich nicht behauptet werden, daß diese Sätze wahr, auch nicht etwa, daß sie unwiderleglich sind. Im Gegenteil halte auch ich sie für erweislich falsch, wenigstens als ethische Imperative. Nur sind zu ihrer Widerlegung außerlogische Voraussetzungen erforderlich.

Wir müssen danach die oben angedeutete Lehre vom Primate der praktischen Vernunft doch mindestens wesentlich einschränken. In der Logik, soweit diese reine Wertwissenschaft ist, ist kein außerlogischer, also auch kein

ethischer Wert vorausgesetzt. Das wird freilich sofort anders, sobald die eigentlich normative Wendung gemacht wird. Jeder Anspruchsbegriff läßt sich als eine Forderung zur Arbeit ansehen, und diese Forderung zum Tun ist nicht mehr rein logisch. Man kann die normativ gewendete Logik ganz wohl als Ethik des erkennenden und insbesondere des wissenschaftlichen Menschen bezeichnen, während dieser Ausdruck auf die reine Logik im strengen Sinne des Wortes unanwendbar ist. Wir erkennen jetzt, wie wichtig die Scheidung der reinen Wertwissenschaft von der Normation für diese prinzipiellen Probleme ist. Nun wird man hier vielleicht entgegnen, daß doch dieselbe Scheidung auch in der Ethik gemacht werden kann, und daß der absolute Wert des guten Willens noch unabhängig davon ist, daß einem Menschen der gute Wille zugemutet wird. Aber daß der Gegenstand der ethischen Bewertung eben notwendig ein Wille ist, hat zur Folge, daß es hier im reinen Werte bereits Normen gibt. So wichtig die Analogie der Wertgebiete ist, so wenig darf man sie doch zum einzigen methodischen Prinzip beim Aufbau der Wertwissenschaften machen. Daß aus dem logischen Werte allgemeine Regeln über die Bildung logischer Zusammenhänge folgen, ist ebenso spezifisch für die Logik, wie es für die Ethik auszeichnend ist, daß ihr leitender Wert sofort zur normativen Wendung führt. Bedenkt man dies, so wird klar, daß hier, wie fast überall, das kahle Schema einer linearen Rangordnung völlig versagt. Gegenüber den Denkgewohnheiten, die bei uns allen noch, gleichsam mechanisch in der Bahn der Subsumtionslogik verlaufend, solche Schemata fordern, genügt es nicht, wenn man die Nachwirkungen dieser einseitigen Theorie prinzipiell bekämpft. Man muß vielmehr an jeder Stelle klar machen, daß es komplizierterer Denkmittel bedarf.

Wir können nun das Ergebnis unserer Überlegung in einige Thesen zusammenfassen:

1. Daß Wahrheit sich nur als anzuerkennender Wert und damit unter Voraussetzung eines überindividuellen anerkennenden Ich erfassen läßt, ist und bleibt der Angelpunkt aller Philosophie. Wollen wir diesen Grundsatz mit einem unmißverständlichen Namen belegen, so müssen wir von einem Primat des Wertes, noch nicht von einem Primat des Praktischen reden.

2. Daß es neben der Wahrheit noch andere Arten geforderter Werte gibt, ist direkt aus dem Begriffe der Wahrheit nicht abzuleiten. Indirekt freilich scheint sich wenigstens die Ergänzungsbedürftigkeit allgemein einsehen zu lassen. Sobald man die Relationshaltigkeit des Urteils und die Transgredienz des Wahrheitswertes hinzuzieht, kommt man mit Notwendigkeit von der Wahrheit zur Wissenschaft und somit zu einem Ziele, das zu seiner Realisierung der Arbeit bedarf. Um aber diese Arbeit als gefordert zuzumuten, ist der ethische Wert nötig.

Das Ethische ist dabei in dem denkbar weitesten Sinne zu nehmen als eine an das handelnde Individuum gerichtete Forderung, die um ihrer selbst willen erfüllt werden soll. Dieser und nur dieser weiteste Begriff ist in der normativ gewendeten Logik vorausgesetzt. In die spezifisch ethische Form der Autonomie läßt er sich leicht umformen. Denn eine Forderung um ihrer selbst willen erfüllen kann nur ein Wille, der sich selbst das Gesetz gibt oder der dem als recht Erkannten folgt. In dieser letzten Formulierung zeigt sich zugleich, daß der ethische Wert den logischen ebenso voraussetzt, wie umgekehrt das logische Ziel den ethischen Wert. Von neuem erkennen wir, daß es sich um ein Verhältnis gegenseitiger Ergänzung handelt. Dies

weiter zu verfolgen, dazu fehlen uns hier die notwendigen ethischen Voruntersuchungen.

§ 34. Erkenntniseinheit und Willensfreiheit.

Tritt das Ziel des Erkennens als Forderung an das Individuum heran, so hat es Teil an den Schwierigkeiten, die jeder Forderung anhaften. Fordern kann man mit Sinn nur, wenn die Erfüllung denkbar ist. Dazu aber gehört, daß in der Macht des Wesens, an das sich die Forderung richtet, die Möglichkeit steht, den Ausfall eines Ereignisses irgendwie zu beeinflussen. Damit ist die Frage nach der Willensfreiheit in ihrem allgemeinsten Sinne gestellt. In diesem Probleme begegnen sich Logik und Ethik. Wir können seiner Erörterung um so weniger ausweichen, als sich die Bedeutung der bisher gewonnenen Sätze vielleicht auf keine andere Weise so gut übersehen läßt.

Das Problem der Willensfreiheit tritt überall da, aber auch erst da auf, wo Normation von Handlungen in Frage kommt. Daher läßt sich die rein wertwissenschaftliche Stufe der Logik von jeder Bezugnahme auf dieses Problem freihalten. Im überindividuellen Ich, das hier allein in Betracht kommt, ist Forderung und Erfüllung nicht mehr getrennt. Aber dies überindividuelle Ich ist kein existierendes Ding, sondern nur ein im Zusammenhang der reinen Logik auftretender Begriff. Die meisten logischen Fragen fordern ein Herabsteigen von der Stufe der reinen Wertwissenschaft auf die der Normation. Dies hängt mit der Relationsnatur des Urteils zusammen, sofern sie vom einzelnen wahren Urteil zum Urteilszusammenhange forttreibt, und mit dem Utraquismus, sofern aus ihm folgt, daß die vollendeten Ziele Ideale sind, daß also von ihrer Notwendigkeit als Ziele, nicht etwa von dem vollendet gedachten Erkenntnisganzen ausgegangen werden muß. Es

ist nun unsere Aufgabe, erstlich genau zu bestimmen, was wir unter Willensfreiheit verstehen, zweitens anzugeben, wodurch dieser Begriff in Schwierigkeiten führt. Erst wenn diese beiden Vorbedingungen erfüllt sind, wird man an die Lösung des Problems herantreten können.

An das individuelle Ich ist die Forderung gestellt, erkennendes Ich zu sein. Damit ist vorausgesetzt, daß dieses Ich diese Forderung und daß es überhaupt Forderungen erfüllen kann. Eine Forderung kann aber ein Wesen nur erfüllen, wenn es von ihm abhängt, ob irgend etwas, auf das sich die Forderung bezieht, so oder so ausfällt. Was also verlangt wird, ist, daß dem individuellen Subjekt die Möglichkeit zukommt, im echten Sinne des Wortes zu handeln, d. h. nach Einsicht ändernd zu wirken. Ob diese Änderung sich, wie im theoretischen Gebiete, auf die Fällung von Urteilen und auf die Arbeit an der Wissenschaft beschränkt, oder ob sie sich auf das ganze Leben ausdehnt, ist unwesentlich; denn auch die Wissenschaft, ja sogar jedes einzelne wahre Urteil, gehört, sobald es als Erfüllungsbegriff gefaßt wird, der Erlebniswirklichkeit an. Wir bezeichnen die Änderungsmöglichkeit durch ein individuelles Ich als Willensfreiheit und geben damit dem vieldeutigen Worte im Sinne einer postulierenden Definition bestimmte Bedeutung. Wir brauchen auch hier mit voller Absicht das überlieferte Wort, weil seine Vieldeutigkeit und Problemhaltigkeit uns nicht sinnlosen Zufall, sondern undeutlich gesehenen Zusammenhang verschiedener Fragen bedeutet.

Das Wort Wille ist hier zur Bezeichnung eines Anspruchsbegriffes verwendet. Es sei bemerkt, daß dies Wort in der reinen Ethik nirgends einen anderen Sinn anzunehmen braucht. Daher rührt es, daß die psychologische Analyse des Willens der Ethik in ihren prinzipiellen Teilen gleichgültig sein kann.

Wodurch entsteht nun aus der so geforderten Willensfreiheit ein Problem? Dadurch, daß das Ziel des Erkennens eindeutige Bestimmtheit jedes Stückes Realität und damit die Unmöglichkeit, an einer Realität etwas zu ändern, voraussetzt. Was in den einen Zusammenhang der Wirklichkeit hineingestellt gedacht wird, ist aus diesem Zusammenhang heraus auch eindeutig bestimmt. Hier wird das Ich zum Ich-Objekt. Seine Einheit ist anderen Ding-Einheiten analog, seine Handlungen sind Geschehnisse, die, wie jedes andere Geschehnis, erklärt werden sollen. Was aber als vollständig bestimmt gedacht wird, d. h. für dessen Ausfall der vorangehende Moment alle nötigen Data enthält, das kann nicht anders sein, als es ist, daran kann also keine Forderung sinnvoll gestellt werden. Also ist Willensfreiheit als etwas im Realitätszusammenhange Aufweisbares schlechthin undenkbar. Aber dieser eine einheitliche reale Zusammenhang kann, wie wir wissen, nur als Ideal höherer Ordnung für das erkennende Ich begriffen werden. Im Begriffe des Ideals ist der des Ziels und in diesem der der Freiheit mitgesetzt. Derselbe Zusammenhang also, der jedes besondere Auftreten der Freiheit als eines aufweisbaren Gegenstandes unmöglich macht, fordert gerade die allgemeine Möglichkeit der Freiheit.

Hiermit ist das Problem der Willensfreiheit gestellt, wie es sich von der Logik her ergibt. Wir müssen nun diese Problemstellung gegen naheliegende Einwände verteidigen und unseren Begriff der Willensfreiheit gegen Verwechslungen schützen, ehe wir an eine Lösung denken können.

Zunächst wird man von deterministischer Seite bestreiten, daß die Freiheit in diesem Sinne wirklich gefordert ist. Daß ein bestimmtes Individuum sich gewisse Aufgaben z. B. solche wissenschaftlicher Natur stelle und an ihrer Lösung arbeite,

sei selbst durchaus ableitbar, erkläre sich aus wenigstens im allgemeinen erkennbaren Ursachen, aus der Umgebung, in der diese Person aufwächst, und aus den Eigentümlichkeiten der Person selbst, die sich ihrerseits wieder aus denen ihrer Vorfahren und aus der Erziehung im weitesten Sinne des Wortes ableiten lassen müssen. Das so bedingte Streben determiniere dann natürlich weiterhin das folgende Verhalten nicht nur dieser Person, sondern auch andrer Personen. Alle diese Behauptungen sind für sich genommen vollständig richtig. Aber ihre Verwendung als Mittel, die Freiheit zum Schein zu degradieren, verkennt durchaus den Punkt, auf den es ankommt. Wir verlangen von dem Wissenschaft treibenden Menschen, daß er gewissen Normen folgt. Tut er das nicht, so schließen wir seine Arbeit aus der Wissenschaft aus, wir schichten hier die Werte und stellen, indem wir dies tun, nicht nur uns, die Beurteilenden, sondern auch ihn, den Beurteilten, aus dem kausal einheitlich erklärten Zusammenhange heraus. Und wir tun das eben, indem wir von ihm fordern, daß er die Determiniertheit seines eigenen Tuns anerkenne. Der Glaube des Indeterministen rohester Art, der jede Kausalreihe in jedem Momente willkürlich durchbrochen denkt, ist an sich ebenso determiniert, wie die Überzeugung des naturwissenschaftlich gebildeten Deterministen. Indem wir zwischen beiden einen Wertunterschied machen, tritt das Freiheitsproblem in unserem Sinne auf. Oder um einen Ausdruck zu brauchen, der an Husserl anknüpft: das Sein der Wissenschaft kann nur als determiniert erfaßt werden, der Sinn der Wissenschaft ist eine Tat der Freiheit.

Die so geforderte Freiheit steht nun in Antinomie nicht etwa mit der Kausalität, sondern mit der Erkenntniseinheit. Man kann ja ohne inneren Widerspruch sogar von einer Kausalität durch Freiheit reden; man postuliert

damit, wie Kant es in der dritten Antinomie richtig formuliert, lediglich den absoluten Anfang einer Kausalreihe und begeht einen Widerspruch nur gegen das Erkenntnisziel der Einheit. Mit der Einheit aber kommt man auch unbedingt in Widerstreit, und es ist dafür ganz gleichgültig, in welcher Form man diese Einheit denkt. Der konsequente Materialismus muß deterministisch werden, und es ist ein Zeichen für die Unterordnung der theoretischen unter praktische Interessen bei Epikur, daß dieser Denker Indeterminist war. Spinozas Stellung ist bekannt; der Nachdruck, den er auf die Leugnung der Freiheit legt, erklärt sich leicht, wenn man bedenkt, daß die substanzielle Einheit der Welt das leitende Motiv seines Philosophierens ist. Aber zu ganz demselben Ergebnis muß der konsequente Theist gelangen, für den in Gottes Wissen und Entschluß alle Ereignisse vorbestimmt sind. Nur kann er sich mit den Konsequenzen nicht so leicht abfinden, da sein Denken auf die Folgen des menschlichen Tuns im Sinne der Gerechtigkeit gerichtet ist. Sünde und Sühne treten hier mit der Unfreiheit in jenen tragischen Konflikt, für den die Namen Augustin, Luther, Calvin bezeichnend sind [4].

Wir sind nun auch in der Lage, Bedeutungen des Wortes Freiheit auszuschalten, von denen her eine Scheinlösung versucht worden ist. Man hat durch den Begriff der inneren Kausalität die Freiheit mit der Bestimmtheit vereinigen zu können geglaubt. Aber unter innerer Kausalität kann man nur die Bestimmtheit einer Handlung oder Entschließung durch die Eigentümlichkeiten der handelnden Person im Gegensatz zu einer solchen durch äußere Umstände verstehen [5]. Nun ist die handelnde Person aber selbst ein Stück Realität, und ihre Eigentümlichkeiten bedürfen weiterer Kausalerklärung. Daß die Unterscheidung

für gewisse praktische Fragen der juristischen Strafanrechnung wichtig ist, soll gar nicht geleugnet werden. Theoretisch bringt uns die „Freiheit des Bratenwenders" nicht einen Schritt weiter. Auch der Gedanke, die Freiheitsfrage durch die ungeheure Kompliziertheit der Bedingungen psychischer Geschehnisse lösen zu wollen, ist durchaus abzuweisen. Komplizierte Determination ist nicht minder bindend als einfache. Die Forderung der Freiheit wird hier genau ebenso übersehen wie bei jeder andern Form des Determinismus. Höchstens könnte man etwa, wenn man die Freiheit als Schein ansähe, diesen Schein aus der Komplikation erklären wollen; aber wir wissen, daß die Freiheit kein Schein, sondern eine notwendige Forderung ist. Es handelt sich für uns auch überall um den positiven Begriff der Freiheit zu etwas, nicht um den negativen der Freiheit von etwas, die erst in sekundären praktischen Fragen wichtig wird.

Wir können nunmehr die Prinzipien, von denen aus eine Lösung der Freiheitsfrage möglich ist, kurz zusammenfassen. Die Forderung der Willensfreiheit ist auf logischem Gebiete ableitbar aus der normativen Wendung des logischen Wertes. Diese normative Wendung kann aber nicht umgangen werden, sobald die komplexen Ziele der Erkenntnis bestimmt werden sollen. Umgekehrt tritt die Willensfreiheit in Antinomie nicht mit den Grundsätzen der reinen Logik, nicht einmal mit dem kategorialen Postulate der Kausalität, sondern mit der Einheit, als welche die Wirklichkeit vom Erkennen aufgefaßt werden soll. Diese Einheit ist aber absolut genommen ein Ideal von Idealen. Auch die partiellen Ziele einiger Wissenschaften, zwischen denen und der Freiheit man ebenfalls einen Konflikt konstruieren kann, sind Ideale d. h. zugleich geforderte und als Ganzes prinzipiell unerreichbare Ziele. Der Konflikt besteht

also zwischen dem vollendet gedachten Ideal und einer Voraussetzung, ohne deren Annahme kein Ziel, also auch kein Ideal irgend einer vollendeten auf Wirklichkeit bezogenen Wissenschaft oder einer vollständig erkannten Wirklichkeit denkbar ist. Um dies vollkommen einsehen zu können, muß man freilich mit allen Resten der Abbildungstheorie aufgeräumt haben und nicht mehr durch eine Denkgewohnheit sich verführen lassen, die ganze Wirklichkeit unabhängig vom Erkennen als existierende Einheit zu hypostasieren.

Es ist nun sicherlich unberechtigt, ein Ideal als vollendet vorauszusetzen und gar von dieser unmöglichen Vollendung des Unvollendbaren polemischen Gebrauch gegen eine Voraussetzung zu machen, die dem Ideale selbst zugrunde liegt. Hinzutritt, daß eben die Unvollendbarkeit des absolut gedachten Erkenntniszieles auf notwendige Ergänzungen hinweist, ja eine dieser Ergänzungen in das Ziel selbst hineinnehmen muß. Diese Ergänzung aber, der ethische Wert des pflichtbewußten Willens, ist erst recht ohne Freiheit undenkbar. Man lasse sich hier nicht dadurch täuschen, daß eine utilitarische und deterministische Ethik etwa den schädlichen Menschen mit einer Giftschlange vergleicht, die auch ausgerottet wird, obwohl sie gar nicht anders kann, als schaden. Sobald man mit der Vorbestimmtheit aller künftigen Ereignisse in einer, sei es wie immer gedachten, Welteinheit ernst macht, wird jede Zielsetzung zu einem bloßen Schein. Wohl kann ich mir vornehmen, etwa die Feinde meines Volkes unschädlich zu machen; aber diese Vornahme sowohl wie das Maß des Erfolges, das ihr beschieden ist, steht fest und ist unabänderlich. Selbst der Ausweg Spinozas, daß ich mich betrachtend dieser Notwendigkeit unterwerfe und sie so zugleich besiege, bleibt verschlossen; denn ob mir diese Betrachtung gelingt, und wie sie ausfällt, das ist genau in

demselben Sinne festgelegt, wie jedes andere Geschehnis in dieser Welt. Einen Sinn des Lebens gibt es nur in der Freiheit; sogar wer diesen Sinn in der Unterwerfung unter ein Sein sucht, setzt die Freiheit voraus.

Die Lösung kann man nun paradox so einkleiden, daß man die Unfreiheit als eine Aufgabe der Freiheit bezeichnet. Freilich ein solches Oxymoron ist nie die letzte und strenge Form, in der eine Lösung aufgestellt werden soll. Genauer kann man die Sache so fassen: in jedem Änderungswillen und also auch in jedem Erkenntniswillen ist Änderungsmöglichkeit und damit Freiheit gesetzt. Die Änderungsmöglichkeit widerspricht aber dem Erkenntnisziele des vollständig bestimmten Ganzen der Wirklichkeit. Da indessen dieses Ziel ein Ideal ist, d. h. nicht ohne inneren Widerspruch als vollendet gedacht werden kann, so ist es unberechtigt, es als vollendet vorauszusetzen und, was dieser Vollendung widerspricht, als unmöglich zu leugnen.

Der einzelnen Handlung gegenüber ergeben sich auf diese Weise zwei Standpunkte. Wird sie unter dem Gesichtspunkte der Realisierung eines geforderten Wertes betrachtet, so erscheint sie frei, d. h. der Handelnde ist vorausgesetzt als einer, der auch anders hätte handeln können. Dabei ist sie als Gegenstand des gegenwärtigen Entschlusses gedacht. Da die Forderung des Wertes als ewig gefaßt werden muß d. h. von der Zeit begrifflich unabhängig ist, so möchte man paradox von einem Standpunkt der ewigen Gegenwart reden. Wenn man dagegen eine Handlung als vergangen ansieht, so ist sie hineingestellt in das, was nun nicht mehr geändert werden kann, d. h. sie ist Gegenstand einer Erklärung geworden, deren Aufgabe es ist, sie möglichst vollständig als notwendig aus ihren Ursachen folgend abzuleiten, d. h. in eine Erklärungseinheit hineinzustellen, obwohl eine vollständige Erfüllung dieser

Forderung unmöglich ist. Unbestimmtheit kann hier nur als Unwissenheit auftreten, nie als Lösung; denn unsere Aufgabe ist ja die Determination. Die prinzipiellen Schwierigkeiten der psychophysischen und psychologischen Kausalität nützen der Freiheit ebensowenig, wie die große Kompliziertheit der Bedingungen. Erst die Überlegung, daß diese Komplikation eine unendliche, die vollständig gelöste Aufgabe also ein innerer Widerspruch ist, führt uns zum Ausgleich mit dem Standpunkte der Freiheit.

Wenn wir eine zukünftige Handlung eines Menschen voraussehen wollen, so versuchen wir, uns ihre Bedingungen als vollendet, sie selbst als vergangen vorzustellen. Beurteilen wir umgekehrt eine vergangene Handlung nach ihrem Wert, so stellen wir sie uns als eine, die auch anders ausgeführt werden könnte, d. h. als gegenwärtig vor. Die Zeit läßt sich vielleicht in ihrem einsinnigen Ablauf und in der exemten Stellung der Gegenwart als teleologisch gefordert von hier aus begreifen. Sie wäre dann der Ausgleich zwischen den Forderungen der vollendeten Erklärung und der Freiheit. Man ahnt so, warum die genannten Eigenschaften der Zeit apriorisch und doch überschießende Teile des Suffizienten also undurchsichtig sind. Sie sind eben nicht aus rein theoretischen Gründen postuliert.

Um die Tragweite unserer Lösung zu erkennen, müssen wir jedoch ausdrücklich die Schwierigkeiten ins Auge fassen, die sie bestehen läßt. Diese Schwierigkeiten treten auf, sobald demselben Komplexe gegenüber zugleich der Standpunkt der Freiheit und der der Bestimmtheit eingenommen werden muß. Dies aber ist bei jeder einzelnen praktischen Handlung nötig. Jedes besonders gedachte Ziel nimmt Bedingungen auf, die dem Ziele gegenüber fremd sind, und gar jede einzelne Handlung, also auch jeder zur Handlung führende Entschluß, setzt ein dem Entschluß gegenüber

fremdes Material voraus. Das gilt durchaus auch von rein „inneren" Handlungen, auch vom Entschluß des Erkenntniswillens. Denn dem Erkenntniswillen gegenüber sind meine Gefühle, sind die Schranken meiner Individualität fremdes Material. Ich soll diese Schranken meines individuellen Ich durchbrechen, indem ich mich zum überindividuellen Ich erhebe. Dazu aber muß ich mein individuelles Ich als bestimmt und bestimmbar erfassen. Man erweitere dies auf das Ganze des individuellen Lebens, dann kann man sagen, ich soll mich zu der besonderen Aufgabe bestimmen, die mir durch die Schranken meines individuellen Ich gestellt ist. Und ganz dieselbe Vereinigung von Gegensätzen tritt auf, wo ich auf andere zu wirken habe. Ich soll sie als mögliche Träger eines freien Willens, der daher ein sittlicher werden kann, anerkennen; ich muß dies tun, wenn es einen Sinn haben soll, sie zu bilden, und doch kann ich sie nur bilden, indem ich meine Mittel auf sie berechne, also zugleich mit ihnen als mit determinierten Objekten rechne. Wenn der Indeterminist dem Deterministen vorwirft, daß er jedes Handeln unmöglich mache, so wendet dieser wohl das aufgefangene Geschoß gegen den Angreifer zurück. Gerade wenn man annehme, daß das Handeln der Menschen nicht bestimmt sei, werde jede sichere Wirkung auf andere und damit jedes eigene Handeln unmöglich. Unzweifelhaft haben beide Gegner recht. Für die Praxis ist der Standpunkt der Determination, das Streben, die Handlungen als verursacht zu verstehen und vorauszusagen, immer soweit von Bedeutung, als diese Handlungen Material des eigenen Handelns werden. Auch die Eigentümlichkeiten der eigenen Person können durchaus auf diese Weise verwertet werden. Man rechnet mit den Grenzen seiner Arbeitsfähigkeit, mit der eigenen Heftigkeit und ihren Folgen. Aber indem man damit rechnet, steht das eigentliche Handeln jenseits dieser Eigen-

tümlichkeiten. Wie sich im einzelnen die praktische Auseinandersetzung beider Stellungnahmen regelt, kann nur in einem System der Ethik ausgeführt werden.

Die Lösung der Freiheitsfrage, die hier versucht wurde, knüpft an Kants dritte Antinomie insofern an, als sie in der Parallelisierung von Unendlichkeit und Freiheit einen durchaus richtigen Grundgedanken sieht. Aus den Widersprüchen kommt man in beiden Fällen nur heraus, wenn man es aufgibt, die Welt als Ganzes irgendwie vorauszusetzen. Während dieser Gedanke meist unverstanden blieb, haben spätere Denker, allen voran Schopenhauer, besonders gern an Kants „intelligiblen Charakter" angeknüpft. Auch in ihm steckt ein tief begründeter und richtiger Kern, sofern man an das überindividuelle Ich denkt, das doch immer nur vom individuellen her erfaßt werden kann: aber schon bei Kant selbst ist der Abweg nicht vermieden, diesen intelligiblen Charakter nicht als ewige Gegenwart, sondern als vorzeitlichen, und für alle Zeit maßgebenden Entschluß des Individuums zu verstehen. Wie Schopenhauer dann auf diesem schlüpfrigen Pfade in den tiefen Sumpf des Aberglaubens geglitten ist, ist allbekannt.

§ 35. Die Weltanschauung und das System der Werte.

Die Freiheitsfrage ist ein Knotenpunkt des philosophischen Systems. Hier hängt Logik und Ethik zusammen, hier mündet die rein wissenschaftliche Philosophie in jene, mindestens zum Teil nicht mehr wissenschaftliche, Aufgabe ein, die als Weltanschauung bezeichnet werden kann. Es ist Gegenstand unserer letzten Betrachtungen, über die Möglichkeit und den Begriff eines Systems der Werte und einer Weltanschauung uns Klarheit zu verschaffen.

Längst wissen wir, daß und warum das Wertgebiet des Erkennens durch ein ethisches Gebiet ergänzt werden muß.

Aber diese Ergänzung ist nicht die einzige, die sich teleologisch ableiten läßt. Die Transgredienz des Wahrheitswertes führt zur Idealität des Erkenntniszieles. Die Unerreichbarkeit eines Abschlusses fordert einen anderen Wert, dessen Gegenstand in sich geschlossen ist. Diesen Charakter hat der gute Wille, der Gegenstand des ethischen Wertes nicht, da er als Wille über sich selbst hinausweist. Daß die ästhetische Anschauung der Forderung genügt, kann hier nur aufgenommen, nicht begründet werden. Der immanent-intensive oder rein intensive Wert der ästhetischen Anschauung tritt aber sogar in das logische Gebiet selbst hinein. Wir sahen ja, wie der Begriff zu einer Anschauung hinstrebt, die zwar nicht die reine Isolation ästhetischer Anschauung, doch aber deren Verbindung von unmittelbar erlebter Einheit und Deutlichkeit hat. Der ethische Wert ferner ist, wie wir wissen, mitvorausgesetzt, sobald aus dem leitenden Wahrheitswert ein Ziel abgeleitet wird. So läßt sich nicht einmal das weitere Wertgebiet des Erkennens verstehen, ohne daß man andere Werte zu Hilfe nimmt. Von hier aus ergibt sich sofort die Aufgabe eines zunächst rein begrifflichen Systems der Werte. *Ein solches System hat die verschiedenen leitenden Werte und die aus ihnen abgeleiteten Hilfswerte und Ziele miteinander zu vergleichen und zueinander in das Verhältnis teleologischer Ergänzung zu setzen.* Freilich tritt hier nun sofort eine große Schwierigkeit auf. Kennen wir denn alle Grundwerte, sind wir sicher, eine vollständige Übersicht über sie zu besitzen? Gewöhnlich geht man von den großen Kulturgebieten der Wissenschaft, der Kunst und des praktischen, menschlichen Zusammenlebens aus, und unterscheidet danach wahr, schön und gut. Man fügt auch wohl die Religion hinzu und sucht hier einen besonderen leitenden Wert mit dem Worte

heilig auszuzeichnen. Aber schon die zweifelhafte Stellung dieses Wertes beweist, daß wir eine wirkliche Gewähr für Vollständigkeit so nicht erlangen. Manche ersetzen nun diese kulturelle Ableitung durch eine psychologische und koordinieren die drei Wertgebiete dem Vorstellen, Fühlen und Wollen. Aber zunächst ist die Berechtigung dieser psychologischen Dreiteilung bekanntlich bestritten. Es gibt Psychologen, die im Wollen, ja auch solche, die im Gefühl nur eine besonders geartete Empfindungskombination sehen. Ja, wenn man die Geschichte der Psychologie verfolgt, könnte man geneigt sein, in der traditionellen Dreiteilung umgekehrt eine Spiegelung der drei großen Kulturgebiete zu erblicken. Besonders die Einführung des Gefühles als eines selbständigen Elementes im Zusammenhang mit der psychologischen Ästhetik des 18. Jahrhunderts kann solche Gedanken wecken. Dazu kommt, daß, sobald man jene Begriffe wirklich psychologisch faßt, die Zuordnung der Wertgebiete zu ihnen keineswegs mehr einfach oder selbstverständlich ist. Gewiß ist z. B. die ästhetische Anschauung gefühlsbetont, aber vor allen Dingen ist sie doch Anschauung. Indessen wir brauchen uns mit einer Kritik des Einzelnen hier um so weniger aufzuhalten, als aus unseren prinzipiellen Auseinandersetzungen über Psychologie und Logik zur Genüge hervorgeht, daß dieser Weg nicht zum Ziele führen kann. Er ist prinzipiell verfehlt, da die wertfreien Einteilungen der Psychologie nie Wertunterschiede rechtfertigen können, während das Ausgehen von den großen Kulturgebieten uns sicher zu echten Werten führt, aber freilich niemals Garantie für Vollständigkeit bieten kann.

Der Vollständigkeit dürfen wir auch hier nur dann sicher sein, wenn wir ein abgeschlossenes System haben. Sie kann also nicht am Anfange sondern erst am Ende

der umfassenden Wertwissenschaft gewonnen werden. Wir haben für dieses System bereits früher die bloße Unterordnung und Nebenordnung abgewiesen. Schon wenn man von den Merkmalen der Werte und ihrer Gegenstände ausgeht, wird sich eher eine komplizierte Kreuzung ergeben. Weit wichtiger aber ist, daß die einzelnen Gebiete zueinander in ein System teleologischer Ergänzung treten, d. h. daß man, von jedem von ihnen ausgehend, notwendig zu Forderungen kommt, die den anderen Gebieten angehören. Sobald aus irgend einem Werte ein Ziel abgeleitet wird, erscheint dessen Erstrebung als Pflicht. Ein ethischer Wert ist eingeführt. Sobald über das Recht irgend einer Wertung entschieden werden soll, müssen wahre Urteile und damit der logische Wert „Wahrheit" vorausgesetzt werden. Erkennen und Handeln endlich als unabschließbar fordern zur Ergänzung einen mindestens partialen Abschluß, den die ästhestische Anschauung gewährt. Ich bin mir wohl bewußt, wie weit entfernt diese Andeutungen sowohl von vollständiger Erfassung der teleologischen Beziehungen wie auch von letzter Exaktheit der Formulierung sind. Sie sollen lediglich zeigen, was hier gemeint ist. Um das System wirklich durchzuführen, müßte man überall die leitenden und abgeleiteten Werte, die Ziele und die engeren und weiteren Wertgebiete miteinander begrifflich vergleichen und zueinander in teleologische Beziehung setzen. Es wird vielleicht aufgefallen sein, daß bei unseren Beispielen das religiöse Gebiet unberücksichtigt blieb. In der Tat existiert kein immanentes Objekt, dem der religiöse Wert eigentlich anhaftet. Bezeichnet man „heilig" oder „göttlich" als solche Wertprädikate, so kommen sie dem letzten absolut gedachten Abschlusse zu. Will man aber „fromm" als religiösen leitenden Wert fassen, so trifft er das Verhältnis der menschlichen Person zum Absoluten und enthält bereits

einen ethischen Beisatz. Daraus scheint hervorzugehen, daß das religiöse Gebiet den übrigen nicht nebenzuordnen ist, sondern einer anderen Stufe angehört.

Die reinen Wertwissenschaften sind Konstruktionen, die allerdings von vornherein stets eine Anzahl nicht logisch ableitbarer Voraussetzungen aufnehmen müssen. Sobald sie auf die einzelnen Kulturgebiete als auf Stücke und Momente von Realitäten angewendet werden sollen, entstehen neue Probleme, deren Behandlung den einzelnen Wertwissenschaften überlassen werden muß. Wichtig ist uns vor allem, daß hier die verschiedenen Werte und Wertgebiete in ein neues Verhältnis zueinander treten. Das reale Zusammenwirken der Wertungsarten bietet Schwierigkeiten, deren man noch nicht Herr geworden ist, wenn man ihre Unterschiede und ihre gegenseitige teleologische Ergänzung eingesehen hat. Man muß vielmehr überall noch hinzunehmen, wie sie für dasselbe Stück der Erlebniswirklichkeit ihre Ansprüche geltend machen, hier einander hemmen und fördern. Wir haben bei der Willensfreiheit gesehen, daß auf dieser Stufe Probleme ganz neuer Art auftreten.

Eine Vorarbeit zur Lösung dieser Probleme ist die Einsicht in die verschiedenen historisch gewordenen Arten der Wertung und Wertdurchsetzung. Man kann dabei von wertwissenschaftlicher Nachkonstruktion reden und Hegels Phänomenologie des Geistes — allerdings unter absichtlicher Ignorierung der darin steckenden Metaphysik, — als den Versuch einer exakten wertwissenschaftlichen Nachkonstruktion auffassen, ihn in diesem Sinne zugleich bewundern und sich von ihm warnen lassen. Diese Nachkonstruktion wird wohl, bei dem Fehlen der Quantität, immer nur für einen bestimmten historischen Kreis versucht werden können. Ihr erster Schritt wird darin bestehen, aus den komplizierten

geschichtlichen Erscheinungen das gültige Wertsystem herauszuarbeiten. Schon diese Arbeit unterscheidet sich grundsätzlich von der bloßen Wertbeziehung der Geschichte, ja sie macht eine der Wirklichkeit nicht entsprechende Annahme, nämlich daß sich ein einheitliches Wertsystem konstruieren läßt. Diese Annahme ist heuristisch notwendig. Wie weit sie sich im einzelnen Falle bestätigt, kann am besten aus dem Maße des Gelingens einer von einem solchen historischen Wertsystem aus versuchten Nachkonstruktion, erkannt werden. Auf diese Weise durch inniges Ineinander-Arbeiten hypothetischer Konstruktion, Nachkonstruktion und historischer Prüfung dieser Nachkonstruktion darf man hoffen, dereinst zu einer Phänomenologie des Geistes zu gelangen, die Hegels Versuch auf neuer Basis wiederholt, dabei aber zunächst jeden metaphysischen Gedanken wegläßt. Diese Betrachtungsart füllt die Lücke zwischen Geschichte und reiner Wertwissenschaft. Sie hat aber außer dieser theoretischen noch eine eminent praktische Bedeutung. Praktische Wissenschaften, deren oberste Ziele nicht nur im hypothetischen, sondern im kategorischen Sinne normativ sein sollen, bedürfen überall der Vermittlung eines historisch erfüllten Wertsystems. Das gilt von Politik und Sozialpolitik in allen ihren Zweigen ebenso gut wie von Pädagogik oder Seelsorge, möge man diese letztere nun religiös oder ethisch orientieren[6]).

So wichtig indessen diese Nachkonstruktionen sein mögen, die letzte Aufgabe, die auch nach Durchführung des Wertsystems übrig bleibt, lösen sie nicht. Auch sie lassen die Kluft zwischen Sein und Sollen unerfüllt; denn sie ergänzen die abstrakten Sollungen nur durch das, was in einer bestimmten Lage als gesollt nachkonstruiert werden kann. Nun ist die Lage selbst niemals allein vom Sollen her zu begreifen, und dazu kommt, daß das Ganze der

Erlebniswirklichkeit, die „Welt“, an Umfang das Menschenleben, das für uns allein Gegenstand direkter Wertbeurteilung und Wertbeziehung sein kann, unendlich übertrifft. Wir wissen längst, daß für das Erkennen die Welt als ideale Erlebniswirklichkeit ein Ideal zu Idealen ist. Trotzdem aber treten uns die Stücke der erlebten Wirklichkeit stets mit dem Anspruch gegenüber, als Teile dieses idealen Ganzen erlebt zu werden. Diese Erlebensart setzt die Vereinigung von Einheit und Deutlichkeit voraus, die wir als Anschauung bezeichnet haben. Die so geforderte Auffassung der Realitäten, die diese in ihrer realen Ganzheit läßt und sie dabei als Stücke einer Welt anschaulich begreift, kann man daher am besten mit dem Worte „Weltanschauung“ bezeichnen, das auch historisch für die nicht mehr rein wissenschaftlichen Aufgaben der Philosophie geeignet erscheint. Freilich ist sofort ein naheliegendes Mißverständnis fernzuhalten. Man darf unter Weltanschauung nicht etwa eine einheitliche Anschauung der Welt verstehen. Dann forderte man, daß ein Ideal höchster Stufe, ein Ideal zu Idealen, das sogar als Ideal nur vermittels des diskursiven Denkens erfaßt werden kann, angeschaut wird. Man verwickelt sich bei der Aufstellung eines solchen Zieles in alle die Widersprüche, denen die Metaphysik niemals entgehen kann. Weltanschauung kann immer nur eine Art des Anschauens bedeuten, und zwar eine Art des Anschauens, die die einzelnen Realitäten intuitiv als Teile einer „Welt“, eines einheitlichen Kosmos erfaßt.

Diese Rückführung in die Erlebniswirklichkeit überschreitet die Grenzen der Wissenschaft. Die Weltanschauung umfaßt die Aufgaben, an die man bei der Behauptung denkt, daß Philosophie nicht oder nicht ganz Wissenschaft sei. Die philosophischen Wertwissenschaften sind ganz und ausschließlich Wissenschaft; wenn sie in der Art ihres

Betriebes manchmal recht unwissenschaftlich aussehen, so sind das historisch bedingte Unvollkommenheiten, die allerdings z. T. in besonderen inneren Schwierigkeiten ihre Ursache haben. Diese Unvollkommenheiten zu überwinden, der Philosophie den geregelten Gang einer Wissenschaft zu geben, soll Ziel aller unserer Arbeit sein.

In den Fragen der eigentlichen Weltanschauung wird und muß es dauernd anders stehen. Hier gibt es eine Grenze, jenseits deren das rein Persönliche beginnt, wo nur noch die ganze Persönlichkeit durch ihre Wucht und Geschlossenheit, durch geniale Fülle oder ethische Kraft, ästhetische Vollendung oder religiöse Hingabe andere sich nachzieht. Man mißverstehe dies nicht. Die Ergebnisse der wissenschaftlichen Philosophie sind durchaus auch Prinzipien der Weltanschauung, aber für sich allein lassen sie noch eine Mehrheit von Weltanschauungstypen und eine unendliche Fülle von Varianten bestehen. Das doppelt unmögliche absolute Erkenntnisziel weist eben auf eine Aufgabe hin, die jenseits aller Erkenntnis liegt. Dadurch begreift man auch, warum dem Philosophen große Dichter, die zugleich Welt und Menschheit in ihrem Geiste zu umfassen strebten, so unendlich wichtig sind. Man wird mich verstehen, wenn ich zum Schluß die Frage, wie ich mir nun eigentlich eine Weltanschauung konkret vorstelle, mit einem Eigennamen beantworte, mit dem Namen: Goethe.

Anmerkungen.

Zur Einleitung.

[1]) (2.) Es muß hier auf Lotzes berühmten Ausspruch verwiesen werden, Logik (System d. Philos. I. Teil) 2. Aufl., 1880, S. 525: „die Prüfung der Wahrheit unserer Erkenntnis im ganzen ist unmöglich, ohne die zu prüfenden Grundsätze als Entscheidungsgründe aller Zweifel vorauszusetzen. Diesen Zirkel, nach welchem unsere Erkenntnis sich die Grenzen ihrer Kompetenz selbst zu bestimmen hat, haben wir als unvermeidlich kennen gelernt" — und — mit polemischer Wendung gegen eine fälschliche Ausfüllung dieser angeblichen Lücke durch genetische Untersuchungen: „Da mithin dieser Zirkel unvermeidlich ist, so muß man ihn reinlich begehen."

[2]) (2.) Selbstgarantie des Denkens als Widerlegung der radikalen Skepsis bei Platon im Euthydem Steph. 287/8, mehr andeutungsweise Theaetet Steph. 179. Dieser Gedanke kehrt dann in verschiedenen Varianten oft wieder, z. B. bei Spinoza: De intellectus emendatione. Opera ed. van Vlooten et Land, editio altera I, 14, ed. Bruder II, 20 (nach Bruders Paragraphierung: §§ 47—48). Sehr gut formuliert und gegen die antike Skepsis gewendet bei Lotze, Logik 486 (vgl. auch 492).

[3]) (4.) Eine psychologische Begründung der Logik ist nach Kants Vorbild, z. B. von Herbart: Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie, Königsberg 1813, § 34 S. 22f. zurückgewiesen worden: „In der Logik ist es notwendig, alles Psychologische zu ignorieren, weil hier lediglich diejenigen Formen der möglichen Verknüpfung des Gedachten sollen nachgewiesen werden, welche das Gedachte selbst nach seiner Beschaffenheit zuläßt". In demselben Sinne äußert sich Lotze: Logik 11f. Lotzes Gegnerschaft gegen die Erkenntnistheorie wird man nur dann richtig würdigen, wenn man versteht, daß er überall nur eine psychologistische Erkenntnistheorie kennt.

Die anti-psychologistische Bewegung der neueren Zeit bemüht sich nun darum, wirklich die psychologischen Begriffe aus Erkentnistheorie und Logik auszuschalten. Wichtige Vorarbeit leistete dabei die Herausarbeitung des echten kritischen Grundgedankens aus Kants Darstellung. In diesem Zusammenhang hat besonders H. Cohen den Psychologismus bekämpft, vgl. z. B. Kants Theorie der Erfahrung 1. Aufl., Berlin 1871, besonders S. 87f., 2. Aufl., 1885, S. 69f. Ferner: Riehl: Der philosophische Kritizismus I. 1. Aufl., 1876, S. 8; 2. Aufl., 1908, S. 10. Windelband: Präludien (der Aufsatz: „Kritische oder genetische Methode"). Rickert: Der Gegenstand der Erkenntnis, 1. Aufl.,

1892, S. 34 f., 2. Aufl., 1904, S. 66 ff. Ausführlichste Diskussion bei E. Husserl: Log. Untersuchungen I, Halle 1900. Kurze und klare Auseinandersetzung bei: Broder Christiansen: Erkenntnistheorie und Psychologie des Erkennens, Hanau 1902; vgl. auch Cohen: Logik des reinen Erkennens, Berlin 1902, S. 4. Von mathematischer Seite her bekämpft den Psychologismus mit sehr treffend formulierten Argumenten: G. Frege: Grundgesetze der Arithmetik I, Jena 1893, Vorwort S. XIV ff.

Im folgenden bemühe ich mich überall, die einzelnen logischen Grundbegriffe gegen psychologistische Mißdeutung zu schützen, und, wo psychologische Hilfsbegriffe gebraucht werden, dies ausdrücklich hervorzuheben. Erst in § 28 wird dann der Versuch gemacht, das Verhältnis beider Wissenschaften zueinander allgemein darzustellen.

[4]) (8.) Näher habe ich diesen Gedanken ausgeführt in „Beiträge zur Lehre von den Wertungen" Ztschr. f. Philos. und philos. Kritik 110, 232 und „Allgemeine Ästhetik", Leipzig 1901, S. 41 f.

[5]) (9.) Durch den Gegensatz von Form und Inhalt trennt Erkenntnistheorie und Logik z. B. Benno Erdmann: Logik I, 2. Aufl., Halle a. S. 1907, S. 19 u. 22. — Wenn man sich überzeugt, daß die „materialen" Grundlagen alles Erkennens sich nur von den Aufgaben her (formal-teleologisch) gewinnen lassen, und daß die Voraussetzungen des logischen Formalismus überall mit diesen „materialen" Grundlagen zusammenhängen, so verflüssigt sich der Gegensatz völlig.

Eine ganz prinzipielle Trennung von Logik und Erkenntnistheorie behauptet A. Riehl: „Logik und Erkenntnistheorie" in dem Werke „Die Kultur der Gegenwart", 1. Abt. 6. Bd., Systemat. Philos., Berlin u. Leipzig 1907, S. 88, „Die Logik bedarf nicht der Erkenntnistheorie zu ihrer Begründung". Diese Scheidung wird möglich, weil Riehl die ganze Logik aus dem Satze der Identität ableitet. Vgl. S. 76: „Ihr (scil: der Logik) einziges Prinzip ist der Satz der Identität, oder negativ ausgedrückt: der Satz vom Widerspruch". Es wird im Fortgange dieser Untersuchungen ausführlich dargelegt werden, daß und warum ich dies für falsch halte. Damit aber fällt Riehls Trennung.

Die Einheit von Logik und Erkenntnistheorie fordern z. B. W. Schuppe: Erkenntnistheoretische Logik, Bonn 1878, S. 3 und Cohen: Logik der reinen Erkenntnis, S. 34.

[6]) (10.) Vgl. zu Descartes: Christiansen: Das Urteil bei Descartes (Hanau 1902). Ernst Cassirer: Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit I, 375 ff. (Berlin 1906).

[7]) (11.) Vgl. Ernst Cassirer: Leibniz' System., Marburg 1902, und meine Rezension dieses Werkes in Gött. Gel. Anz. 1903, S. 377. — Viel einwandfreier ist Cassirers neue Darstellung in „Das Erkenntnisproblem" usw., II, Berlin 1907, S. 47 f.; vgl. auch S. 520.

Zum ersten Teil.

Zu Kapitel I:

[1]) (24.) Die Nichterlebbarkeit der letzten Voraussetzungen der Naturwissenschaft, die also in diesem, wenn auch nicht in jedem Sinne des Worts, „unanschaulich“ sind, darf heute als anerkannt gelten. Denker verschiedenster Richtung sind in diesem Punkte einig. Man vergleiche beispielsweise: W. Wundt: Über die Definition der Psychologie. Philos. Stud. 12, 24 (1896). Rickert: Die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung, 1902, S. 93 ff.

[2]) (25.) Leibniz allerdings identifiziert die mechanisch erfaßte Körperwelt nicht mit der wahren Wirklichkeit — der Raum ist ihm ja nur phaenomenon bene fundatum — aber auch bei ihm steht sie der wahren Wirklichkeit näher als die „dunklen“, „konfusen“ Empfindungen.

[3]) (26.) Sigwart: Logik I, 2. Aufl., S. 44; vgl. dazu Rickert: Gegenstand, S. 34. Die von Sigwart bekämpfte Form des Immanenz-Satzes ist durch Schopenhauer einflußreich geworden; vgl. den § 1 des ersten Buches seines Hauptwerkes (Werke ed. Grisebach I, 33 f.).

[4]) (27.) Der Satz der Immanenz darf also nicht als bloße „Zuordnung“ zweier Erfahrungsbestandteile aufgefaßt werden, wie Avenarius in seinem Begriff der empiriokritischen Prinzipialkoordination tut, vgl. z. B.: der menschliche Weltbegriff, Leipzig 1891, S. 83, § 148. Treffende Kritik bei Oskar Ewald: Richard Avenarius als Begründer des Empiriokritizismus, Berlin 1905, S. 55—69. Das richtige Verständnis des Immanenzsatzes liegt dagegen Bergmanns Beweise des Idealismus (Reine Logik, 1879, S. 89—95) zugrunde, nur daß er das „Ich“ fälschlich mit dem individuellen gleich setzt.

[5]) (29.) Vgl. z. B. Meynert: Das Zusammenwirken der Gehirnteile. Sonderabdruck aus den Verhandlungen des X. internat. med. Kongr., Berlin 1890, S. 16. Es kommt hier nicht in Betracht, daß Meynert von physiologischen Erwägungen ausgeht; gerade die Unterscheidung, auf die hier angespielt wird, ist auch bei ihm psychologisch begründet. Es braucht kaum bemerkt zu werden, daß die Unterscheidung von Schichten im Ich nichts zu tun hat mit der Auflösung des Ich in ein Bündel von Vorstellungen. Die Frage, wie sich die einzelnen Schichten auf ein Zentrum beziehen, bleibt hier ganz unerörtert.

[6]) (35.) B. Erdmanns Ausdrucksweise (Logik I_2, S. 11), daß die Urteile der Selbstwahrnehmung nur subjektive Geltung beanspruchen, ist danach zu beanstanden. Ein Urteil wie „mein stilles formuliertes Denken ist ein inneres Hören“ schränkt seine Geltung auf ein Individuum ein, fordert aber durchaus, innerhalb dieses Geltungsbereiches von jedem Individuum anerkannt zu werden.

[7]) (36.) Vgl. Rickert: Gegenstand, 2. Aufl., besonders S. 23ff. Lipps: Inhalt und Gegenstand, Psychologie und Logik, Sitzungsber. d. philos.-philol. u. hist. Klasse d. Kgl. Bayer. Akad. d. Wiss., 1905, S. 544.

[8]) (45.) So ist es z. B. bei Mach, wie Bernhard Hell: Ernst Machs Philosophie, Stuttgart 1907, S. 26f. nachweist.

[9]) (48.) Zum Satze der Immanenz vgl. noch: Max Frischeisen-Köhler: Über den Begriff und Satz des Bewußtseins. Vierteljahrsschr. f. wiss. Philos. 31, 145—201, 1907.

Zu Kapitel II:

[10]) (53.) Diese Verwendung des Terminus Urteil, die auf Aristoteles zurückgeht, ist gegenwärtig wieder weit verbreitet, vgl. z. B. Rickert: Gegenstand S. 86. „Das Wort Urteil gebrauchen wir natürlich für alle Denkgebilde, auf welche die Prädikate wahr und falsch angewendet werden können, und zugleich nur für solche.“ Der Hauptvorzug dieser Abgrenzung besteht darin, daß sie, wie im Text gezeigt ist, eine ganz psychologiefreie Definition dieses Grundbegriffes möglich macht. Darum werden hier Urteile als Bestandteile des Wertgebietes der Erkenntnis definiert, nicht wie z. B. bei Marbe als „Bewußtseinsvorgänge“ (experimentell-psychologische Untersuchungen über das Urteil. Leipzig 1901, S. 9) oder „Erlebnisse“ (Beiträge zur Logik und ihren Grenzwissenschaften. Vierteljahrschr. f. wiss. Philos. 30, 489. 1906), auf welche die Prädikate richtig oder falsch eine sinngemäße Anwendung finden. Da Marbe die psychologische Repräsentation des Urteils untersucht, ist seine Definition durchaus berechtigt, nur gehört sie eben einer psychologischen Untersuchung der logischen Funktionen, nicht, wie die im Text gegebene, der reinen Logik an.

B. Erdmann faßt den Begriff „Urteil“ weiter, so daß auch Benennungen und Fragen unter ihn fallen. Dadurch wird eine einheitliche, von Psychologie und Grammatik unabhängige Definition verhindert. Sachlich ist die Differenz nicht ganz so groß, wie sie zunächst zu sein scheint, da Erdmann (Logik Bd. I, 2. Aufl., Halle 1907, S. 10) zugibt, daß Benennungen logisch formulierte Voraussetzungen zu Behauptungen, Fragen Durchgangspunkte zu Behauptungen sind, so daß also den Behauptungen ihr logisches Vorrecht eingeräumt wird.

Die Behauptung, daß nicht der Akt des Urteilens sondern das Urteil wahr ist, gilt auch, wenn man mit Lipps (Leitfaden der Psychologie, 2. Aufl., S. 8, 17, 20ff.) „Akt“ als Punkt des Einsetzens oder Absetzens einer Tätigkeit definiert.

[11]) (57.) B. Erdmanns Unterscheidung zwischen formuliertem und intuitivem Denken (Logik I_2, S. 2) ist daher für die reine Logik nicht wesentlich, wohl aber für die Psychologie des Denkens.

[12]) (59.) Brentanos Urteilslehre (vgl. Psychologie vom empirischen Standpunkt I, 266ff. 1874) wurde als Beispiel einer psychologischen Urteils-

theorie gewählt, gerade weil sie einen sehr wertvollen logischen Kern enthält, vgl. Sigwart: Logik I_2, S. 150ff. Was die Beziehungen von Psychologie und Logik in der Urteilslehre betrifft, so stimme ich ganz mit Marbe: exper.-psych. Unters. üb. d. Urteil 93 überein.

[13]) (60.) Vgl. Lipps: Ästhetik. Erster Teil. Hamburg und Leipzig 1903, S. 500. Lipps' Terminologie weicht von der des Textes insofern ab, als er „Bericht" für das im Text als „Mitteilung" Bezeichnete braucht, „Mitteilung" dagegen in allgemeinerem Sinne, Bericht und Kundgebung umfassend, vgl. „Inhalt und Gegenstand usw.". Sitzber. Bayer. Akad. philol.-hist. Kl. 1905, 536f.

[14]) (68.) Unter ganz anderen Gesichtspunkten untersucht v. Kries: Über den Begriff der objektiven Möglichkeit usw. Vierteljahrsschr. f. wiss. Philos. 12, 1888 diese Verhältnisse, kommt dabei aber ebenfalls zu dem Resultate, daß es sich bei Behauptungen objektiver Möglichkeiten um echte Urteile über Spielraumverhältnisse handelt.

[15]) (70.) Daß einem Wahrscheinlichkeitssatze stets ein Wissen von objektiver Bedeutung zugrunde liegt, hat ausführlich bewiesen: Johannes v. Kries: Die Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Freiburg i. B. 1886, vgl. besonders S. 75f., 288f.

[16]) (71.) Windelband: Beiträge zur Lehre vom negativen Urteil. Straßburger Abhandlungen zur Philos. Ed. Zeller gewidmet, Freiburg i. B. 1884, sieht (185f.) im problematischen Satze eine besondere Urteilsform. Gegen diese Auffassung: Sigwart: Logik I_2, 234f. (Anmerkung); Rickert: Gegenstand 99ff. Meine Absicht ist, nachzuweisen, daß überall, wo sogenannte „problematische Urteile" logischen Eigenwert haben, dieser an den in ihnen mitgesetzten echten positiven oder negativen Urteilen haftet. Dies gilt besonders von dem Fall, den Windelband als „kritische Indifferenz" bezeichnet. Durch diesen Nachweis wird Windelbands (sonst berechtigter) Tadel hinfällig: „Es würde mir sehr gegen eine Urteilstheorie zu sprechen scheinen, wenn dieselbe derartigen „problematischen Urteilen", welche oft den Inbegriff unserer Menschenweisheit darstellen, den Charakter des „Urteils" abspräche" (a. a. O. 189f.). Denn diesen Sätzen wird in ihren wesentlichen Teilen Urteilscharakter zugesprochen.

[17]) (74.) Zur Geschichte der neueren Lehre von der Urteilsentscheidung, vgl. Rickert: Gegenstand 91ff.

[18]) (74.) Begriff der Urteilsmaterie bei Husserl: Logische Untersuchungen 2, 387 und 448ff. — Husserl geht von einem weiteren Begriffe der Qualität aus — Urteil, Frage, Wunsch mit derselben Materie unterscheiden sich bei ihm qualitativ. Diese Terminologie ist mit der hier verwendeten durchaus verträglich — die Urteilsqualitäten sind dann Unterarten der allgemeinen Urteilsqualität, neben der die Wunsch-, Frage- usw. Qualität steht. In meinem Zu-

sammenhange bin ich nicht veranlaßt, auf diese Dinge einzugehen. Der Unterschied zwischen Husserls und meinen Untersuchungen, liegt darin, daß jene phänomenologisch, diese logisch sind.

[19]) (74.) Der Terminus These ist in Analogie zu Hypothese gebildet, da die Hypothese eines hypothetischen Urteils ein typisches Beispiel einer bloßen These ist. Das psychologisch festgelegte (und vieldeutige) Wort „Vorstellung" wollte ich vermeiden. „Materie" allein ist mißverständlich, „Urteilsmaterie" nur als Materie eines Urteils, nicht als selbständig auftretende „These" verständlich. Daß „Position" und „Setzung" nun etwas anderes bedeuten als der entsprechende griechische Ausdruck „These", erscheint von geringerer Bedeutung und ist nicht ohne Vorbild, vgl. z. B. Deismus und Theismus. Frege braucht das Wort „Gedanke" für das, was ich These nenne. Grundgesetze der Arithmetik I, 9: „Ich unterscheide das Urteil vom Gedanken in der Weise, daß ich unter Urteil die Anerkennung der Wahrheit eines Gedankens verstehe". Diese Terminologie ist für mich nicht verwendbar, da ich die Bedeutung von „Denken" S. 79 in weiterem Sinne festlege. Ein „Gedanke" wäre für mich auch ein einzelner „Gegenstand", der noch nicht „These" sein kann.

[20]) (77.) Vgl. die klassischen Ausführungen von Sigwart: Logik I_2, 182f. (§ 23).

[21]) (78.) Die Behauptung, daß alles Denkbare Urteilsmaterie sein kann, ist der logische Kern von Brentanos Urteilstheorie, soweit sie die Materie, nicht die Qualität, betrifft. Vgl. besonders: Psychologie I, 276. Husserl bleibt in diesem Punkte bei Brentanos Lehre stehen, da er „setzende Namen" kennt (Log. Unters. II, 434, vgl. 449). Daß er dann den Terminus „Urteil" (457) anders begrenzt, ist demgegenüber, wie er selbst zugibt, von minderer Bedeutung.

[22]) (81.) Die beiden wesentlichen Züge dieser Terminologie sind 1. Gegenstand ist alles was gedacht werden kann — und 2. vom Gegenstand, auf den sich das Denken richtet, ist der im Bewußtsein vorhandene psychische Inhalt zu unterscheiden. Der zweite Satz ist natürlich mehr als eine terminologische Festsetzung; er wird wichtig, wo es sich um Abgrenzung gegen die Psychologie und um Psychologie des Denkens handelt, daher auch in der logischen Kunstlehre. Vgl. A. Meinong: Über Gegenstände höherer Ordnung und deren Verhältnis zur inneren Wahrnehmung. Ztschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorg. 21, 185f., 1899. A. Meinong: Über Gegenstandstheorie — in „Untersuchungen zur Gegenstandstheorie und Psychologie". Leipzig 1904, S. 1. Husserl: Logische Untersuchungen II, 50ff. Lipps: Inhalt und Gegenstand usw., besonders S. 522. In etwas anderer Weise führen den gleichen Umfang des Terminus „Gegenstand" ein: Marbe: Beiträge zur Logik (Vierteljahrsschr. f. wiss. Philos. 30, 465) und B. Erdmann: Logik I_2, S. 56 — wobei Marbe Gegenstand mit allem, was irgendwie bezeichnet werden kann, gleichsetzt,

Erdmann den Gegenstand als das Vorgestellte von der Einteilung des Psychischen her gewinnt. Russell: Principles of Mathematics braucht „term" in dem Sinne, in dem hier „Gegenstand" verwendet wird.

[23]) (81.) Vgl. Sigwart: Logik I_2, 16f. Lotze: Logik 22f.

[24]) (85.) Eine verwandte Auffassung der Identität bei Schuppe: Erkenntnistheoret. Logik 147 und besonders bei Benno Erdmann: Logik I, 242. „Gegenstand und Identität mit sich selbst ist ein und dasselbe; Gegenstand sein ist nichts anderes als mit sich selbst identisch sein." S. 369, § 299 spricht er von der „Inkongruenz, die dem Grundsatz der Identität unaufhebbar eigen war, daß er, was nicht Urteil ist, in Form eines Urteils wiedergeben mußte". Wenn Erdmann dann freilich S. 244, § 211 sagt, der Grundsatz der Identität sage lediglich aus „was ist", so ist das, so wie er es meint, nicht richtig. Es rächt sich hierbei seine psychologistische Art, den Begriff „Gegenstand" zu bilden. Die Identität ist als solche gewiß keine Norm — aber sie wird normativ, sobald man sie auf unser Denken anwendet. Dies Verhältnis zur Norm teilt sie mit allen Grundsätzen der Logik. Die normative Wendung holt Erdmann S. 367, § 298 nach.

[25]) (88.) Wie sich das Problem des Urteils unter dem Gesichtspunkte darstellt, daß das Urteil eine identische Beziehung zwischen Subjekt und Prädikat ist, darüber vgl. Hegel: Werke III, 89. Das Urteil wird hier, weil eine Identität aussagend, als ungeeignet zum Ausdruck spekulativer Wahrheiten bezeichnet. Wäre in der Tat das Urteil Aussage einer Identität von S. und P., so wäre es nicht nur ungeeignet, spekulative, sondern unfähig, irgendwie wertvolle Erkenntnisse zu vermitteln. Hegels Polemik gegen die Auffassung des Denkens, als ob es sich in Identitäten bewege, wurde durch seine Leugnung des Satzes des Widerspruchs verdächtig gemacht. Nur so ist es wohl zu verstehen, daß sogar ein Lotze sich zur Identitätstheorie des Urteils wandte, obwohl er deren Schwierigkeiten kannte — daher er S. 72, § 50 die scheinbare Klarheit des kategorischen Urteils für völlig rätselhaft erklärt.

[26]) (89.) Sigwart I_2, S. 98f. (§ 14). Eine Übersicht über die Prädikationstheorien des Urteils gibt B. Erdmann: Logik I_2, 342ff. Seine eigene Theorie ist die Einordnungstheorie. „Ausgesagt werden von" bedeutet nach dieser Lehre „inhaltsgleich sein mit einem Teile des Subjektsinhalts" (a. a. O. S. 358). Es ist also die S. 92 widerlegte Ansicht. — Die Auflösung der Relationsurteile in Prädikationen bekämpft B. Russell: Principles of Mathematics I, § 212, S. 221 — vgl. auch § 439, S. 466. — Zur Polemik gegen die Prädikationstheorien vgl. auch Bradley: The Principles of Logic. London 1883, S. 22f.

[27]) (98.) Vgl. Husserl: Log. Unters. I, 190: „Evidenz ist nichts anderes als das „Erlebnis" der Wahrheit. Erlebt ist die Wahrheit natürlich in keinem

anderen Sinne, als in welchem überhaupt ein Ideales in einem realen Akt erlebt sein kann. Mit anderen Worten: Wahrheit ist eine Idee, deren Einzelfall im evidenten Urteil aktuelles Erlebnis ist" ..... „Wahrheit verhält sich zur Evidenz analog, wie sich das Sein eines Individuellen zu seiner adäquaten Wahrnehmung verhält."

[28]) (101.) Der im folgenden ausführlich entwickelten Theorie nähern sich, so weit ich sehe, am meisten einige Ausführungen Schuppes: Erkenntnistheoret. Logik S. 23: „Sowie es aber eine bare Unmöglichkeit ist, jenen Inhalt ohne Form zu denken, ich meine nicht nur ihn sich vorzustellen, sondern auch abstrahendo als begriffliches Element zu denken — es sei denn eben nur durch eine Substraktionsformel, welche sich als unausführbar erweist — so ist andererseits eben so unmöglich nach völliger Abstraktion vom Inhalt die übrig bleibende Form zu denken. Auch selbst das leere Etwas kann ja konsequenterweise nicht übrig bleiben, denn es gehört zum Inhalt." Indessen fehlt bei Schuppe eine strengere Formulierung, auch hat er den Satz nicht, wie ich das versuche, in seine Konsequenzen verfolgt. — Das Wort „Utraquismus" suchte ich zuerst einzuführen in dem Aufsatz: „Die Hauptformen des Rationalismus. Philos. Stud. 19, 73, 1902. Eine erste Formulierung seiner Grundsätze versuchte ich in der Rezension von E. Cassirer: Leibniz System. Gött. Gel.-Anz. 1903, S. 397. Diese Formulierung verwerfe ich heute als unexakt und mißverständlich, ebenso wie die Darstellung in meinem Vortrag: Anschauung und Begriff. Comptes rendus du IIme Congrès intern. de philos." Genève 1904, S. 401. Insbesondere wird dort von Evidenzen statt von (untrennbaren) Evidenzanteilen geredet. — Zum „Gegebenen", vgl. Paul Stern: Grundprobleme der Philosophie I: Das Problem der Gegebenheit. Berlin 1903. Ich brauche das Wort nur in dem Sinne, den Groos (Beiträge zum Problem des Gegebenen. Erster Beitrag. Ztschr. f. Philos. 130, 75, 1907) als absolute Gegebenheit bezeichnet.

[29]) (109.) Begründet und verteidigt wird diese Auffassung der ganzen Zahl Teil II, Kap. IV.

[30]) (110.) Hegel: Wissenschaft der Logik. Werke III, 123, vgl. auch: Phänomenologie des Geistes. A. Bewußtsein. I. Die sinnliche Gewißheit oder das Dieses und das Meinen. Werke II, 73—84.

[31]) (114.) Auch diese Bemerkungen über Anschauungsformen sind zunächst vorweggenommen; ihre Präzisierung und Begründung folgt Teil II, Kap. V.

Zu Kapitel III:

[32]) (125.) Russell: The Principles of Mathematics I. Cambridge 1903, S. 19, § 22. „φ (x) is a propositional function, if, for every value of x, φ (x) is a proposition, when x is given" — doch erkenne ich, wie die weiteren Ausführungen des Textes zeigen, die unbegrenzte Variabilität von x nicht an. Verwandte Bestimmungen bei Frege: Grundgesetze I, § 2, S. 6/7.

[33]) (126.) Russell: a. a. O. § 135, S. 138f.

[34]) (130.) Die „stärkste gemeinsame Folge“ und der „stärkste gemeinsame Grund“ zweier beliebiger Urteile, die die Logistiker fordern, um ihren Formeln in der Interpretation des Urteilskalküls die größte Allgemeinheit zu geben (vgl. Couturat: L'Algèbre de la Logique. Scientia Nr. 24, 1905, S. 11), sind ganz leer. Die Zusammenfassung beliebiger Urteile (Zwei ist eine Primzahl, und heute ist schönes Wetter) durch „und“ drückt nur aus, daß beide dem Zusammenhang des Denkens angehören. Um diese Künsteleien braucht sich die Logik nicht zu kümmern.

[35]) (131.) Vgl. Russell: § 208, S 218. Meine Darstellung beruht hier und im folgenden auf Russells ausgezeichneten Ausführungen. Als mein Eigentum nehme ich nur die teleologische Betrachtung in Anspruch.

[36]) (131.) Vgl. bei Sigwart: Logik I, besonders §§ 27, 28, 54, 55; bei Schuppe: Erkenntnistheoret. Logik XI, S. 254ff.

[37]) (133.) Russell: § 96, S. 97 — die deutschen Termini „Gebiet“ für „field“ und „Bereich“ für „domain“ nach E. Cassirer: Kant und die moderne Mathematik. Kantstudien XII, S. 9.

[38]) (136.) Vgl. Husserl: Logische Untersuchungen II, 317f. und dazu die Ausführungen dieses Buches 289f.

[39]) (139.) Russell: Kap. XXIV u. XXV. In diesen Kapiteln findet sich auch ein Beitrag zur Lösung der Frage nach dem Verhältnis zwei- und mehrgliedriger Relationen zueinander. Natürlich ist Ordnung auch aus intransitiven asymmetrischen Relationen zu gewinnen.

[40]) (141.) Abstraktionsprinzip. Russell: § 157, S. 166, §§ 209—210, S. 219f.; Analyse der Quantität. Russell: § 158, S. 167.

[41]) (145.) Vgl. meine „Allgemeine Ästhetik“. Leipzig 1901, S. 23—27.

Zum zweiten Teil.

Zu Kapitel IV:

[1]) (159.) Die Darstellung des Textes hauptsächlich nach: Leopold Kronecker: Vorlesungen über Zahlentheorie (Vorlesungen 2. Teil, 1. Abschn.), Leipzig 1901; vgl. dazu Kronecker: Über den Zahlbegriff. Journal für reine und angewandte Mathematik 101, 337, 1887 (z. T. umgearbeitete und erweiterte Form der Abhandlung in den „Philos. Aufsätze Ed. Zeller gewidmet“). Verwandt ist die Theorie von Helmholtz: Zählen und Messen, erkenntnistheoretisch betrachtet. Philos. Aufs. Ed. Zeller gewidmet, Leipzig 1887, S. 17—52; abgedruckt in Helmholtz: wissenschaftliche Abhandlungen III, 356—391, Leipzig 1895. Helmholtz geht von Bewußtseinsakten, die im Gedächtnis festgehalten werden, Kronecker von Gegenständen der „Außenwelt“ aus. Nur scheinbar ist Helmholtz' Vorgehen prinzipieller; in Wahrheit ist, wenn

einmal das genetisch Ursprüngliche an den Anfang gesetzt werden soll, das wirklich Frühere, also das Zählen von körperlichen Dingen, der richtige Ausgangspunkt. Logisch stehen beide Fälle einander ganz gleich. — Eine im wesentlichen ordinale Theorie vertritt auch Richard Dedekind: Was sind und was sollen die Zahlen? Braunschweig 1888. Der Begriff des Dinges, von dem Dedekind ausgeht, fällt wesentlich mit dem, was ich „Gegenstand" nenne, zusammen. Da Dedekind die Zusammenfassung von „Dingen" in „Systeme" ausdrücklich voraussetzt, hat seine Lehre zugleich Verwandtschaft mit der Klassentheorie. Wegen dieser Zwischenstellung ziehe ich es vor, die beiden extremen Theorien zu kritisieren; sachlich wäre es auch möglich gewesen, ausschließlich Dedekind zugrunde zu legen.

[2]) (160.) Vgl. Couturat: De l'infini mathématique, Paris 1896. Deuxième Partie, Livre I, Chap. II. Ich verdanke dieser eindringenden Kritik vieles.

[3]) (162.) Jerusalem: Der kritische Idealismus und die reine Logik, 1905, S. 40 betont, daß Zahl als Zusammenfassung von Einheiten die Auffassung von Gruppen gleichartiger Gegenstände voraussetzt. So wenig seine Ausführungen auch den logischen Kernpunkt treffen — als psychologische Analyse sind sie beachtenswert. — Über die Entwicklung der Zahlwörter und des Zählens beim Kinde, vgl. Clara und William Stern: Die Kindersprache (Monographien über die seelische Entwickelung des Kindes I), Leipzig 1907, S. 249—251. Nach diesen Beobachtungen geht die Ordnungszahl genetisch voran.

[4]) (163.) Eine nominalistische Begründung der Arithmetik („Rechenspiel" mit dem Schachspiel verglichen) gibt im Anschluß an Heine auch Thomae: Elementare Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen, 2. Aufl., Halle a. S. 1898, §§ 1—11. Ausführliche Kritik bei Frege: Grundgesetze der Arithmetik II, Jena 1903, S. 96f.; vgl. besonders § 120, S. 125, wo Frege den Zusammenhang von Nominalismus und Sensualismus gut nachweist. Die daran sich anschließende Polemik im Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung 15 (1906), Thomae: Gedankenlose Denker 434—438, darauf Frege 586—590, endlich wieder Thomae 590—592 ist sachlich weniger wichtig.

[5]) (164.) Russell: Principles I, Kapitel VI, XI, XII. Eine verwandte Theorie hat vor Russell Frege ausgebildet; ich bin leider nicht imstande, diese Form zugrunde zu legen, da ich Freges Begriffsschrift nicht lesen kann.

[6]) (167.) Russell a. a. O., § 128, S. 132f.

[7]) (178.) Vgl. zur Beziehung der Zahlen auf Quantitäten (reelle Zahl bedeutet ein Größenverhältnis), Frege: Grundgesetze II, § 73. S. 84.

[8]) (178.) Encyclopädie der mathemat. Wissenschaften I, 1. Leipzig 1898: H. Schubert: Grundlagen der Arithmetik, S. 11, § 5.

[9]) (183.) Kronecker: vgl. Anm. 1 zu Teil II. Couturat: De l'infini mathématique, Note III, S. 603—616.

[10]) (183.) Russell behandelt die Verhältnisse und Brüche in Kap. XVIII, die Progressionen und negativen Zahlen in Kap. XXIX, die Irrationalzahlen in Kap. XXXIII, die komplexen Zahlen in Kap. XLIV.

Für meine Zwecke war es vorteilhafter, mit den negativen Zahlen zu beginnen. Die S. 184 erwähnte Definition der Progression ohne Hilfe der Zahl steht bei Russell § 229, S. 240. — Von der Theorie der Verhältnisse habe ich nur den Hauptgedanken gegeben, insbesondere wurde die von Russell damit verbundene Ableitung der Multiplikation fortgelassen. — Die Theorie der Segmente endlich wurde dadurch vereinfacht, daß nur das untere Segment betrachtet wird, das obere bietet nichts Neues. — Eine Übersicht über die Theorien der Irrationalzahlen gibt Alfred Pringsheim in Encycl. d. math. Wiss. I, 1; — vgl. auch H. Weber in Weber und Wellstein: Encyclopädie der Elementar-Mathematik I, 2. Aufl., Leipzig 1906, S. 72—93.

[10a]) (186.) Durch ein Versehen fehlt im Text die Erklärung des Terminus „eigentlicher“ Teil: Ein eigentlicher Teil ist ein Teil, der nicht das Ganze ist; vgl. Russell S. 121, § 118.

[11]) (189.) In der folgenden Darstellung schließe ich mich an die zusammenfassenden Übersichten der Mengenlehre an, die A. Schönfließ: Jahresbericht d. deutschen Math.-Verein. 8, 2: Die Entwickelung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten, Leipzig 1900, Couturat: De l'infini mathématique, Note IV, S. 617f. und Russell: Principles, besonders Kap. 37 u. 38 gegeben haben; vgl. auch E. Cassirer in Kantstudien XII. Den 2. Teil von Schönfließ' Bericht (Jahresber. Ergänzungsband II, Leipzig 1908) konnte ich leider nicht mehr benutzen; für den Logiker ist besonders die Behandlung der logischen Paradoxien S. 26f. wichtig.

[12]) (191.) Ich bevorzuge hier die von Couturat gegebene Form des Beweises wegen ihrer Übersichtlichkeit. Daß in der Tabelle jede Rationalzahl mehrfach vorkommt, schadet nichts, da eine Teilmenge einer abzählbaren Menge notwendig abzählbar ist.

Zu Kapitel V:

[13]) (201.) Über die Geschichte der nicht-euklidischen Geometrien (im weiteren Sinne des Wortes) vgl.: F. Klein: Nicht-Euklidische Geometrie. Autographierte Vorlesung des Wintersemesters 1889—90, Göttingen 1892, I, 161—353. An Klein schließt sich an: B. Russell: An Essay on the Foundations of Geometry, Cambridge 1897; vgl. dazu die Kritik der französ. Übersetzung dieses Buches (1901) von Paul Stäckel in: Archiv d. Mathematik und Physik III Reihe IV, S. 140f. Eine bis auf die neueste Zeit fortgeführte Übersicht gibt F. Enriques in Encylopädie d. math. Wiss. III, 1 (1907). Zur Vorgeschichte vgl.: Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nichteuklidischen

Geometrie, in Gemeinschaft mit Friedrich Engel herausgegeben von Paul Stäckel, Leipzig 1895.

[14]) (209.) Der Satz von der Winkelsumme des Dreiecks ist dem Parallelenaxiom freilich nur äquivalent, wenn man das archimedeische Stetigkeitsaxiom als gültig annimmt; vgl. Hilbert: Grundlagen der Geometrie, 2. Aufl., § 12, S. 24.

[15]) (213.) Russell: Prinziples § 359, S. 378; Stolz: Allgemeine Arithmetik, Zweiter Teil; Section I, § 9, S. 16f. — und in etwas veränderter Form: Stolz und Gmeiner: Theoret. Arithmetik, II. Abteilung, X. Abschnitt, S. 294, Leipzig 1902. Die Definition stammt nach Stolz von H. Graßmann, die ganze Betrachtungsart von Hamilton und Weierstraß. Die S. 214 gegebene Definition zweidimensionaler Reihen bei Russell a. a. O., § 354, S. 374.

[16]) (221.) David Hilbert: Grundlagen der Geometrie. Zweite durch Zusätze vermehrte und mit fünf Anhängen versehene Auflage, Leipzig 1903. In der ersten Auflage (Festschrift zur Enthüllung des Gauß-Weber-Denkmals in Göttingen, Leipzig 1899) war unter die Axiome der Anordnung ein von E. H. Moore als überflüssig (weil beweisbar) erwiesenes aufgenommen. Ferner hatte damals Hilbert das Parallelenaxiom weniger zweckmäßig vor die Kongruenzaxiome gestellt, endlich fehlte unter den Stetigkeitsaxiomen das der Vollständigkeit.

Freges Kritik von Hilbert im Jahresbericht der Deutschen Math.-Vereinigung 12 (1903) und 15 (1906) betrifft mehr die logische Form als den wesentlichen Gehalt und braucht daher — so wichtige Probleme sie an sich auch berührt — in diesem Zusammenhange nicht berücksichtigt zu werden.

[17]) (229.) Henri Poincaré: Wissenschaft und Hypothese. Deutsch von F. u. L. Lindemann, Leipzig 1904, S. 51. Vgl. auch Poincarés Diskussion mit Russell in der Revue de Métaphysique et de Morale, 7, 251—279 (Poincaré); 7, 684—707 (Russell) 1899; 8, 73—86 (Poincaré) 1900. Ferner Bauch: Erfahrung und Geometrie, Kantstudien 12, 213 (1907).

[17a]) (231.) Stufen der Apriorität hat Simmel gefordert — allerdings in anderem Sinne, als es hier geschieht (vgl. Kant. Sechzehn Vorlesungen von Georg Simmel, Leipzig 1904. 4. Vorlesung, S. 32f.).

[18]) (246.) Existenz starrer Körper als Bedingung der Kongruenz: Helmholtz: Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome (1870). Vorträge und Reden II, 4. Aufl., Braunschweig 1896, besonders S. 33f. Benno Erdmann: Die Axiome der Geometrie, Leipzig 1877, besonders 59f., 91. Kritik z. B. bei Russell: Foundations, S. 74—81.

[19]) (247.) Russell: Foundations S. 110f. Auf das Ungenügende dieser Argumentation und auf Delboeufs Unterscheidung weist Couturat in seiner Besprechung von Russells Buch, Rev. d. Mét. et de Mor. 6, 373 (1898) hin. Russell nimmt in seiner Antwort in derselben Zeitschrift 6, 762 Delboeufs

Unterscheidung an und führt 763 die Größe des Vollwinkels als Argument gegen die Apriorität der Homogenität an. — Daß unter einer der Bolyaischen entsprechenden Annahme wir „ein absolutes Maaß der Länge jeder Linien, des Inhalts jeder Flächenräume und jeder körperlichen Räume“ haben würden, führt schon Lambert in seiner (posthum 1786 erschienenen) Theorie der Parallellinien gegen diese Hyphothese an. Vgl. den Neudruck bei Engel und Stäckel: S. 199, § 79.

Zu Kapitel VI:

[20]) (255.) Russell: Principles, Kap. XXXVI, S. 296f. — Die Definition der Progression, § 229, S. 239f. Einige an sich notwendige aber meinem Zwecke ferner liegende Bestimmungen erlaubte ich mir fortzulassen. — Zu diesem Kap. vgl. Couturat: De l'infini mathématique und die Kritik dieses Werkes durch G. Lechalas in Rev. de Mét. et de Mor. V, 462—488, 620—643.

[21]) (259.) Schönfließ a. a. O.: S. 58f.; Couturat a. a. O.: S. 630f., 653f.

[22]) (270.) Die Doppeldeutigkeit von „alle“ ist klargelegt bei Sigwart: Logik I_2, 209f. (§ 27).

[23]) (275.) Russell: Principles, Kap. XVII behauptet die Notwendigkeit unendlicher Aggregate, da er Raum- und Zeitstrecken als solche auffaßt. Kap. XXXII, § 260 wird dann behauptet, die Widersprüche des Unendlichen beruhten darauf, daß man auf unendliche Ganze das Prinzip der mathemat. Induktion anwenden wolle. In Wahrheit ist das unvollendbare Vollendete in sich widersprechend. Die Unterscheidung von Aggregat und Unität ist für diese Frage nicht wesentlich.

[24]) (276.) Zusammengefaßt bei Russell, Principles Kap. XXXIX—XLI. Nur daß § 319 ω als einfachstes Beispiel einer Grenze angeführt wird, halte ich, wie aus meinen Ausführungen S. 196f. hervorgeht, für unzulässig. Auch scheint mir Russell den Denkmotiven Cohens (dessen Ausdrucksweise ich keineswegs verteidigen möchte) nicht gerecht zu werden.

[25]) (280.) Material zu einer solchen Behandlung gibt meine „Geschichte des Unendlichkeitsproblems im abendländischen Denken bis Kant“, Leipzig 1896. Übrigens bin ich mit der Art, in der hier Kant dargestellt und kritisiert wird, durchaus nicht mehr einverstanden. Aus der neueren Literatur sei hier nur genannt: Bolzano: Paradoxien des Unendlichen (posthum 1850), Faksimile-Neudruck, Berlin 1889. Dühring: Natürliche Dialektik, Berlin 1865, S. 109f. Wundt: Kants kosmologische Antinomien und das Problem der Unendlichkeit. Philos. Studien II, 495 (1885). Wundt stellt 497f. hypothetisch den Fall einer räumlich unendlichen, der Masse nach endlichen Welt auf, — eine Hyphothese, die weiterhin (283) erwähnt wird. — G. Milhaud: Essai sur les conditions et les limites de la certitude logique, Paris 1894, S. 197f. Cornelius: Einleitung in die Philosophie, Leipzig 1903, S. 331f.

Zum dritten Teil.

Zu Kapitel VII:

[1]) (289.) Husserl a. a. O.: II, 317f.; vgl. die Anm. 38 zum ersten Teil.

[2]) (293.) Husserl a. a. O.: II, 259f. Die Termini „konkret“ und „abstrakt“ habe ich in meinem Zusammenhange nicht nötig.

[2a]) (294.) Lotze: Logik, 2. Aufl., S. 512, § 316. Ich verwende den Ausdruck „gelten“ in etwas eingeschränkterem Sinne, als Lotze ihn hier definiert, denn ich beschränke ihn auf allgemeine Urteile; doch zeigt Lotzes Auffassung der Ideen und besonders sein Hinweis auf die Naturgesetze (§ 320, S. 519), daß er im Grunde dasselbe meint.

[3]) (302.) Das Wirklichkeitsproblem ist von den meisten Denkern nicht in seiner ganzen Schwere und Komplikation erkannt worden. Rickert, der das Problem als solches erfaßt und behandelt (Gegenstand, 2. Aufl., 186f.) scheint doch die Schwierigkeiten der verschiedenen Wirklichkeitsbegriffe zu unterschätzen. Münsterbergs „reine Erfahrung“ deckt sich z. T. mit dem, was ich Erlebniswirklichkeit nenne; vgl. z. B. Grundzüge der Psychologie I, 64: „Die durch die Begriffe gedachte Wirklichkeit ist nicht mehr reine Erfahrung; die von solchen Begriffen erfüllte Wirklichkeit des wissenden Menschen ist aber nicht weniger reine Erfahrung als das begriffsarme Erlebnis des Unwissenden“. Nur scheint mir, daß eine inhaltliche Charakteristik der „reinen Erfahrung“, wie Münsterberg sie S. 44f. gibt, mit der erkenntnistheoretischen Stellung dieses Begriffes ganz unverträglich ist. Auch der Ausdruck „reine Erfahrung“, der an Avenarius und damit an eine Art der „unmittelbaren Wirklichkeit“ anklingt, scheint mir nicht gut gewählt. Obwohl ich also weder terminologisch noch sachlich mit Münsterberg übereinstimme, möchte ich doch hervorheben, daß ich seinen Anregungen in dieser Frage vielen Dank schulde.

Zu Kapitel VIII:

[4]) (333.) Kritik der Urteilskraft, § 46 (3. Aufl., 183). — Anfechtbar ist nicht dieser Satz selbst, der vielmehr in Kants Formulierung unbedingt wahr ist, doch aber die anthropologische Erläuterung in § 47: „Im Wissenschaftlichen also ist der größte Erfinder vom mühseligen Nachahmer und Lehrlinge nur dem Grade nach, dagegen von dem, den die Natur für die schöne Kunst begabt hat, spezifisch unterschieden“. Hiergegen gilt, was Jean Paul im „Kampanerthal“ 503. Stazion und in der „Vorschule der Ästhetik“ III. Programm § 11 sagt.

[5]) (334.) Rickert: Die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung. Eine logische Einleitung in die historischen Wissenschaften, Tübingen und Leipzig 1902; ferner Rickerts Artikel Geschichtsphilosophie in „Die Philosophie im Beginn des 20. Jahrhunderts“, Festschrift für Kuno Fischer, 2. Aufl. Heidelberg 1907.

[6]) (335.) Den wahren Sinn einer Einteilung der Wissenschaften habe ich hervorgehoben in dem Aufsatze: „Psychologische oder kritische Begründung der Ästhetik?“ Arch. f. syst. Philos. X, 131 (1904); vgl. Rickert: Geschichtsphilosophie 342, 369 und Stumpf: Einteilung der Wissenschaften (Abhandlg. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. 1906), S. 4.

[7]) (343.) Vgl. Rickert: Grenzen 285, 444f., 508. — Rickert erörtert naturgemäß nur die negative Seite der Sache, d. h. die Unmöglichkeit, das Besondere naturwissenschaftlich zu durchschauen, denn ihm kommt es ja auf die Theorie der Geschichte an. Das Problem der Nachkonstruktion, das bei mir im Vordergrunde steht, wird von ihm daher nur eben gestreift.

[8]) (356.) Die innerlich notwendige Schwierigkeit der Induktion ist eingehend behandelt bei Sigwart: Logik II, 402f. und bei Otto Liebmann: Die Klimax der Theorien, Straßburg 1884. Die wahre Natur der wissenschaftlichen Induktion analysiert A. Riehl: Über den Begriff der Wissenschaft bei Galilei, Vierteljahrschr. f. wiss. Philos. 17, 1 (1893) und „Logik und Erkenntnistheorie“ in: Die Kultur der Gegenwart, Teil I, Abt. VI, S. 84f. (1907).

Zu Kapitel IX:

[9]) (368.) Über den Begriff der Phänomenologie vgl. Husserl: Log. Untersuch. II, 4. Da Stumpf (angeregt durch, wiewohl nicht genau übereinstimmend mit Brentano) Psychologie als Lehre von den psychischen Funktionen bezeichnet und psychische Funktionen näher erläutert als „das Bemerken von Erscheinungen und ihren Verhältnissen, das Zusammenfassen von Erscheinungen zu Komplexen, die Begriffsbildung, das Auffassen und Urteilen, die Gemütsbewegung, das Begehren und Wollen“ (Erscheinungen und psychische Funktionen. Abhdlgen d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss., 1906, S. 4), so fällt bei ihm die Phänomenologie aus der Psychologie heraus (vgl. Einteilung der Wissenschaften. Abhdlg. d. Kgl. Preuß. Akad., 1906, S. 26f.). Nach meiner Auffassung von Psychologie bildet sie einen Teil dieser Wissenschaft.

[10]) (373.) Auch Meumann: Vorlesungen über exper. Pädagogik I, 25 Anm. (1907) macht auf die Unabhängigkeit der Zeit- von der Raummessung aufmerksam.

[11]) (374.) Vgl. z. B. Mach: Analyse der Empfindungen, 5. Aufl., Jena 1906; besonders Kap. I u. XIV.

[12]) (379.) Ähnlich unterscheidet Hickson: Der Kausalbegriff in der neueren Philosophie. Vierteljahrschr. f. wiss. Philos. 25, 275 (1901) den empirischen und den apriorischen Bestandteil der Erhaltungsgesetze. Aber er begründet die Zweizahl der Erhaltungsgesetze nicht und behauptet die empirische Natur des einen Bestandteils mit größerer Sicherheit, als ich tun zu dürfen glaube.

[13]) (384.) Über Strukturgesetze vgl. besonders: Schuppe: Erkenntnistheoret. Logik, Abschnitt XIV: Zusammengehörigkeit, S. 387—415. Stumpf: Einteilung der Wissenschaften, 61 f., auch Hickson in Vierteljahrschr. f. wiss. Philos. 25, 441.

[14]) (397.) Vgl. vor allem Riehl: Der philosophische Kritizismus II, 1; zweiter Abschnitt (219 f.), 1879. Hickson: Der Kausalbegriff in der neueren Philos., Vierteljahrschr. f. wiss. Philos. 24 u. 25 (1900—1901). Ferner: Münsterberg: Grundzüge der Psychologie, besonders S. 81 f.; dazu meine Bemerkungen, Vierteljahrschr. f. wiss. Philos., 26, 16 f. Polemik gegen die Ableitung des Satzes vom Grunde aus dem der Identität bei Wundt: Logik, Bd. I, 3. Aufl., Stuttgart 1906, S. 561.

[15]) (399.) Vgl. Russell: Prinziples, Kap. LV, S. 474 f.

[16]) (406.) Zur Geschichte des Begriffes Kategorie vgl. Trendelenburg: Geschichte der Kategorienlehre (Histor. Beiträge zur Philosophie I, 1846). Aus neuerer Zeit vgl. besonders die Definitionen von Windelband: Vom System der Kategorien, Philos. Abhdlgen. Chr. Sigwart gewidmet, Tübingen 1900, besonders S. 45. Rickert: Gegenstand, 2. Aufl., S. 173. Eine Vergleichung meines Versuches mit diesen Vorgängern wird zeigen, wie sehr die Fassung des Begriffes „Kategorie“ von der ganzen Art, die Logik aufzubauen, abhängt. — Cohen nimmt, freilich aus ganz anderen Gründen und in einem von dem meinen völlig abweichenden Zusammenhange, Raum und Zeit mit unter die Kategorien auf (Logik der reinen Erkenntnis, Berlin 1902, S. 128, 165). Bei ihm ist diese Angleichung Folge des konsequenten methodologischen Rationalismus, bei mir des in jede kategoriale Suffizienz eintretenden Utraquismus und meiner sehr allgemeinen Definition der Kategorie.

[17]) (420.) Den Unterschied konstitutiver und methodologischer Formen hat Rickert: Gegenstand 205 f. herausgearbeitet. Ich weiche von ihm wesentlich in zwei Punkten ab: 1. für mich sind konstitutiv bedeutsame und methodologische determinierte Kategorien durch das kategoriale Postulat verbunden; 2. wohl erkenne ich der idealen Erlebniswirklichkeit und damit einer idealen konstitutiven Kategorie einen Rang über aller Wissenschaft zu. Die gewöhnliche Erlebniswirklichkeit dagegen ist stärker durch das individuelle Ich gefärbt als die Wissenschaft. Im Gegensatz zu Rickert (206) sehe ich in der Wissenschaft ein Hinstreben des individuellen Ich zum überindividuellen. Daß der Begriff nie die Vollerlebbarkeit der Anschauung haben kann, bedeutet freilich, daß diese Annäherung asymptotisch, nicht aber daß sie unmöglich ist.

Zum vierten Teil.

Zu Kapitel X:

[1]) (430.) Vgl. Simmel: Philosophie des Geldes, Leipzig 1900, S. 15.

Zu Kapitel XII:

[2]) (484.) Heinrich Rickert: Fichtes Atheismusstreit und die Kantische Philosophie, Berlin 1899 (Sonderdruck aus den „Kantstudien"), besonders S. 8f., 12f.

[3]) (484.) Vgl. Simmel: Kant, Leipzig 1904, S. 98f.

[4]) (492.) Daß die Willensfreiheit der Auffassung der Welt als eines Ganzen widerspricht, sagt sehr klar E. v. Hartmann: Phänomenologie des sittlichen Bewußtseins, Berlin 1879, S. 463. Da aber, nach ihm, ein Standpunkt nur philosophisch heißen kann, wenn er sich bemüht, „das Weltganze in seinem einheitlichen Zusammenhange aufzufassen" glaubt er so den Indeterminismus zu widerlegen. — Jodl: Geschichte der Ethik I, Stuttgart 1882, S. 75 bemerkt, daß der kirchlichen und der materialistischen Ethik dieselben Schwierigkeiten in bezug auf die Willensfreiheit drohen. Er nennt dies ein „seltsames Zusammentreffen scheinbar entgegengesetzter Gedankenreihen", während es in Wahrheit eine — gar nicht seltsame — Folge aus dem ist, was die entgegengesetzten Gedankenreihen eben gemeinsam haben.

[5]) (492.) Die hier aus dem Grundproblem herausgewiesenen Auffassungen der Willensfreiheit analysiert in demselben Sinne ausführlich: W. Windelband: Über Willensfreiheit, Tübingen und Leipzig 1904.

[6]) (503.) Vgl. die über diesen einzelnen Fall hinaus bedeutsamen Ausführungen von Dilthey: Über die Möglichkeit einer allgemeingültigen pädagogischen Wissenschaft. Sitzungsber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss., 1888 (II. Halbband), S. 807.

Sachregister.

(Die Zahlen bedeuten die Seiten.)

